

# 干渉計で使われる分光相関器について：関連する機能の紹介

百瀬 宗武 (茨城大・理)

## 1 干渉計の原理と分光相関器の基礎

分光相関器の主な働きは、文字通り「各アンテナ信号間の相関をとると同時に、周波数解析を行うこと」である。これらのデータをフーリエ変換することで、電波イメージが得られる。ここではまずはじめに、干渉計の原理に沿って分光相関器の働きを理想化した形で概観しよう。

### 1.1 干渉計の基礎を与える定理 (Van Cittert - Zernike 定理)

電波源が作る電場を地点  $P_1 = (x_1, y_1)$ ，地点  $P_2 = (x_2, y_2)$  で測定することを考える。ただし、電波源が含まれる面と測定点が含まれる面は平行で、かつ、その間隔  $R$  は十分離れているとする (図 1 参照)。

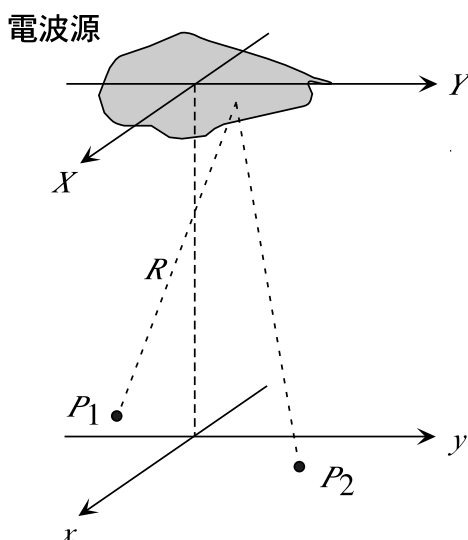


図 1: Van Cittert - Zernike 定理：考える状況

簡単のため、電波源内の電場は単一周波数成分  $\omega$  のみ含む場合を考えよう。電波源内のある地点  $(X, Y)$  での複素振幅を  $\mathcal{E}(X, Y)$  とし、電場の時間変化を  $\mathcal{E}(X, Y) \exp(j\omega t)$  の実部で表わす。一方、この電場が、 $P_1, P_2$  に作る電場を  $e_1(t), e_2(t)$  とし、これらの mutual coherence function:  $\Gamma_{12}(\tau)$  を

$$\Gamma_{12}(\tau) = \langle e_1(t) e_2^*(t - \tau) \rangle \quad (1)$$

と定義する。ただし、 $\langle \rangle$  は時間平均<sup>1</sup>を表わし、\*印は複素共役を表わす。

このとき、 $\Gamma_{12}(\tau = 0)$  と電波源の作る電場の強さ  $\mathcal{E}(X, Y)$  には以下の関係が成り立つ。

<sup>1</sup>この量は厳密にはアンサンブル平均で定義されるものなので、「エルゴード性の仮定から時間平均と等しい」と議論を進めべきかもしれない。ただ、この問題に最初から深入りするとわけがわからなくなって本筋を見失うので、以下では無視する。

$$\begin{aligned}\Gamma_{12}(0) &= \int dX \int dY \left[ \frac{\mathcal{E}(X, Y)\mathcal{E}^*(X, Y)}{R^2} \exp\left(\frac{-j\omega((x_2 - x_1)X + (y_2 - y_1)Y)}{R}\right) \right] \\ &= \int \int B(\xi, \eta) e^{-j2\pi(u\xi + v\eta)} d\xi d\eta\end{aligned}\quad (2)$$

ただし,

$$\xi = \frac{X}{R}, \quad \eta = \frac{Y}{R}, \quad u = \frac{(x_2 - x_1)\omega}{2\pi c}, \quad v = \frac{(y_2 - y_1)\omega}{2\pi c}, \quad B(\xi, \eta) = \mathcal{E}(X, Y)\mathcal{E}^*(X, Y).\quad (3)$$

式(2)を見るとわかるように、 $\Gamma_{uv}(0)$  と  $B(\xi, \eta)$  とはフーリエ変換の関係がある。つまり、複数の基線で  $\Gamma_{uv}(0)$  を取得すれば、これをもとに電波強度マップが得られる。これが干渉計の原理である。

## 1.2 さまざまな周波数成分を含む場合は？

実際の電波源はさまざまな周波数成分を含んでいるので、何らかの形で周波数解析をする必要がある。ここではその方法について、もう少し現実に近い設定で議論しよう。

### 1.2.1 各アンテナ信号の周波数成分からクロスパワースペクトルへ

今、アンテナ 1, 2 で検出される電圧を  $s_1(t), s_2(t)$  とする。ここで、 $s_1(t), s_2(t)$  は式(1)で出てくる  $e_1(t), e_2(t)$  と対応はしているが、 $s_1(t), s_2(t)$  は直接測定できる実の時系列信号だとして。

