

# 干渉計の性能を決める要素

茨城大学理学部

百瀬 宗武

## 話の内容

- 「干渉計の性能」とは
  - 装置のスペック vs 観測のスペック
- 役に立つ基本的事項
- 装置スペックの決めり方
- 観測計画立案との関連
- まとめ

## 「干渉計の性能」意味づけ

- 装置のスペックとしての干渉計性能
  - 観測法の原理 + パーツの構成・性能で決定
  - 新装置の設計・建設構想に不可欠な基準
  - “ステータス・レポート”
- 観測のスペックとしての性能
  - ねらいたい科学的目標に応じて決定
  - 装置性能・観測条件を考慮し計画の最適化

## 役に立つ基本的事柄

- ノイズに埋もれた信号成分に対する  $S/N$

$$S/N \propto \sqrt{\text{sample number}}$$

- ナイキストのサンプリング定理

$$\overset{FT}{s(t) \leftrightarrow S(f)}$$

$$B = \frac{1}{2\Delta t} = \frac{1}{2} f_s$$

$B$ : 取得できる周波数帯域幅  
 $f_s$ : サンプリング・レート

## 役に立つ基本的事柄(cont'd)

- 有限長フーリエ変換の特性

- サンプル関数 or 重み関数 :  $w(t)$

$$\overset{FT}{w(t)s(t)} \Leftrightarrow W(f) * S(f)$$

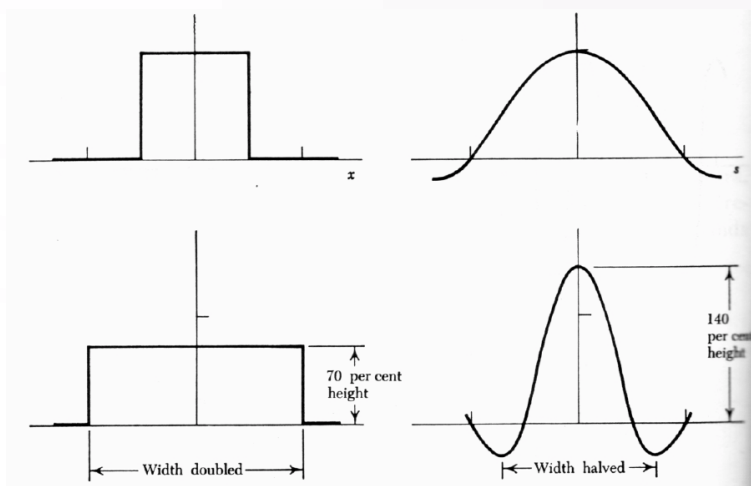
- $W(f)$ が畳み込まれるため $S(f)$ がひずむ

- 形のぼかし (サンプリング長に反比例)
    - サイドローブ (edgeの「急峻さ」と対応)

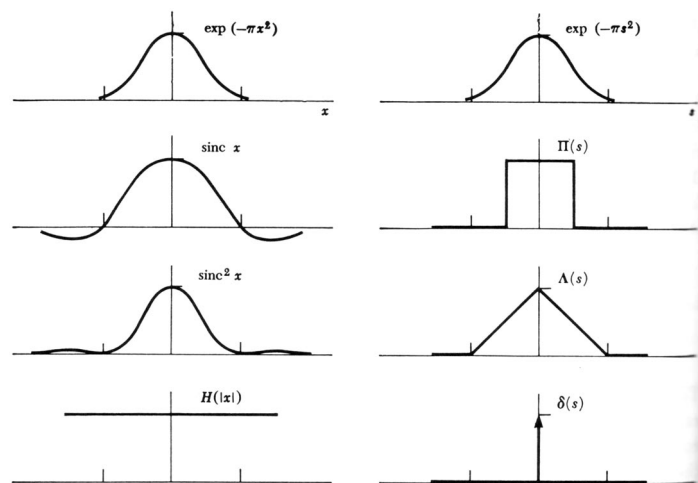
- 両者のトレードオフ関係 : 様々な場面で登場

- (e.g., アンテナパワー分布 or UV Samplingとビームパターン, ラグウィンドウとパワースペクトルなど)

