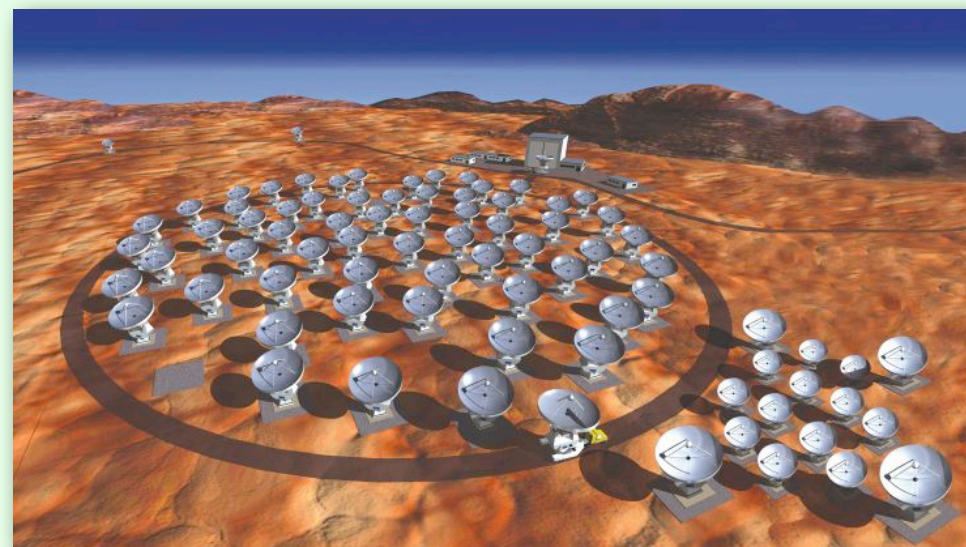


電波干渉計観測の基礎知識

+++装置の原理的説明も含む+++

百瀬 宗武（茨城大理）



望遠鏡の性能・仕様とは？

- 装置の特徴としての『性能・仕様』
- 観測を実行する際の『性能・仕様』

電波望遠鏡， 干渉計の原理

役に立つ基本的な事柄

いろいろな性能の決まり方

望遠鏡の性能・仕様とは？

装置の特徴としての性能・仕様（装置仕様）

- 観測法の原理, パーツの構成や性能で決定
- 新装置の設計・建設には必要不可欠
- 最新の情報：ステータス・レポート

観測を実行する際の性能・仕様（観測仕様）

- 狙いたい科学的目標に応じて決定
- 装置性能, 観測条件を考慮し最適化

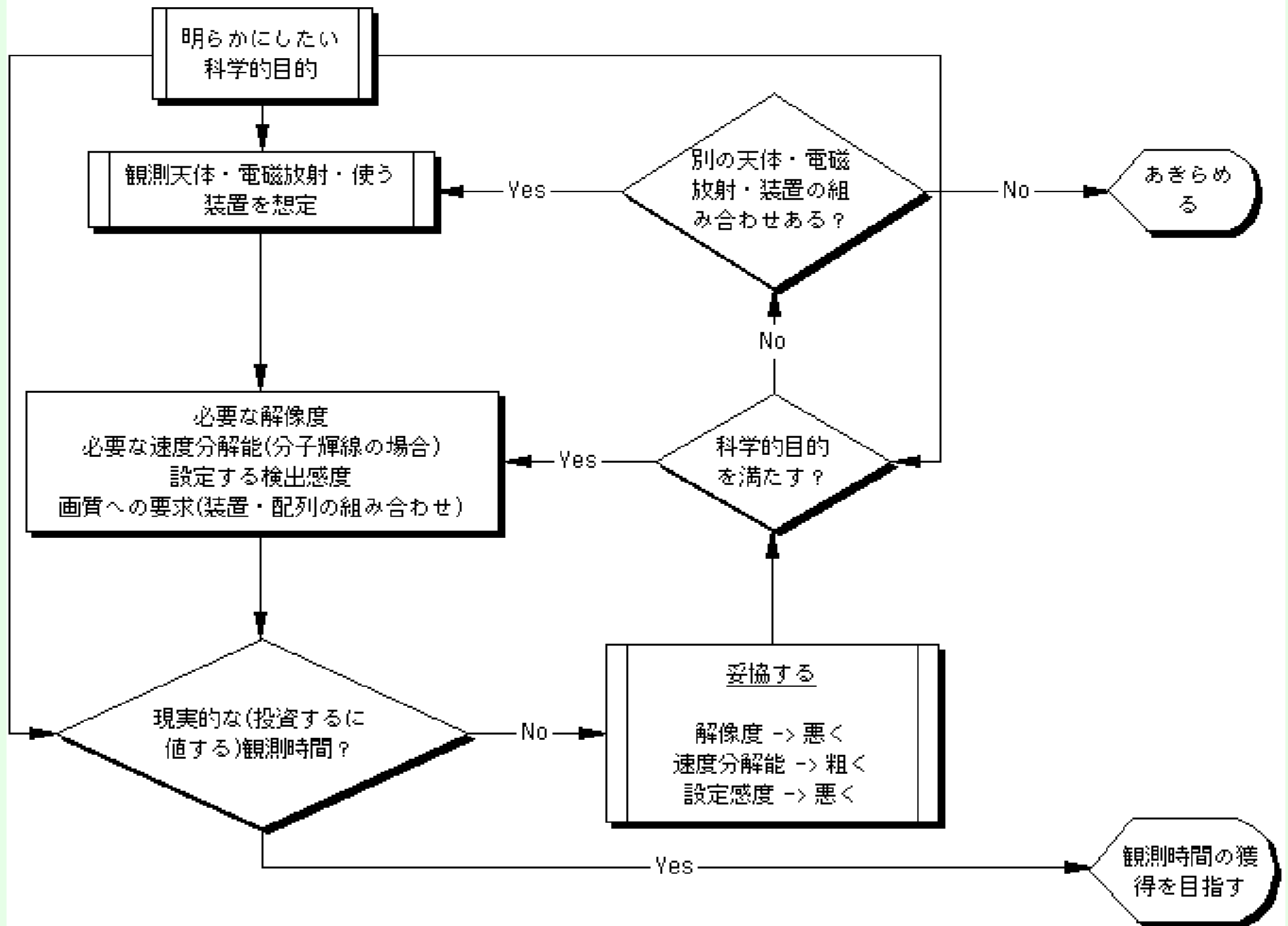