さて、周波数解析するのにすぐ思いつくやり方は、 $s_1(t), s_2(t)$  を周波数成分に分けてしまい、それぞれ相互相関をとる方法である。今、 $s_1(t)$  のフーリエ変換を  $S_1(\omega)$  とすると、フーリエ変換・逆変換は

$$S_1(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} s_1(t) e^{-j\omega t} dt \quad (4)$$

$$s_1(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S_1(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (5)$$

と書ける。 $s_2(t)$  についても同様。ここで、 $s_1(t), s_2(t)$  は実の関数なので、

$$S_1(-\omega) = S_1^*(\omega), \quad S_2(-\omega) = S_2^*(\omega) \quad (6)$$

の関係がある。このように、二つの時系列データの遅延を合わせた上でそれぞれ周波数成分に分ければ、

$$\Gamma_{12}(0) \Leftrightarrow S_1(\omega) S_2^*(\omega) \quad (7)$$

と対応づけできることはすぐにわかる。なお、 $2\pi(S_1(\omega) S_2^*(\omega)) \equiv P_{12}(\omega)$  はクロスパワースペクトルと呼ばれる。

### 1.2.2 相互相関関数からクロスパワースペクトルへ

$P_{12}(\omega)$  を得るもう一つの方法は、まず  $s_1(t), s_2(t)$  の相互相関関数

$$x_{12}(\tau) = \langle s_1(t) s_2(t - \tau) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T s_1(t) s_2(t - \tau) dt \quad (8)$$

を計算し、これをフーリエ変換することである。実際、式(8)をフーリエ逆変換を使い書き換えると、

$$\begin{aligned}
 x_{12}(\tau) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \left[ \int_{-\infty}^{\infty} S_1(\omega) e^{j\omega t} d\omega \right] \left[ \int_{-\infty}^{\infty} S_2(\omega') e^{j\omega'(t-\tau)} d\omega' \right] dt \\
 &= 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S_1(\omega) S_2(\omega') e^{-j\omega'\tau} \delta(\omega + \omega') d\omega d\omega' \\
 &= 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} S_1(\omega) S_2^*(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega
 \end{aligned} \tag{9}$$

となる。ただし、途中の変形には、 $\delta(\omega)$  が  $s(t) = 1$  のフーリエ変換で定義されることと、式(6)を使った。式(9)を逆変換すると、確かに

$$P_{12}(\omega) = 2\pi(S_1(\omega)S_2^*(\omega)) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x_{12}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \tag{10}$$

の関係があることがわかる。

### 1.3 実際の相関器のタイプ

このように原理的には、(i) 各アンテナ間で遅延を合わせた時系列データをフーリエ変換してから複素かけ算する方法でも、(ii) 各アンテナの時系列データに対する相互相関関数をとってからフーリエ変換する方法でも、結果的にはクロスパワースペクトルを取得できる。干渉計の分光相関器の場合、(i)の方式に沿ったものを“FX”と呼び、(ii)の方式に沿ったものを“XF”と呼ぶ(“F”はフーリエ変換を、“X”は相関計算を表わし、その順番が名前となっている)。FXは野辺山で初めて導入され、現在のNMAでも2代目FXが動いている。ちなみに、いわゆる“Filter bank”と呼ばれる分光器はこの原理に従ったものである。一方、NMAで動いているもう一つの相関器UWBCはXFタイプである。

## 2 デジタル信号処理を利用した分光相関器の実現

実際の分光相関器はデジタル信号処理を利用して実現されている。ここでは、分光相関器がどのように作られ、理想化された状態とどう違うかといった点について、簡単に紹介する。

### 2.1 A/D変換器：信号の標本化・量子化

デジタル信号処理するためには、入力信号( $s_1(t), s_2(t)$ )に対して次の二つの操作をする必要がある。(i) 有限な時間間隔でデータを取りだし、離散的なデータ列にする操作(標本化)。(ii) 標本化されたデータのある有限の語長で表現する操作(量子化)。この二つの操作を行うのがA/D変換器である。以下、この二つの操作がどのように行われているのか、電波天文で扱う信号の特徴と関連させながら説明しよう。