## 参考: フーリエ変換の相似則



## 参考: 代表的な関数の フーリエ変換の例



## 装置スペックと決定要因

- 感度 (有効開口面積, システム温度)
- 空間分解能・画質 (アレイ配列, 基線の数, キャリブレーションの精度)
- 周波数分解能・帯域幅 (レコーダ・相関器)
- 視野 (アンテナ口径 or UVのにじみ)
- 時間分解能 (十分な画質・感度を得るのに必要な時間) <= 今回は省略

## ポイントソースに対する感度

- フリンジ検出感度 (2素子1基線  $ij$  での)

$$\Delta S_{ij} = \frac{\sqrt{2k_B} \sqrt{T_{sys}^i T_{sys}^j}}{\eta_q \sqrt{(\eta_a^i A_a^i)(\eta_a^j A_a^j)} \sqrt{B \cdot t_{int}}}$$

分子：雑音付加  
分母：信号取得

( $T_{sys}$ : システム温度,  $\eta_a$ : アンテナ開口能率,  $A_a$ : 開口面積,  
 $B$ : 周波数帯域幅,  $t_{int}$ : 積分時間,  $\eta_q$ : 量子化効率)

- $T_{sys}$ : ノイズの付加量に比例
- $\eta_q \eta_a A_a$ : 取得されるシグナルパワーに比例
- $B \cdot t_{int} = (0.5 f_s) \cdot t_{int}$ : サンプル数に比例

## 参考：アンテナ開口能率

- 光軸上にある点源：  $S_v$  [W m<sup>-2</sup> Hz<sup>-1</sup>] or [Jy]
- アンテナから受信機へ伝わる単位周波数あたりのパワー  $P_v$  [W Hz<sup>-1</sup>]

$$P_v = \frac{1}{2} S_v A_e \quad (A_e: \text{有効開口面積})$$

- 開口能率：アンテナ口径  $D$  [m]として

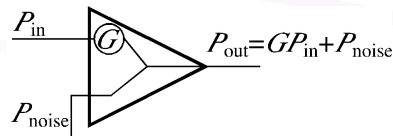
$$\eta_a = \frac{4A_e}{\pi D^2} = \frac{A_e}{A_a} \quad (A_a: \text{物理的な開口面積})$$

## 参考: システム雑音温度

- 現実のデバイス：雑音を付加

例：増幅率 $G$ のアンプ

( $P_*$ : 単位周波数あたりの  
パワー [W Hz<sup>-1</sup>])



- $T_{sys}$ : 入力に対して加える雑音量の指標

(定義) 
$$k_B T_{sys} = \frac{P_{noise}}{G}$$



## ポイントソースに対する感度 (cont'd)

- イメージング感度(全局の性能が均一の時)
  - 視野の中心にある点源に対する感度

$$\Delta S = \frac{\sqrt{2} k_B T_{sys}}{\eta_q \eta_a A_a \sqrt{n_a (n_a - 1) / 2} \sqrt{B \cdot t_{int}}}$$

( $n_a$ : アンテナの数)