望遠鏡の性能・仕様とは？

観測者に必要な能力：『観測仕様』の決定

- 観測天体，観測する電磁波の種類決定
- 解像度，波長(速度)分解能，感度(1σ レベル)，画質への要求

背景知識として『装置仕様』が必要

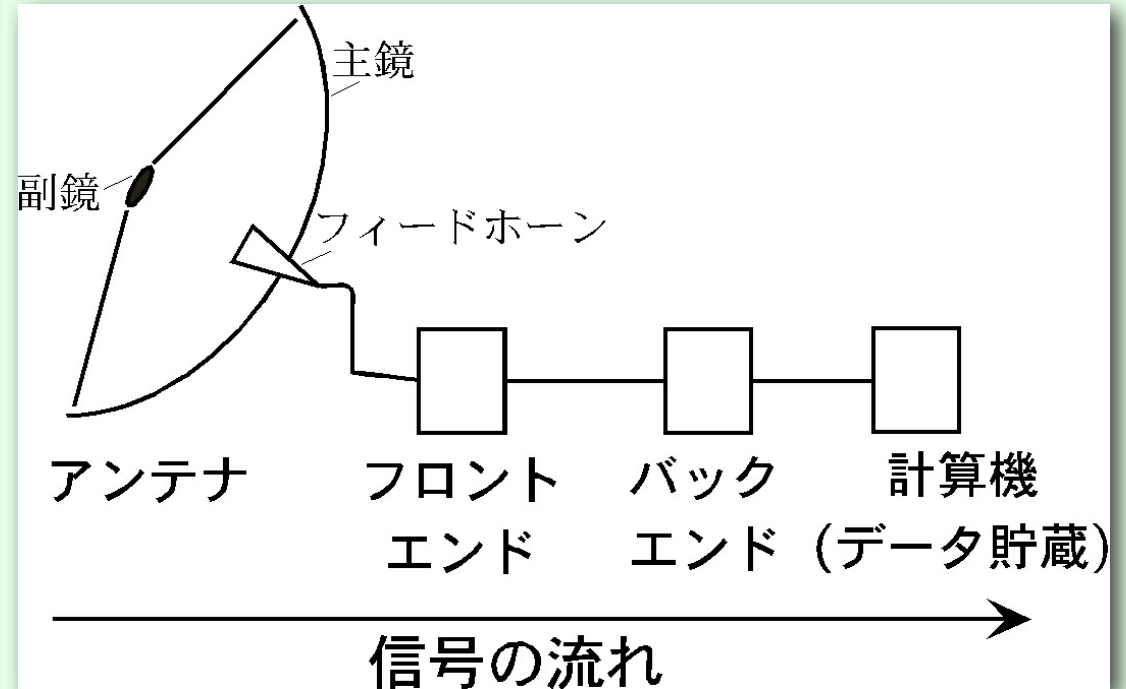
- 妥協が必要（使える時間は有限）
- データの見方（完成度の低い装置の場合）



単一鏡と信号の流れ



(1)集光, (2) 電磁波 (3)検波・
指向性 →電気信号 分光

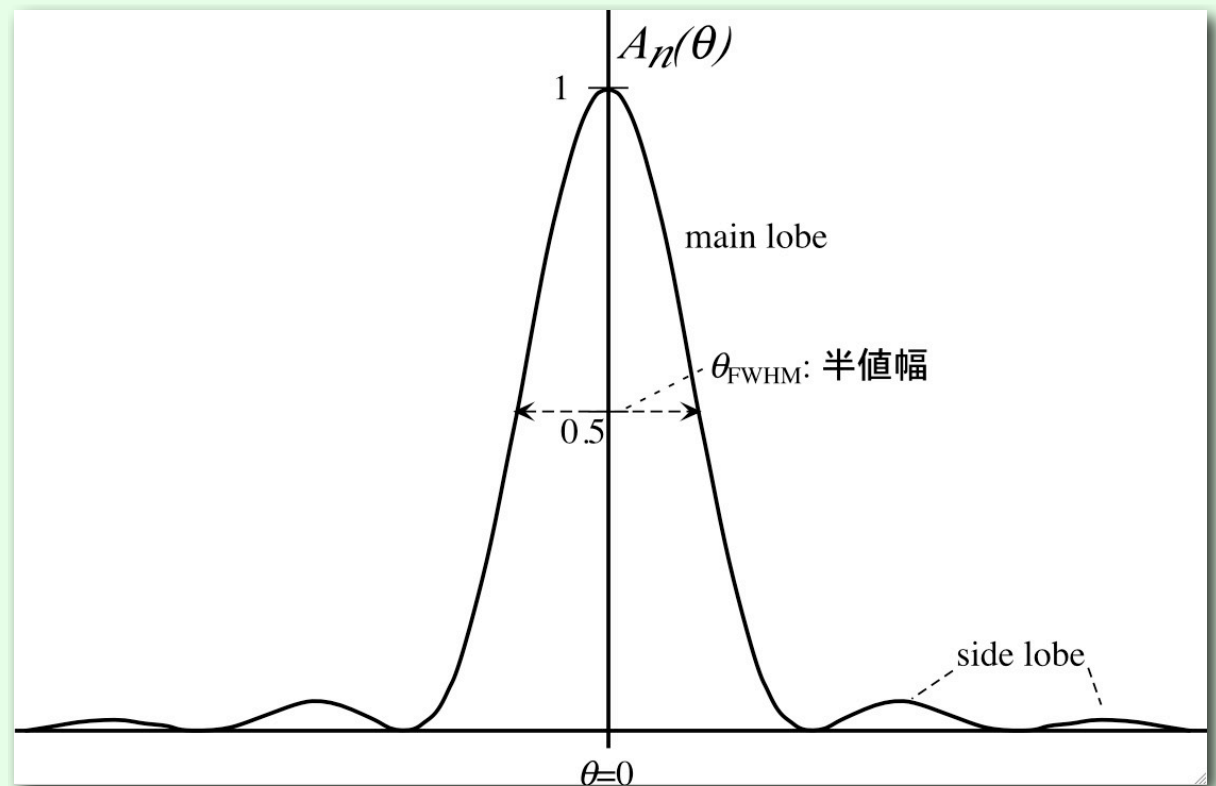


アンテナの指向性 (ビームパターン)

方向 vs. 感度

- 受信機から電波を発射した時のパワーパターンにも対応
(相反定理)

※ $\theta \sim \lambda / D$
(D: 口径)



