

2025 年度
学士卒業論文

ALMA が得た多波長ビジビリティに基づく
TW Hya 原始惑星系ダスト円盤の
非軸対称構造と鉛直分布の解析

茨城大学理学部理学科
物理学コース

22S2039L 間部莉帆

概要

本研究では、近傍の原始惑星系円盤 TW Hya を対象に、ALMA 望遠鏡による多波長連続波観測データ (Band 3, 4, 6, 7) を用いて、ダスト円盤の構造および物理特性の解析を行った。解析においては、干渉計の観測量であるビジビリティに対して直接軸対称モデルのフィッティングを行う手法 (protomidpy) を使用し、各バンド独立に動径輝度分布と幾何パラメータを推定した。その結果、円盤の傾斜角に有意な周波数依存性が見出され、高周波帯 (Band 6, 7) において低周波帯 (Band 3, 4) よりも face-on に近い値として推定される傾向を確認した。本研究では、この見かけの傾斜角の差を円盤の有限の鉛直厚みに起因する射影効果と解釈し、簡易的な幾何モデルを用いて高周波帯の放射を担う微小ダスト層のスケールハイトを $h/r \sim 0.05$ と見積もった。さらに、円盤内部の物理状態を定量的に制約するため、ダストの吸収と散乱を含む輻射輸送モデルに基づくベイズ推定を試みた。また、最適モデルを差し引いた残差画像の解析から、円盤中心から $r \sim 52$ au の位置に非軸対称な局所的放射超過 (クランプ構造) を検出した。同構造の Band 4 帯における検出は本研究が初である。この構造に対して多波長フラックスを用いた SED 解析を試みた結果、スペクトル指数は $\alpha = 1.94 \pm 0.39$ と推定され、当該領域が光学的に厚い放射であることが示唆された。

目次

概要	2
第 1 章 序論	5
1.1 原始惑星系円盤とは	5
1.2 ダストの熱放射とトレースする面	6
1.3 TW Hya について	7
1.3.1 鉛直構造	9
1.3.2 局所構造	9
1.4 本研究の目的	10
第 2 章 観測データ	11
第 3 章 研究方法	15
3.1 protomidpy	15
3.2 幾何学的に薄い軸対称円盤の解析モデル	16
3.2.1 Face-on 円盤	17
3.2.2 傾いた円盤	17
3.3 逆モデリング	18
3.3.1 観測データとノイズモデル	18
3.3.2 輝度分布に対する事前分布	18
3.3.3 輝度分布の事後分布	19
3.3.4 幾何パラメータとハイパーパラメータの尤度	19
3.3.5 MCMC による推定	19
第 4 章 結果	20
4.1 連続波画像の作成と動径輝度プロファイル	20

4.2	protomidpy のフィッティング結果	22
4.3	Macias et al. 2021 との動径輝度プロファイルの比較	25
4.4	残差画像と非軸対称構造 (Clump) の検出	27
4.4.1	残差画像と Clump	27
4.4.2	$r \sim 52$ au の局所構造 (Clump) の SED 解析	30
4.5	CLEAN 設定の違いの測定に与える影響	34
第 5 章	考察	40
5.1	幾何パラメータの周波数依存性と円盤鉛直構造の考察	40
5.1.1	見かけの傾斜角の周波数依存性	40
5.1.2	円盤の厚み検証に向けた今後の展望	43
5.1.3	傾斜角推定の不確実性が物理量に与える影響	45
5.2	多波長ベイズ推定による円盤物理量の導出と妥当性評価	46
5.2.1	ダスト不透明度と散乱特性	46
5.2.2	モデルの定義	47
5.2.3	推定結果	49
5.2.4	Macias et al. 2021 と本研究の使用データにおける差異の検証 . .	52
5.3	$r \sim 52$ au の局所構造 (Clump) の物理的性質と起源	52
第 6 章	まとめ	55
	謝辞	56
付録 A	protomidpy の詳細	58
A.1	Visibility と天体輝度分布の関係	58
A.2	ハンケル変換	58
A.3	離散ハンケル変換 (Discrete Hankel Transform)	59
A.4	傾斜角 (Inclination) と位置角 (Position Angle) の定義	63
A.5	Deprojection (逆投影) 処理	63
付録 B	各観測バンドにおける MCMC の事後分布	66