- 基線数だけサンプルが増える効果が加わる
- $A_a$ が均一でない場合： $A_a$ は相乗平均を使う

## 広がった天体に対する感度

- 1 ビームに入るフラックス = “輝度”で表現

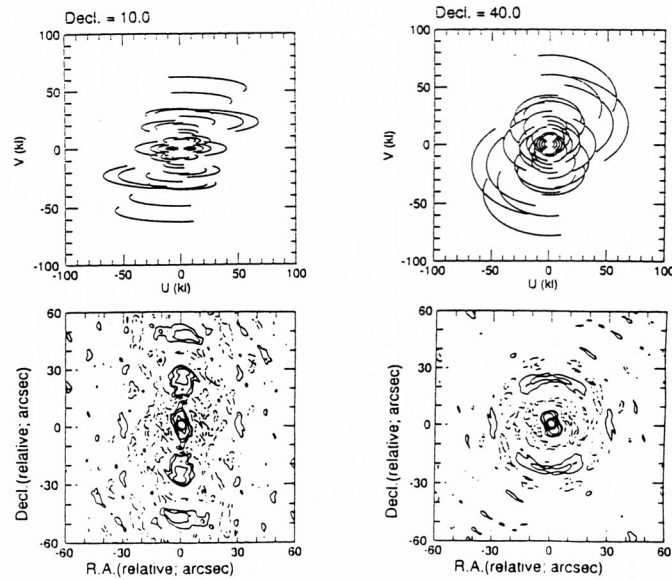
$$\Delta T_b = \frac{\lambda^2}{2k_B} \frac{\Delta S}{\Omega_B}$$

- $\Omega_B$ : 合成ビームのサイズ (立体角)
- 同じ  $\Delta S$  (観測時間) でも, ビームを太くすると輝度に対する感度は上がる

## 空間分解能・画質

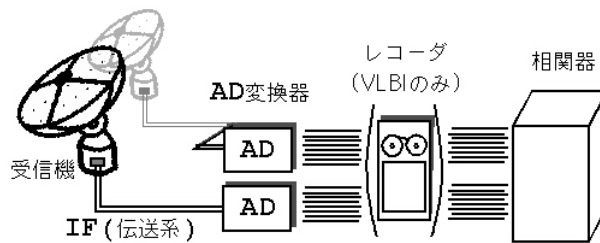
- 合成ビーム : UV sampling のフーリエ変換
  - 地球回転 + アンテナの配置換え
  - ビームサイズ  $\sim 1/(u_{\max}) \sim \lambda/D_{\max}$
- 得られる画質: 観測天体の構造とも関係
  - サイドローブの影響 (構造が複雑なほど深刻)
  - 広がった成分を落としてしまう影響 (missing flux)
    - とらえられる最大の広がり  $< 1/u_{\min}$

## UV Coverage vs 合成ビーム(NMA C+D)



## 帯域幅・周波数分解能

- 帯域幅の事実上の制限要素は？
  - ADコンバータ(結合型干渉計)のスピード
  - レコーダ(VLBI)のスピード



受信機帯域幅 >> 伝送路帯域幅 > AD or レコーダの帯域幅



## 帯域幅・周波数分解能(cont'd)

- 直感的理解： $s(t)$  or  $s(\tau) \leftrightarrow S(f)$ 
  - 時間(遅延)分解能の細かさ  $\leftrightarrow$  帯域幅の広さ
  - 時間(遅延)幅の広さ  $\leftrightarrow$  周波数分解能の細かさ
- 帯域幅の広さ： $B = (2\Delta t)^{-1}$  [ or  $(2\Delta\tau)^{-1}$  ]
  - 2bitADコンバータ： $f_s = 2\text{GHz}$  (NMA UWBC)
  - VLBIレコーダ：記録速度 = 128Mbit / sec. 程度
- 周波数分解能： $\Delta f \sim [2 \times \text{時間(遅延)幅}]^{-1}$

## 視野の広さ

- 結合型干渉計の場合
  - 素子アンテナのビームパターン ( $\theta \sim \lambda/D_A$ )
  - 必要に応じてモザイクング
- VLBIの場合
  - UV上のサンプリングに伴う「にじみ」

$$(\text{mapping area}) = (2\Delta u)^{-1}$$

- またまたサンプリング定理の変形
- $\Delta u$ : 積分時間, チャンネル周波数幅の関数

## VLBI観測での視野の広さ

- 積分時間( $\Delta t$ ) 0によるUVのにじみ

$$\Delta u \sim \frac{D}{\lambda} \omega_e \Delta t \quad (\omega_e: \text{自転角速度})$$