単一鏡の限界

 口径を大きくすると集光面積が大きくなる？

● 面精度が悪いと効率が低下

 口径を大きくすると角分解能が高くなる？

● 面精度が悪いとビームの形が歪に

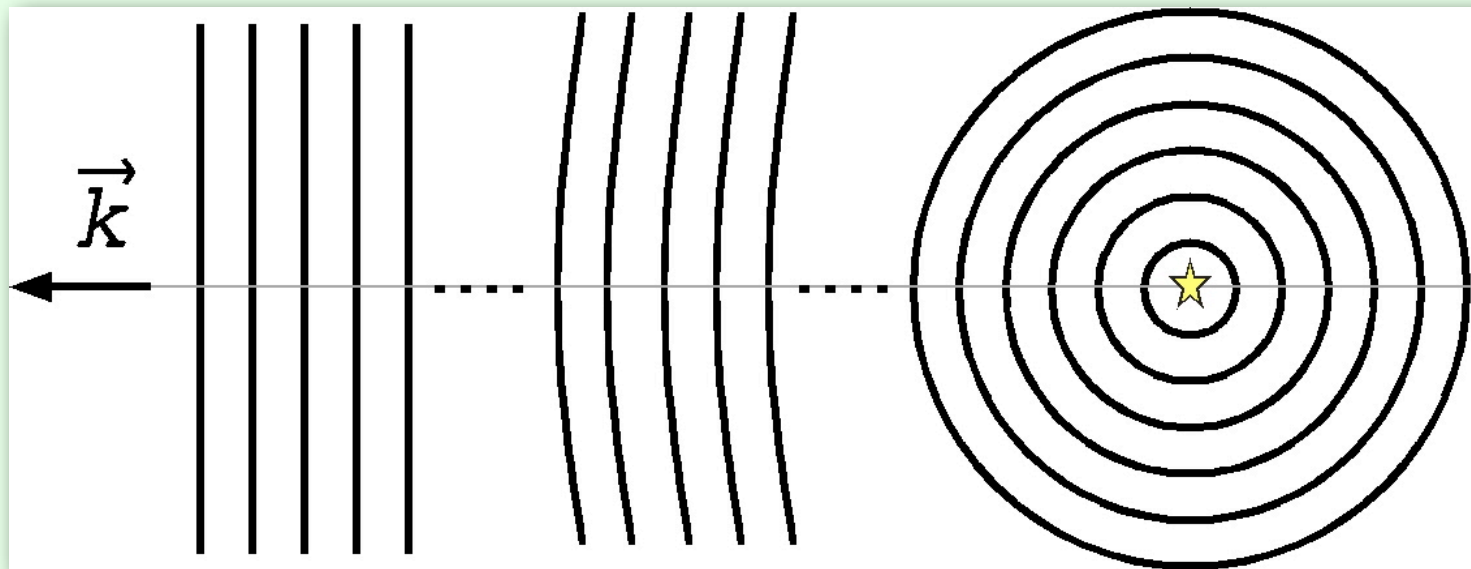
※ 高精度な大望遠鏡には限界あり

※ 干渉計：複数のアンテナ組み合わせ、
限界を打破

干涉計の原理

点状天体からの電磁波

- 📌 通常は非常に遠方のため，平面波（遠方界 or フラウンホーファー領域）
- 例外：太陽系内天体の高分解能観測



電場の複素表示

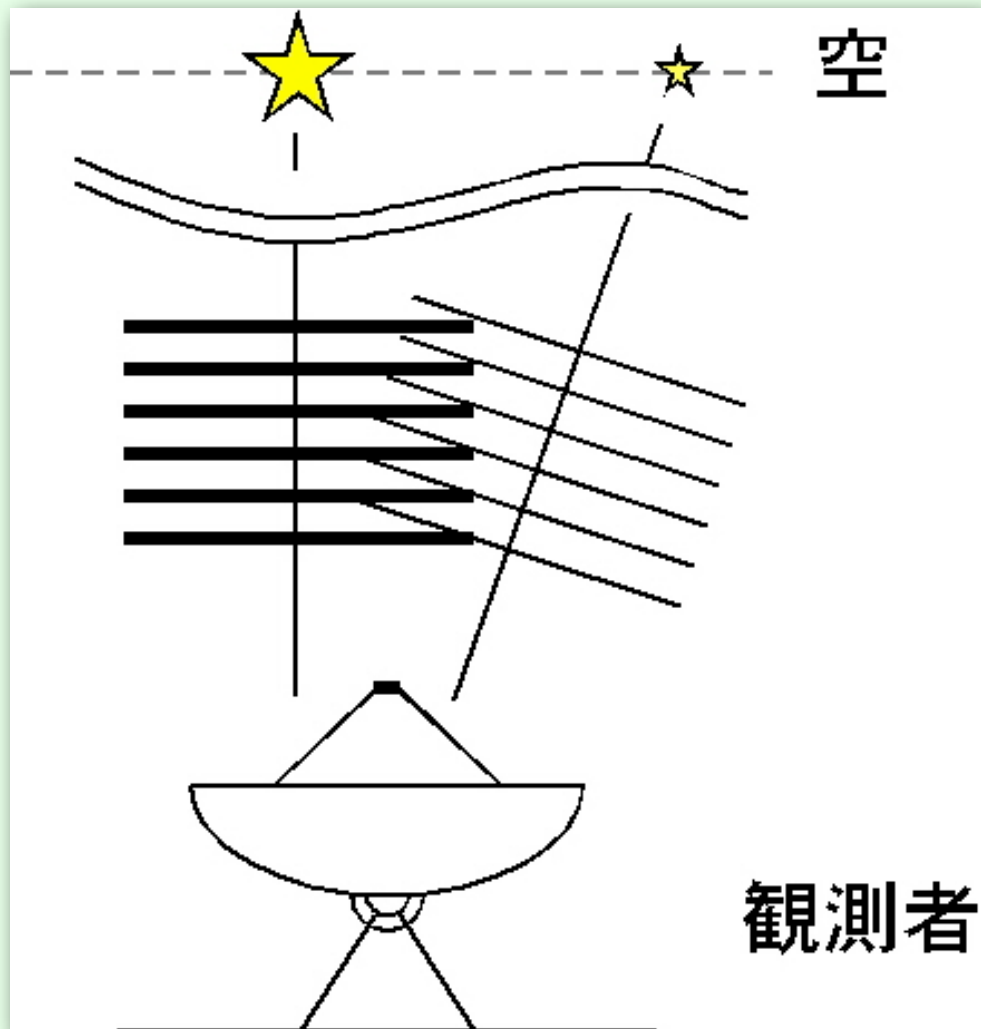
$$\begin{aligned} E_1(t) &= E_1 \cos(2\pi\nu t + \phi_1) \\ &= \frac{E_1}{2} \left[e^{+i(2\pi\nu t + \phi_1)} + e^{-i(2\pi\nu t + \phi_1)} \right] \\ &= \epsilon_1 e^{+i2\pi\nu t} + \epsilon_1^* e^{-i2\pi\nu t}, \end{aligned}$$

$$\text{ただし, } \epsilon_1 = \frac{E_1}{2} e^{i\phi_1}, \quad i^2 = -1.$$

※ 積の時間平均は

$$\overline{E_1(t)E_2(t)} = \epsilon_1\epsilon_2^* + \epsilon_1^*\epsilon_2 \left[= \frac{1}{2}E_1E_2 \cos(\phi_1 - \phi_2) \right]$$

広がった天体の場合



- ・ 点状天体（平面波）の重ねあわせ

- ・ 各平面波の強さ：
その方向での天体の輝度
（ルミノシティ）に応じたもの

電磁波の運ぶエネルギー

真空中のポインティング・ベクトル

$$\mathbf{S}_1 = \frac{c}{4\pi} (\mathbf{E}_1 \times \mathbf{B}_1) \text{ in CGS-Gauss,}$$

$$\begin{aligned} \text{時間平均は } \overline{\mathbf{S}_1} &= \frac{c}{4\pi} (\epsilon_1 b_1^* + \epsilon_1^* b_1) \\ &= \frac{c}{2\pi} |\epsilon_1|^2 \propto |E_1|^2. \end{aligned}$$