#### 2.1.1 標本化(sampling)

相関器の入力は通常、帯域幅が限られたノイズである。このような信号を標本化する場合、ノイズの周波数帯域を $[0, B]$ として、サンプリング・レートを $2B$ 以上にすればもとの信号の情報が失われないことが知られている(ナイキストのサンプリング定理)。つまり、より帯域幅を広く取るにはより高いサンプリング・レートをもつA/D変換器を使えばよい。ちなみに天体観測の最小検出感度 $\Delta S$ は、バンド幅 $B$ 、積分時間 $t_{integ}$ として、

$$\Delta S \propto \frac{1}{\sqrt{Bt_{integ}}} \tag{11}$$

なる関係がある。必要なサンプリング・レートは  $2B$  なので、この式は「総サンプリング数 (=  $2Bt_{integ}$ ) のルートに比例して雑音ゆらぎが下がる」という、物理実験等でお馴染みの関係と見なすこともできる。

A/D の入力帯域幅がサンプリング・レート ( $f_s$ ) の半分より広い場合、もともとの信号に含まれている二つの周波数成分  $f = (f_s/2 \pm \delta f)$  ( $\delta f$  は任意の定数) が、標本化後の信号では区別できなくなるという現象が起こる。これを“Aliasing”と呼ぶ。通常は、A/D の前に適当なアナログ・フィルタを入れることで帯域を制限し、このようなことが起こらないようにしている。

Aliasing の効果を逆に利用したものとして、「高次サンプリング」という方法がある。これは、バンド幅  $B$  の信号を入力する場合、その帯域を  $[0, B]$  と取るかわりに、 $[nB, (n+1)B]$  (ただし  $n$  は任意の整数) ととる方法である。これは DC を入力できないデバイスを利用したいときに有効な手法で、NMA では UWBC, FX ともこの方法が使われている (UWBC: (1024 – 2048) MHz, FX: (64 – 96) MHz)。

### 2.1.2 量子化 (quantization)

入力信号を有限語長のデジタル信号に直すのが量子化である。身近ではオーディオなどでも量子化は行われているが、音楽などの場合は個々のサンプリング点に独自の「意味」があり、これらをなるべく正確に表現するため多くのビット数を使う必要がある。ところが電波天文の信号は白色雑音に近く、その統計的性質のみが問題になる。つまり、個々の標本化データを厳密に表現することにさほど意味はない。むしろ、相互相関関数や周波数成分を求める際に大きなロスにならない程度に量子化ビット数を少なく押さえ、その分、装置規模を縮小してコストを下げたり、サンプリング・レートを稼ぐ方向で信号処理能力を割り振ったほうがメリットは大きい。表 1 に量子化ビット数と相対感度の関係を示した。これを見ると、2bit-4level の量子化でもロス は 10% 程度にとどまることがわかる。

表 1: 量子化レベル数と感度の関係

量子化レベルの数	量子化しない場合に対する相対感度
2	0.64
3	0.81
4	0.88

ちなみに野辺山の場合、UWBC は 3 レベルと 4 レベルの間、FX は 4 レベルである。

## 2.2 フーリエ変換

### 2.2.1 有限長フーリエ変換

§1 ではいろいろなフーリエ変換の積分範囲を  $[-\infty, \infty]$  ととれた。しかし、現実の観測ではそれは不可能である。ここでは有限区間のフーリエ変換でどのような問題がおこるか、相互相関関数  $x_{12}(\tau)$  をフーリエ変換する場合を例に考えよう。

今、 $x_{12}(\tau)$  がある有限のラグ範囲  $[-\tau_0, \tau_0]$  でしか取れない場合、得られるフーリエ成分は以下のようにかける。

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi} \int_{-\tau_0}^{\tau_0} x_{12}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) x_{12}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin(\tau_0\omega')}{\pi\omega'} P_{12}(\omega - \omega') d\omega'. \end{aligned} \quad (12)$$

ただし、 $h(\tau)$  は箱形関数

$$h(\tau) = \begin{cases} 1 & |\tau| < \tau_0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (13)$$

である。図2に箱形関数  $h(\tau)$  とそのフーリエ変換  $\sin(\tau_0\omega)/(\pi\omega)$  (sinc function と呼ばれる) の形を示した。式(12)を見るとわかるように、得られるスペクトルは真のスペクトルに sinc function が畳み込まれた形になってしまい、理想的な状況から次のようなズレが生じてしまう。

- もとの周波数成分がデルタ関数的であっても、それが幅  $2(\tau_0)^{-1}$  程度になまってしまう。
- もとの周波数成分から離れたところに、偽の成分がでてしまう (サイドローブ)。