- チャンネル周波数幅( $\Delta v$ ) 0によるにじみ

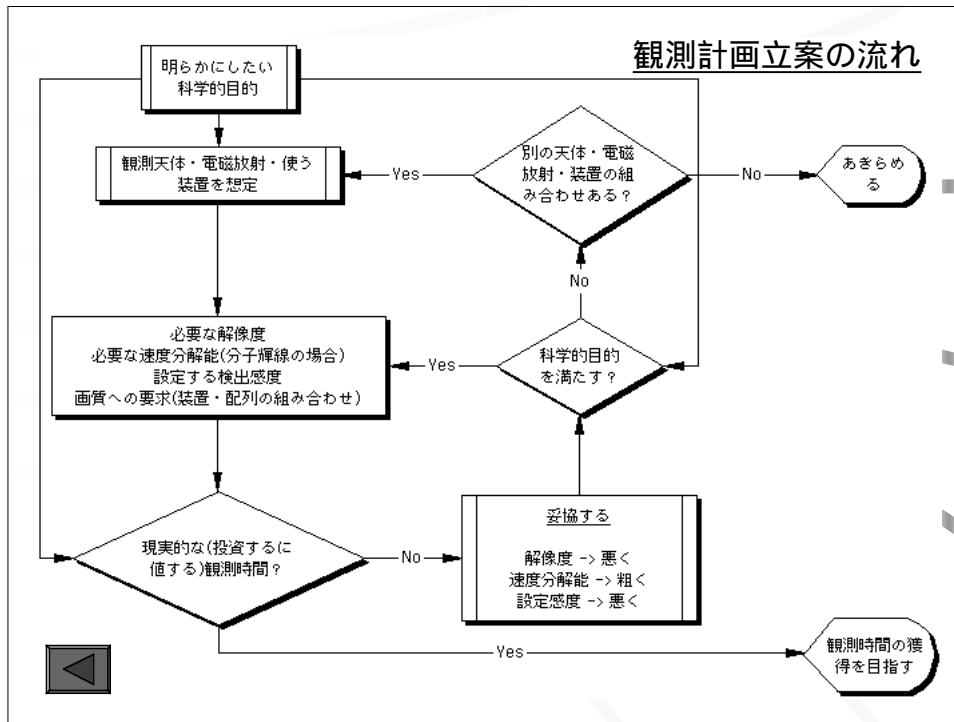
$$\Delta u \sim \Delta \left( \frac{D}{\lambda} \right) \sim \frac{D \Delta v}{c}$$

通常のVLBI観測では、これらの逆数で決まる視野の広さは素子アンテナのビームパターンより圧倒的に小さい

## 観測スペックの決め方

- 詳しくは明日誰かが話す？
- いろいろな装置スペックが相互に関連
- 「公式」導出の根拠に立ち戻って
  - 解像度，速度分解能：感度とトレードオフ  
(但し信号範囲以上にケチっても意味なし)
  - 速度分解能と解像度：お互いに関係
    - $\Delta v$ - $L$ 関係(速度勾配・変化量のスケール依存性)





## 装置スペックには表れにくい その他の点

- 位相揺らぎの影響(コヒーレンス・ロス)
  - シグナル成分のみ低下，熱雑音は変わらず
  - >  $T_{\text{sys}}$  の実効的上昇
  - 点源の検出ねらい：コンパクトな配列で
- ポインティング，振幅較正の精度
  - 異なる配列のデータを足し合わせるときやモザイクングの際に画質に影響
- 観測者の運 (悪天や装置の故障，××効果)
  - 「迷信」のはずだが．．．．．

## まとめ

- 干渉計の装置としてのスペック
  - 感度，帯域幅・周波数分解能，  
マップのクオリティ(解像度・忠実さ)
- 雑音の統計的性質と有限長フーリエ変換の性質(サンプリング定理含む)が基本
- 観測スペックを出すには，装置スペックの算出根拠を理解しておく必要あり