第 1 章

序論

1.1 原始惑星系円盤とは

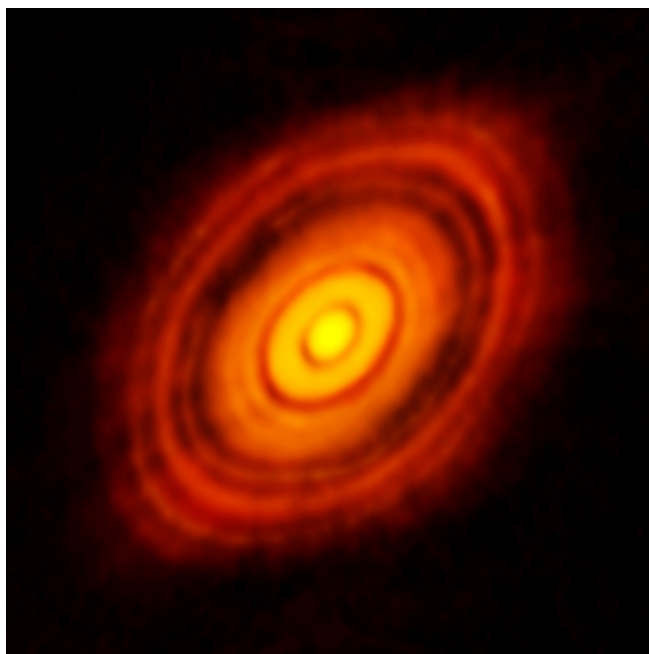


図 1.1 アルマ望遠鏡でとらえた、おうし座 HL 星の原始惑星系円盤 [1]。

原始惑星系円盤とは、主系列星より前の進化段階にある若い星 (Young Stellar Objects=YSOs) に付随した星周円盤 (ガスとダストからなる円盤) のことである。これらは惑星形成の場として研究されている (図 1.1)[2]。ALMA 高解像度観測により、原始惑星系円盤にリングやギャップ、腕やスパイラル構造が普遍的に存在することが明らかになっ