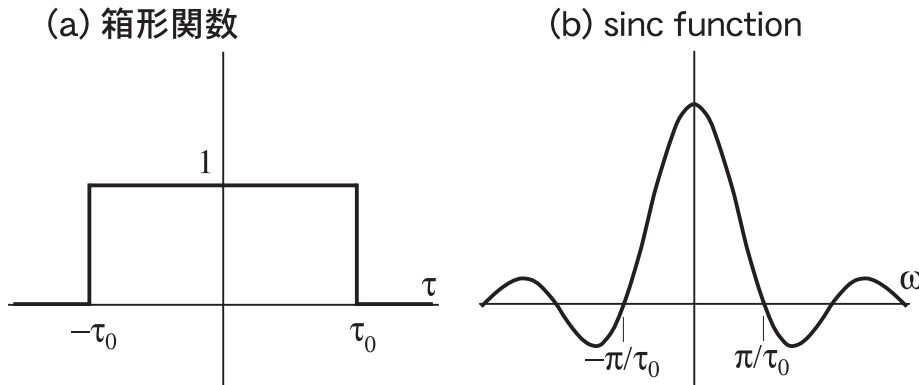


図 2: ラグの箱形関数とそのフーリエ変換

特に第二の影響は、非線形でかつ偽の特徴を出すので厄介者である。そこでこの効果を軽減するため、ラグ領域で端の部分を滑らかに落とした関数 (ラグ・ウインドウ) が箱形関数のかわりにしばしば用いられる。ハニング窓・ハミング窓などが良く知られている例である。ラグ・ウインドウをかけると、第一の影響はより顕著になってしまうが、サイドローブの影響は大幅に軽減できる。

NMAの相関器では、XF型のUWBCでラグ・ウインドウを選択できるようになっている。ラインが大変強くサイドローブが心配な場合はハミング窓を、ラインがさほど強くない場合や周波数分解能をけちりたくない場合は箱形関数を、それぞれ選ぶ。一方、FX型の相関器ではXF型ほどサイドローブの影響が深刻でないため、通常は何もしない。これはフーリエ変換をしてから相関をとる関係で、サイドローブ・パターンが sinc function の 2 乗の形になるからである。

### 2.2.2 帯域幅・周波数分解能と FFT パラメータ

離散デジタル信号に対するフーリエ変換はFFTにより効率的に実行されるが、FFTアルゴリズムの詳細な説明は省略する。帯域幅、周波数分解能といった実際の観測で重要なパラメータは、FFTのパラメータと以下のような関係がある。

サンプリング間隔が総帯域幅を制限していることは先に述べた通りである。一方、周波数分解能は、無限長のデータを扱えないことによりリミットされているが、これも、sinc functionの幅が取得できるラグ長に比例して細くなっていくことから想像できるだろう。表2と似たような関係は、イメージングのFFTでも現れる。

(参考 1) 実信号をFFTする際は、有効なチャンネル数を  $N$  として必要なFFT点数は  $2N$  となる。これは式(6)の事実と関係しているが、表2の関係からもそれは見てとれる。

表 2: 周波数帯域幅, 分解能に対応する信号処理パラメータ

	FX 的な見方	XF 的な見方
総帯域幅	(サンプリング間隔) <sup>-1</sup> × 0.5	(最小ラグ間隔) <sup>-1</sup> × 0.5
周波数分解能	(時系列データの長さ) <sup>-1</sup>	(ラグ全体の幅) <sup>-1</sup>

(参考 2) これまでの議論は, 単一鏡用にデザインされた分光計 (auto correlator) にも全て成り立つ. 単一鏡の場合,  $s_1(t), s_2(t)$  が同一信号になるだけである.

### 3 目立たないが実は相関器でやっていること

相関器の基本的な話題は §1, §2 で済んでおり, 通常理解としては十分な内容である. ところが, 実際の相関器には, (i) 位相スイッチング復調, (ii) 遅延追尾という, 現実の干渉計を実現するために欠かすことのできない機能が密かに盛り込まれている. ここではそれらの事柄を紹介する.

#### 3.1 位相スイッチング

位相スイッチングという方法を用いると, IF で混入するノイズや DC オフセットを除去したり (180° スwitching), USB と LSB を分けたりすることができる (90° スwitching). 以下にその原理と実現方法を述べる.

##### 3.1.1 周波数変換の原理と USB, LSB

ミリ波の場合, 局部発信機 (LO) の出力を混ぜることで RF 周波数を IF 周波数へダウンコンバートし, 様々な信号処理を行いやすくしている. 最初に, その振る舞いをまとめておこう.