※ ϵ_1, b_1 は電場と磁場の複素振幅。

※ 電場の2乗がパワー（ルミノシティ）に比例。

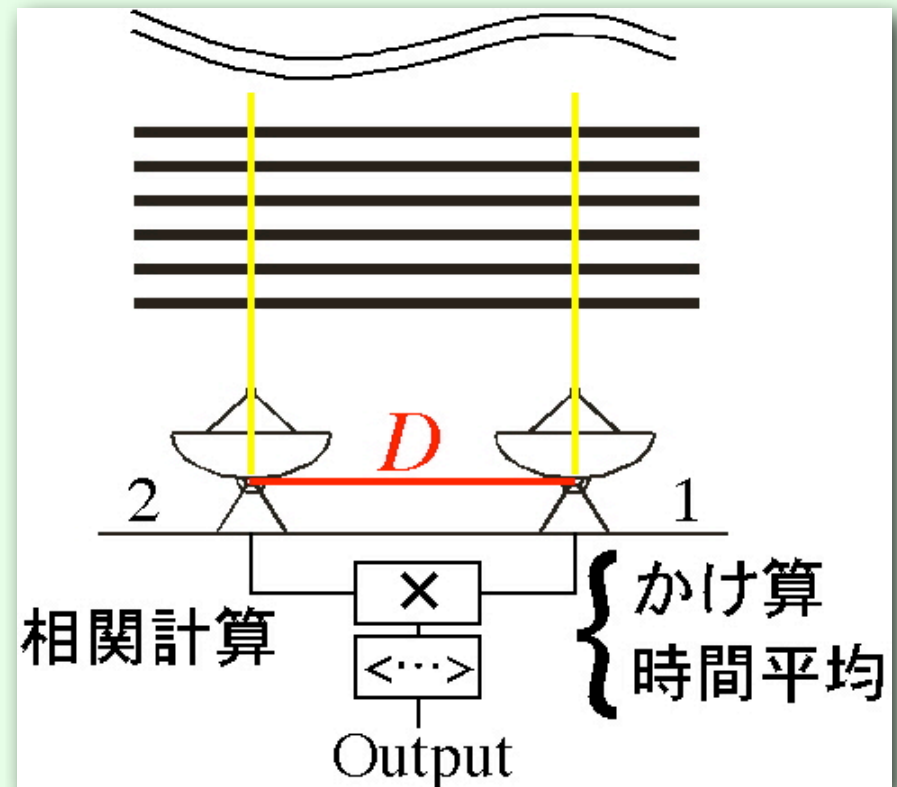
2 素子干渉計の出力

真上からの平面波の作る電場

$$E_1(t) = E_2(t) = \epsilon(0)e^{+i2\pi\nu t} + \epsilon(0)^*e^{-i2\pi\nu t}.$$

2 つの積の時間平均
(相関出力) は,

$$\begin{aligned}\overline{E_1(t)E_2(t)} &= 2|\epsilon(0)|^2 \\ &\propto B(0).\end{aligned}$$



$\delta\phi$ 方向からの平面波の作る電場

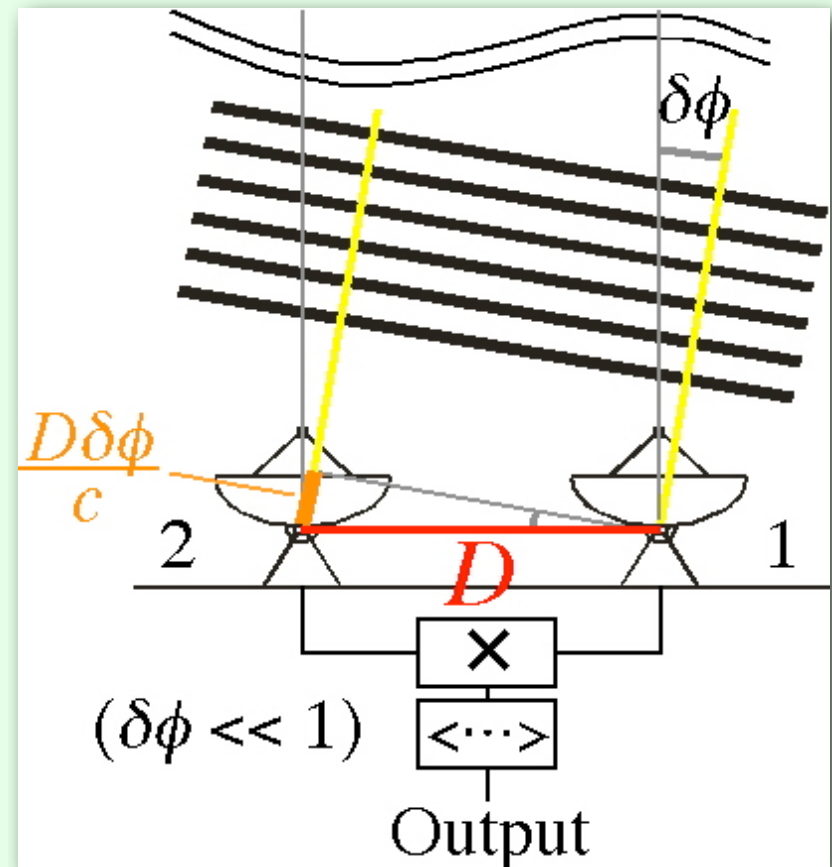
$$E_1(t) = \epsilon(\delta\phi)e^{+i2\pi\nu t} + \epsilon(\delta\phi)^*e^{-i2\pi\nu t},$$

$$\begin{aligned} E_2(t) &= \epsilon(\delta\phi)e^{+i2\pi\nu(t-\frac{D\delta\phi}{c})} + \epsilon(\delta\phi)^*e^{-i2\pi\nu(t-\frac{D\delta\phi}{c})} \\ &= \left[\epsilon(\delta\phi)e^{-i2\pi\frac{D}{\lambda}\delta\phi} \right] e^{+i2\pi\nu t} + \text{C.C. (複素共役)} \end{aligned}$$

相関出力は,

$$\begin{aligned} \overline{E_1(t)E_2(t)} &= 2|\epsilon(\delta\phi)|^2 \cos\left(2\pi\frac{D}{\lambda}\delta\phi\right) \\ &\propto B(\delta\phi) \cos\left(2\pi\frac{D}{\lambda}\delta\phi\right). \end{aligned}$$