まず, LO 信号  $g(t)$  として, 以下のようなものを考える.

$$g(t) = \cos \omega_0 t = \frac{1}{2} (e^{-j\omega_0 t} + e^{j\omega_0 t}), \quad \omega_0 > 0 \quad (14)$$

このフーリエ変換は,

$$G(\omega) = \frac{1}{2} [\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)] \quad (15)$$

である. さて, ミキシングの操作は入力信号を  $s(t)$  として  $s(t)g(t)$  と表わすことができ, その結果でてくる IF 信号のフーリエ成分は, 式 (15) も用いて, 以下のようにかける.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} s(t)g(t)e^{-j\omega t} dt &= \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega')G(\omega - \omega')d\omega' \\ &= \frac{1}{2} [S(\omega - \omega_0) + S(\omega + \omega_0)] \end{aligned} \quad (16)$$

ここで式 (16) から, ある IF 周波数  $\omega_{\text{IF}}$  を考えると, RF 周波数  $\omega_{\text{RF}} > 0$  として

$$\begin{aligned} \omega_{\text{IF}} \pm \omega_0 &= \omega_{\text{RF}} \\ \omega_{\text{IF}} \pm \omega_0 &= -\omega_{\text{RF}} \end{aligned}$$

を満たす RF が重なっていることがわかる. もう少し分かりやすく, 場合わけして考えてみよう.

**(i)  $\omega_{\text{IF}} = \pm(\omega_{\text{RF}} + \omega_0)$  の領域** これらはアップコンされた成分であり、通常は除去される。

**(ii)  $\omega_{\text{IF}} = \pm(\omega_{\text{RF}} - \omega_0)$  かつ  $\omega_{\text{IF}} > 0$  の領域** USB, LSB の RF 周波数成分を

$$\begin{aligned}\omega_{\text{RF}}^{(u)} &= \omega_0 + \omega_{\text{IF}} > 0 \\ \omega_{\text{RF}}^{(l)} &= \omega_0 - \omega_{\text{IF}} > 0\end{aligned}\quad (17)$$

として、式 (16) より出てくる周波数成分は、

$$S(-\omega_{\text{RF}}^{(l)}) + S(\omega_{\text{RF}}^{(u)}) \quad (18)$$

に比例。つまり、USB 側はそのまま、LSB 側が (符号反転した) 複素共役の形で IF に移動している。

**(ii)  $\omega_{\text{IF}} = \pm(\omega_{\text{RF}} - \omega_0)$  かつ  $\omega_{\text{IF}} < 0$  の領域** USB, LSB の RF 周波数成分を

$$\begin{aligned}\omega_{\text{RF}}^{(u)} &= \omega_0 - \omega_{\text{IF}} > 0 \\ \omega_{\text{RF}}^{(l)} &= \omega_0 + \omega_{\text{IF}} > 0\end{aligned}\quad (19)$$

として、式 (16) より出てくる周波数成分は、

$$S(-\omega_{\text{RF}}^{(u)}) + S(\omega_{\text{RF}}^{(l)}) \quad (20)$$

に比例。やはり USB 側はそのまま、LSB 側が複素共役の形で IF に移動している。

### 3.1.2 LO に位相オフセットが入った場合

それでは、LO に位相オフセット ( $\alpha$ ) が入った場合、出力はどのように変わるだろうか。この場合、 $g(t), G(\omega)$  は次のようになる。

$$g(t) = \cos(\omega_0 t + \alpha) = \frac{1}{2} \left( e^{-j(\omega_0 t + \alpha)} + e^{j(\omega_0 t + \alpha)} \right), \quad \omega_0 > 0 \quad (21)$$

$$G(\omega) = \frac{1}{2} \left[ e^{j\alpha} \delta(\omega - \omega_0) + e^{-j\alpha} \delta(\omega + \omega_0) \right] \quad (22)$$

RF 周波数成分の変換の様子を式 (16) と同様に計算すると、

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} s(t)g(t)e^{-j\omega t} dt = \frac{1}{2} \left[ e^{j\alpha} S(\omega - \omega_0) + e^{-j\alpha} S(\omega + \omega_0) \right]. \quad (23)$$

よって、IF での周波数成分は以下の式にそれぞれ比例することがわかる。

**(i)  $\omega_{\text{IF}} = \pm(\omega_{\text{RF}} - \omega_0)$  かつ  $\omega_{\text{IF}} > 0$  の領域** 式 (17) の約束を使い、

$$e^{j\alpha} S(-\omega_{\text{RF}}^{(l)}) + e^{-j\alpha} S(\omega_{\text{RF}}^{(u)}). \quad (24)$$