問題：輝度と干渉縞部分が一体化



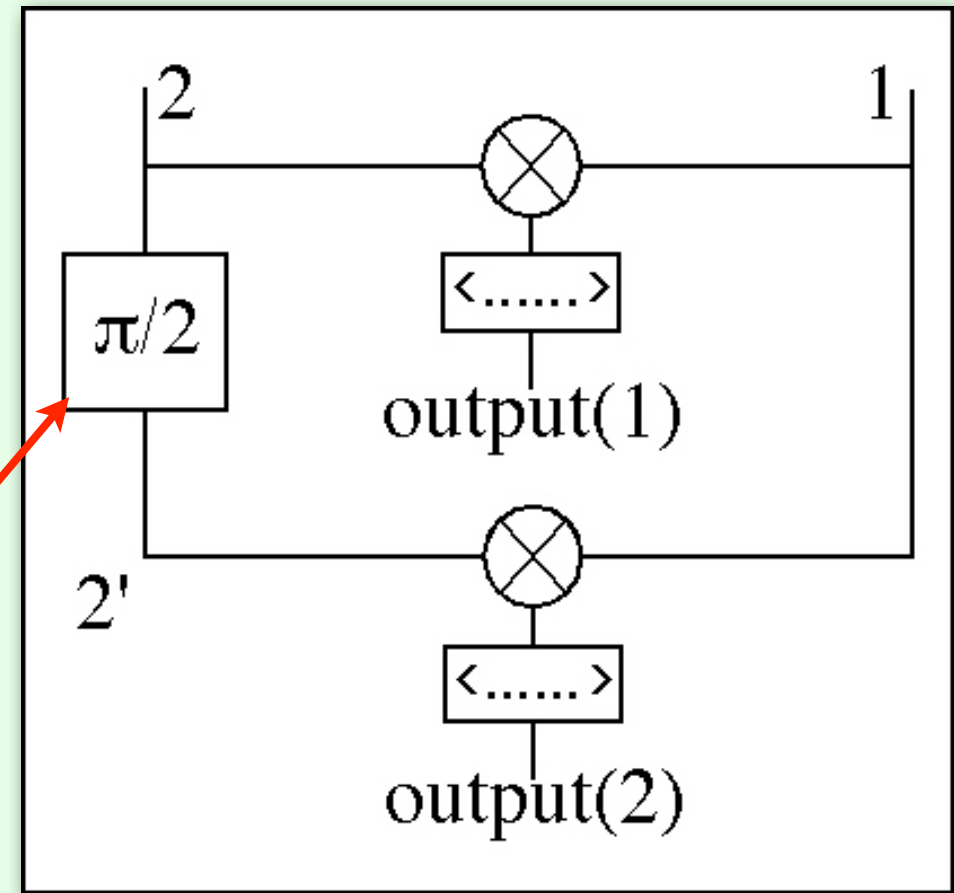
実際の相関処理：複素相関

解決法

一方のアンテナ信号の
位相を $\pi/2$ ずらしたも
のも取得

$\tau = 1/(4\nu)$ の遅延を
入れるのと等価

(実装法：位相シフタ or
複素サンプリング)