**(ii)  $\omega_{\text{IF}} = \pm(\omega_{\text{RF}} - \omega_0)$  かつ  $\omega_{\text{IF}} < 0$  の領域** 式 (19) の約束を使い、

$$e^{j\alpha} S(-\omega_{\text{RF}}^{(u)}) + e^{-j\alpha} S(\omega_{\text{RF}}^{(l)}). \quad (25)$$

### 3.1.3 180° スイッチング

以上の考察をもとに、まず 180° スイッチングの原理と効用を説明しよう。180° スイッチングとは、(i) LO の位相オフセット  $\alpha$  を  $(0, \pi)$  と交互にふり、IF の終段 (通常は相関器内部) でそれに同期させて  $(1, -1)$  をかける操作である。表 3 に、ある IF 周波数  $\omega_{\text{IF}}$  を考えたときに、 $\omega_{\text{RF}}^{(u)}$  と  $\omega_{\text{RF}}^{(l)}$  の周波数成分がどのように伝わるかをまとめた (式 (24)(25) 参照)。変復調両方の影響を受ける RF 信号は、USB/LSB とも二つの場合で同じ結果を与えるが、IF で混入するノイズについては復調のみ受けるので二つの場合で符号が反転する。つまり、二つの場合の平均をとると、RF 信号に影響を与えることなく IF で混入するノイズをキャンセルできる。

表 3: 180° スイッチング

変調 ( $\alpha$ )	復調 (scaling)		変調後の IF 信号	復調後の信号
0	1	$\omega_{\text{IF}} > 0$	$S(\omega_{\text{RF}}^{(u)}) + S(-\omega_{\text{RF}}^{(l)})$	$S(\omega_{\text{RF}}^{(u)}) + S(-\omega_{\text{RF}}^{(l)})$
		$\omega_{\text{IF}} < 0$	$S(-\omega_{\text{RF}}^{(u)}) + S(\omega_{\text{RF}}^{(l)})$	$S(-\omega_{\text{RF}}^{(u)}) + S(\omega_{\text{RF}}^{(l)})$
$\pi$	-1	$\omega_{\text{IF}} > 0$	$-S(\omega_{\text{RF}}^{(u)}) - S(-\omega_{\text{RF}}^{(l)})$	$S(\omega_{\text{RF}}^{(u)}) + S(-\omega_{\text{RF}}^{(l)})$
		$\omega_{\text{IF}} < 0$	$-S(-\omega_{\text{RF}}^{(u)}) - S(\omega_{\text{RF}}^{(l)})$	$S(-\omega_{\text{RF}}^{(u)}) + S(\omega_{\text{RF}}^{(l)})$

### 3.1.4 90° スイッチング

次に 90° スイッチングにより、USB と LSB の成分を分離する方法を説明する。90° スイッチングとは、(i) LO の位相オフセット  $\alpha$  を  $(0, \pi/2)$  と交互にふり、IF の終段 (通常は相関器内部) でそれに同期させて  $(1, j)$  をかける操作である。表 4 に、ある IF 周波数  $\omega_{\text{IF}}$  を考えたときに、 $\omega_{\text{RF}}^{(u)}$  と  $\omega_{\text{RF}}^{(l)}$  の周波数成分がどのように伝わるかを示した (式 (24)(25) 参照)。

表 4: 90° スイッチング

変調 ( $\alpha$ )	復調 (scaling)		変調後の IF 信号	復調後の信号
0	1	$\omega_{\text{IF}} > 0$	$S(\omega_{\text{RF}}^{(u)}) + S(-\omega_{\text{RF}}^{(l)})$	$S(\omega_{\text{RF}}^{(u)}) + S(-\omega_{\text{RF}}^{(l)})$
		$\omega_{\text{IF}} < 0$	$S(-\omega_{\text{RF}}^{(u)}) + S(\omega_{\text{RF}}^{(l)})$	$S(-\omega_{\text{RF}}^{(u)}) + S(\omega_{\text{RF}}^{(l)})$
$\frac{\pi}{2}$	$j$	$\omega_{\text{IF}} > 0$	$-jS(\omega_{\text{RF}}^{(u)}) + jS(-\omega_{\text{RF}}^{(l)})$	$S(\omega_{\text{RF}}^{(u)}) - S(-\omega_{\text{RF}}^{(l)})$
		$\omega_{\text{IF}} < 0$	$jS(-\omega_{\text{RF}}^{(u)}) - jS(\omega_{\text{RF}}^{(l)})$	$-S(-\omega_{\text{RF}}^{(u)}) + S(\omega_{\text{RF}}^{(l)})$

表 4 で示された復調後信号の平均をとると、 $\omega_{\text{IF}} > 0$  では LSB 側の寄与が消え去って USB 側 ( $S(\omega_{\text{RF}}^{(u)})$ ) だけが残るのに対し、 $\omega_{\text{IF}} < 0$  では逆に USB 側の寄与が消え去って LSB 側 ( $S(\omega_{\text{RF}}^{(l)})$ ) だけが残る。つまり、90° 変復調をしてからフーリエ変換することで、USB 側と LSB 側の寄与を分離できる。

野辺山で使われている UWBC はこの方法にそってサイドバンド分離が行われている。具体的には、変調がかかっていない相互相関を実部に、 $\pi/2$  の変調がかかった相互相関を虚部にいれ、それらをまとめて複素 FFT する。この方法だと、FFT の全チャンネルを有効に使い、しかも中心チャンネル ( $\omega = 0$  に対応) を境に LSB, USB の成分がきれいに分かれるので、データ取得の面からも好都合である。



(参考) 実信号をフーリエ変換すると  $\pm\omega$  成分が出てくるが,  $90^\circ$  スイッチング後の USB/LSB 信号は, 片側の符号しか周波数成分が出てこない. このような性質をもつ複素信号のことを, 元の時系列信号に対する “analytic signal” と呼ぶ.

### 3.1.5 実際の変復調パターン

$90^\circ/180^\circ$  スイッチングを実現するには, アンテナ間に共通して入る IF 雑音成分を除去するため, 各アンテナで直交するような Walsh パターンにしたがって変復調するのが普通である. ただしこの方法だと, 素子数が増えると Walsh パターンが非常に長くなってしまいうという難点がある (Walsh 関数の 1 パターン内の平均でサイドバンド分離・IF ノイズ除去が実現されるので, 1 パターンが長くなりすぎると天体信号やノイズの状態そのものが変わってしまう可能性がある). LMSA/ALMA 等に向けて, より効率的なスイッチング法の模索が続けられている.

## 3.2 遅延追尾・ $\Delta\omega$ 補正

実際の干渉計は, 地面にアンテナを置かなくてはならないという制限から, 二つのアンテナ間の RF 信号には遅延が含まれる. 相関をとる前にはこの遅延の影響をゼロにするよう IF で合わせ込まなくてはならない. デジタル化された信号に対しては “シフト・レジスタ” というデバイスを使うことで遅延量を比較的容易に制御できるため, 多くの場合, 相関器内部に遅延を合わせ込む機能が含まれている. また相関器とは直接関係ないが, 遅延追尾に伴って LO の位相制御もあわせて必要になる. ここでは, これらの話題についてまとめて紹介しよう.

### 3.2.1 遅延がある場合に出てくる付加位相

これまでは電波源と素子アンテナが正対する位置関係で考えてきたが, 今度はアンテナ間で光路長に差がある場合に相関信号がどのような影響を受けるかを考えよう. 今, アンテナ 1 の入力信号に対するアンテナ 2 の入力信号の幾何学的遅延を  $\tau_g$  とし, それを打ち消すためにアンテナ 1 側の IF でデジタル遅延  $\tau_d$  を入れる状況を考える (図 3). ここでは簡単のため, USB のある RF 周波数成分  $\omega_{\text{RF}}^{(u)} > 0$ , 及びそれに対応する IF 周波数  $\omega_{\text{IF}} = \omega_{\text{RF}}^{(u)} - \omega_0 > 0$  にしぼり, 信号の流れを順に追ってみよう.

1. まずアンテナでの受信信号は次のように書ける.

$$S_1(\omega_{\text{RF}}^{(u)}) \exp [j\omega_{\text{RF}}^{(u)} t] : (\text{antenna 1}) \quad (26)$$

$$S_2(\omega_{\text{RF}}^{(u)}) \exp [j\omega_{\text{RF}}^{(u)} (t - \tau_g)] : (\text{antenna 2}) \quad (27)$$

2. 次にミキシングした後の IF 信号を考える. アンテナ 1 にはミキシング後,  $\tau_d$  が入るが, ここではその効果も含めよう. すると IF 信号は, それぞれの LO の固定位相オフセットを  $\alpha_1, \alpha_2$  とし, 以下のように書ける (式 (24) も参照).