- ・ 位相シフト=0 に対する相関出力は,

$$V_1 = B(\delta\phi) \cos \left(2\pi \frac{D}{\lambda} \delta\phi \right).$$

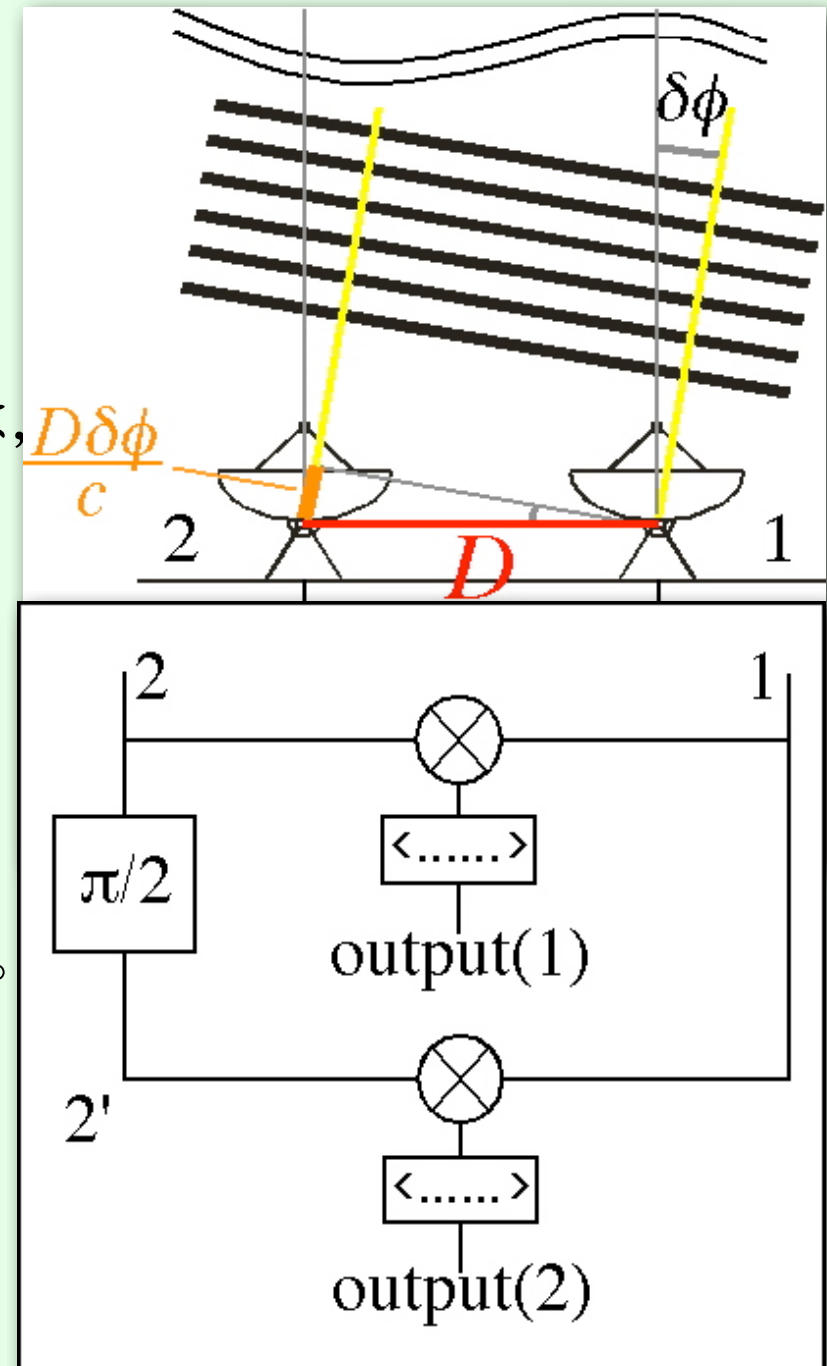
- ・ 位相シフト= $\pi/2$ に対する相関出力は,

$$V_2 = 2|\epsilon(\delta\phi)|^2 \cos \left(2\pi \frac{D}{\lambda} \delta\phi + \frac{\pi}{2} \right) \\ \propto -B(\delta\phi) \sin \left(2\pi \frac{D}{\lambda} \delta\phi \right).$$

その上で, 以下のような複素量を作る。

$$V \equiv V_1 + iV_2 = B(\delta\phi) e^{-i2\pi \frac{D}{\lambda} \delta\phi}.$$

ビジビリティと呼ぶ
(干渉計の基本的な測定量)



広がった天体の場合は？

ビジビリティ：全方向の寄与を足しあわせ，

$$V(D) = \int_{source} B(\delta\phi) e^{-i2\pi \frac{D}{\lambda} \delta\phi} d(\delta\phi).$$

もし天体の広がり十分小さい， or 素子アンテナのビームサイズが小さければ，

$$V(D) = \int_{-\infty}^{+\infty} B(x) e^{-i2\pi \frac{D}{\lambda} \delta\phi} d(\delta\phi)$$

$$\longrightarrow V(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} B(x) e^{-i2\pi u x} dx.$$

$$(u = D / \lambda , \\ x = \delta\phi)$$

干渉計の原理

 輝度分布とビジビリティ：フーリエ変換対

$$V(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} B(x) e^{-i2\pi ux} dx.$$

 沢山の $u=D/\lambda$ でvisibilityを集めると輝度分布得られる

-  $u=D/\lambda$: 単位角度内の”山”の数(空間周波数)
-  $V(u)$: 輝度分布のフーリエ成分

2次元への拡張

$u \parallel x, v \parallel y$ として（通常 x は赤経方向, y は赤緯方向にとる）,

$$V(u, v) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} B(x, y) e^{-i2\pi(ux+vy)} dx dy.$$

$$B(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} V(u, v) e^{+i2\pi(ux+vy)} dx dy.$$

※ 視野中心の点源の場合 : $V(u, v) = \text{const.}$

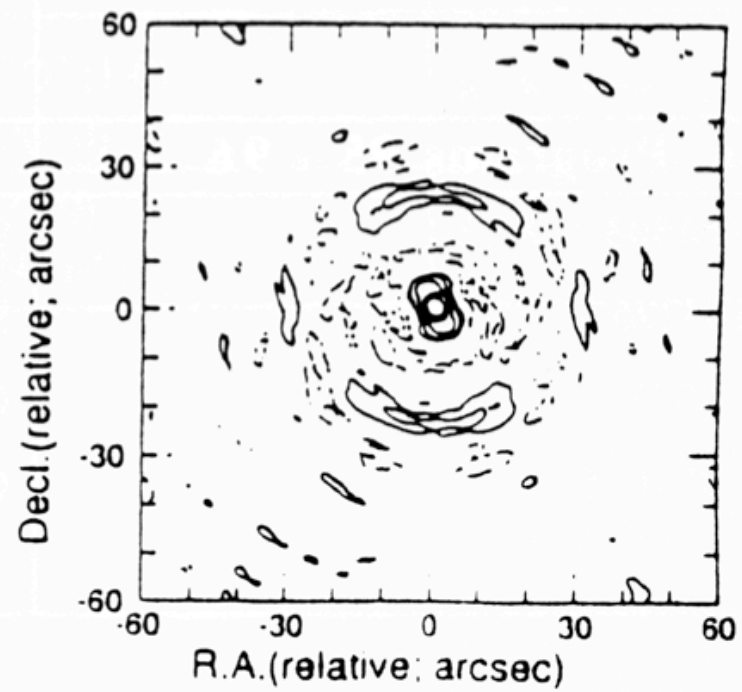
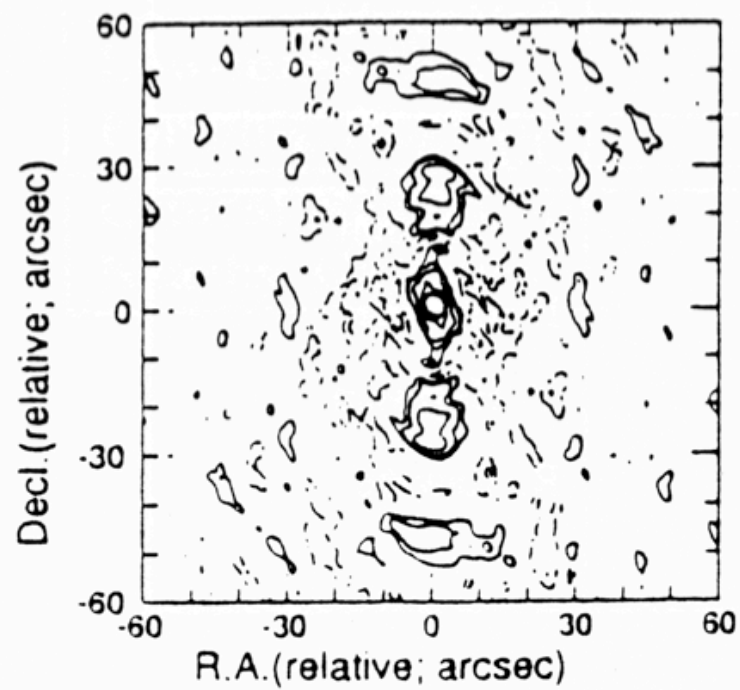
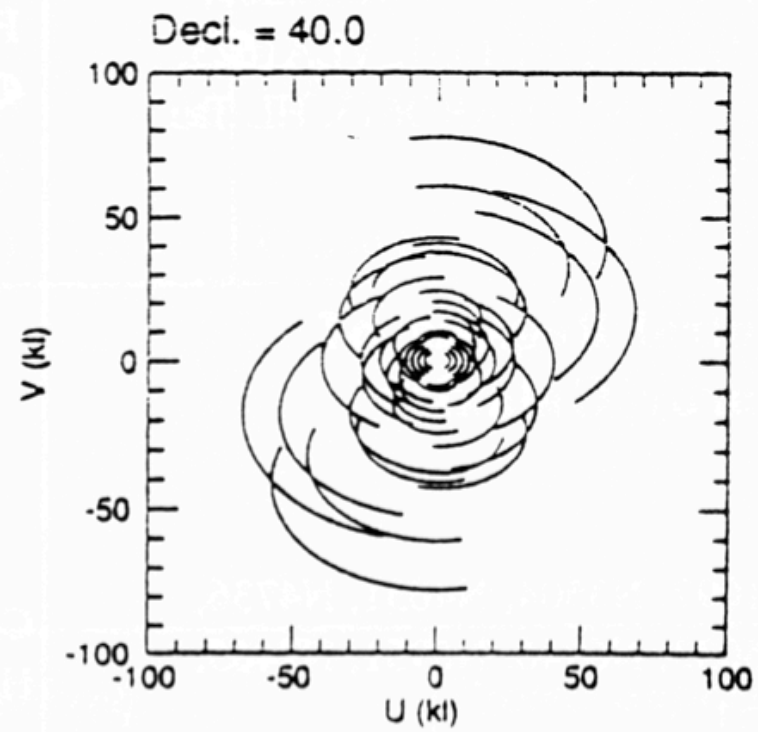
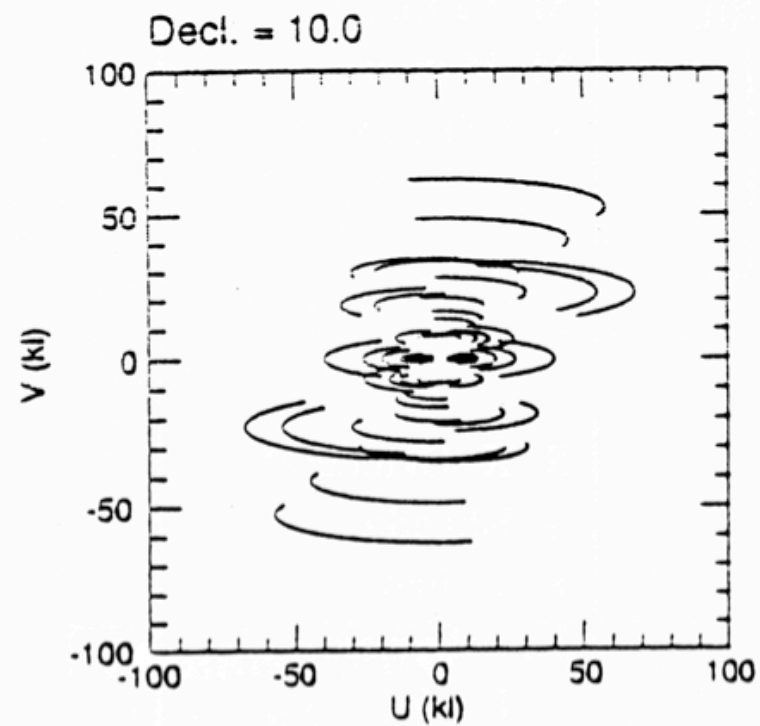
得られる生の画像

※ 天体から見た時の基線ベクトル (u, v) : 地球の自転により変化 (超合成)

※ 現実 : 取得できる uv 成分は一部。サンプリング関数 $\Pi(u, v)$ として,

$$\begin{aligned} B_{obs}(x, y) &= \int \Pi(u, v) V_{true}(u, v) e^{+i2\pi(ux+vy)} dx dy \\ &= P(x, y) * B_{true}(x, y) \quad (\text{deconvolution必要}) \end{aligned}$$

$P(x, y)$: 合成ビーム (Point Spread Function に相当)。



ここまでのまとめ

- 📌 干渉計の基本出力：2素子で得られるビジビリティ
- 📌 ビジビリティ：輝度分布のフーリエ成分
- 📌 空間周波数 = D/λ ：大きいほど細かな成分
- 📌 取得するフーリエ成分多いほど絵がきれい
- 📌 沢山のアンテナ数，地球回転を利用