$$S_1(\omega_{\text{RF}}^{(u)}) \exp [j(\omega_{\text{IF}}(t - \tau_d) - \alpha_1)] : (\text{antenna 1}) \quad (28)$$

$$S_2(\omega_{\text{RF}}^{(u)}) \exp (-j\omega_{\text{RF}}^{(u)} \tau_g) \exp [j(\omega_{\text{IF}} t - \alpha_2)] : (\text{antenna 2}) \quad (29)$$

3. 最後に, 式 (28), (29) の相互相関を取ると,

$$S_1(\omega_{\text{RF}}^{(u)}) S_2^*(\omega_{\text{RF}}^{(u)}) \times \exp [j((\alpha_2 - \alpha_1) + \omega_{\text{RF}}^{(u)} \tau_g - \omega_{\text{IF}} \tau_d)]. \quad (30)$$

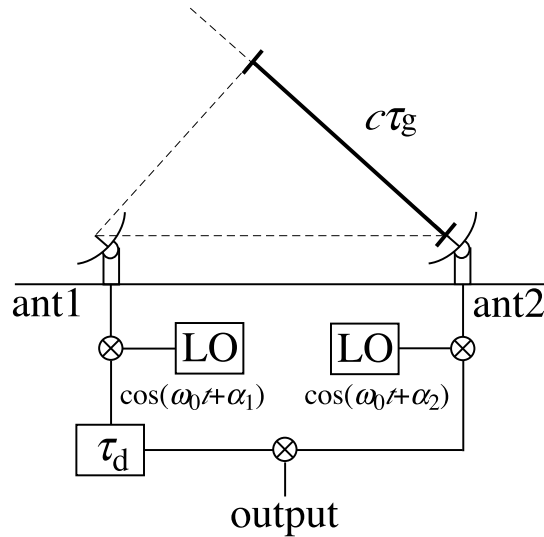


図 3: 現実的な干渉計

結局、式 (30) の  $\exp$  以下が余分な項である。現実の干渉計では、この項に含まれる付加位相

$$(\alpha_2 - \alpha_1) + \omega_{\text{RF}}^{(u)}\tau_g - \omega_{\text{IF}}\tau_d = (\alpha_2 - \alpha_1) + (\omega_0 + \omega_{\text{IF}})\tau_g - \omega_{\text{IF}}\tau_d \quad (31)$$

をゼロにするように制御しなくてはならない。

### 3.2.2 実際の遅延制御・フリッジ回転

実際には、遅延制御とそれに伴う位相補正は以下の手順で行われている。

1.  $\omega_0\tau_g + (\alpha_2 - \alpha_1) = 0$  となるよう、LO の位相を制御する。実際は  $\tau_g$  の時間変化があるので、それに伴い、かなりの速度で位相を回す操作が必要になる。これを “Fringe Rotation / Fringe Stopping” などと呼ぶ。
2.  $\tau_g - \tau_d \equiv \Delta\tau$  になるべく小さくなるよう、相関器内のデジタル遅延  $\tau_d$  を設定する。なお可干渉性の要請から、最低でも  $\Delta\tau \ll (1/\Delta\nu)$  (ただし、 $\Delta\nu$  は分光後 1 チャンネルの周波数幅) を満たすことが必要である。
3. 残りの部分  $\omega_{\text{IF}}\Delta\tau$  は、残ってしまった微小遅延に起因する誤差であり、周波数方向にそった一次の位相傾斜として現れる。これはフーリエ変換後、位相を  $\omega_{\text{IF}}$  の関数として回転することで補正され、実際の装置では相関器内の F 部後に数値的に行なわれる。この操作は、少なくとも野辺山近辺では “ $\Delta w$  補正” と呼ばれている (世界的に通じるかは不明)。 $\Delta w$  補正が正しく行われるためには、この位相項の時間変化量 (微係数  $\omega_{\text{IF}}(d\tau_g/dt)$ ) が十分に小さいと見なせる時間ごとにフーリエ変換を行い、補正を施す必要がある。

このように実際の干渉計では、遅延追尾に関わる操作も、実は分光相関器が担当しているのである。

(参考) 上記の説明は Fringe Stopping を  $\omega_0$  で行ったケースであるが、実際は任意の  $\omega_{\text{RF}}$  で行うことができる。この場合でも、補正しきれない付加位相については、すべて  $\Delta w$  補正に押し付ける形になる。NMA の場合、相関器のハード的制約により、Fringe Stopping は FX 相関器の中心 RF 周波数で行うように決められている。