た [3][4][5]。これらの構造はダストの集積や惑星形成と密接に関連すると考えられており、円盤内部の物理構造を詳細に制限することが重要となっている。

1.2 ダストの熱放射とトレースする面

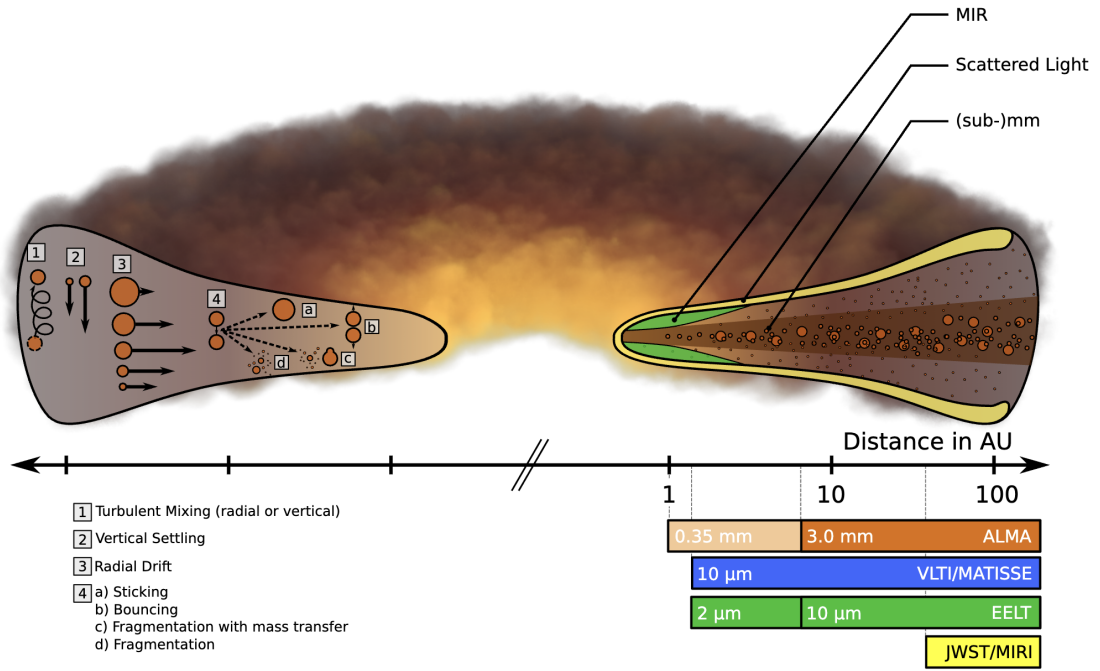


図 1.2 原始惑星系円盤の概念図 [6]。

短波長（可視光・近赤外線）ではダスト散乱や高い光学的厚みにより円盤表層が主に観測される。一方、ミリ波・サブミリ波では光学的厚みが比較的小さく、円盤中層から赤道面付近の情報を得やすい。そのため、ALMA によるミリ波連続波観測は、円盤中層から赤道面付近に存在する mm サイズダストの空間分布を直接的に探る強力な手法である。波長によって粒子のサイズの感度が異なるため、多波長データ解析はダストのサイズ分布に制約を与えることを目的として行われる [7][8][9][10]。円盤内に存在するダスト粒子のサイズ分布を明らかにすることは、粒径成長および惑星形成過程を理解する上で重要である [11]。

円盤の物理状態を議論する上で、まず連続波放射の基本式を確認する。散乱や背景光を無視した場合、輝度 I_ν はダスト温度 T_d および光学的厚み τ_ν を用いて

$$I_\nu = B_\nu(T_d) (1 - \exp(-\tau_\nu))$$

と表される。ここで、 $\tau_\nu = \Sigma_d \kappa_\nu$ であり、 Σ_d はダスト面密度、 κ_ν はダスト不透明度であり $\kappa_\nu \propto \nu^\beta$ と不透明度指数 β で特徴づけられる [12]。

光学的に薄い条件 $\tau_\nu \ll 1$ かつレイリー・ジーンズ近似が成り立つ場合には、 $I_\nu \propto \nu^{2+\beta}$ となり、観測されるスペクトル指数 α は

$$\alpha = 2 + \beta$$

と近似できる。この関係式に基づき、多波長観測はダスト粒径分布を反映すると解釈されてきた。

しかし近年、散乱の寄与や光学的厚みが無視できない場合があることが示されており [8, 9]、単純な $\alpha = 2 + \beta$ の関係は必ずしも成立しないことが明らかになっている。単純に光学的な厚みを無視してしまうと、質量を過小評価することが指摘されている。したがって、多波長連続波観測の解釈においては、光学的厚みの効果を慎重に考慮する必要がある。

1.3 TW Hya について

原始惑星系円盤には多様なサブ構造がある。TW Hya はほぼ face-on ($i \sim 5^\circ$) であり、顕著な大規模スパイラルは見られない [13]。図 1.3 に示す ALMA Band 7 連続波画像からも分かるように、円盤には同心円状の多重リング・ギャップ構造が明瞭に確認されている。この幾何学的特性により、軸対称近似に基づく動径方向解析が有効であり、非軸対称構造や残差成分を高感度で抽出することが可能となる。また、TW Hya は地球から約 60 pc と非常に近距離に位置する代表的な原始惑星系円盤であり（表 1.1）、ALMA による高解像度観測では数 au スケールに相当する構造まで分解されている。この距離の近さと低傾斜角という特性は、円盤構造の詳細解析において大きな利点となる。前節で述べたように、ミリ波・サブミリ波連続波は円盤中層から赤道面付近のダスト成分をトレースする。TW Hya のように空間分解能が高い観測が可能な天体なので、様々な望遠鏡で観測がされており、ALMA の観測データも充実している。そのため、多波長観測による手法の検証に適した天体である。

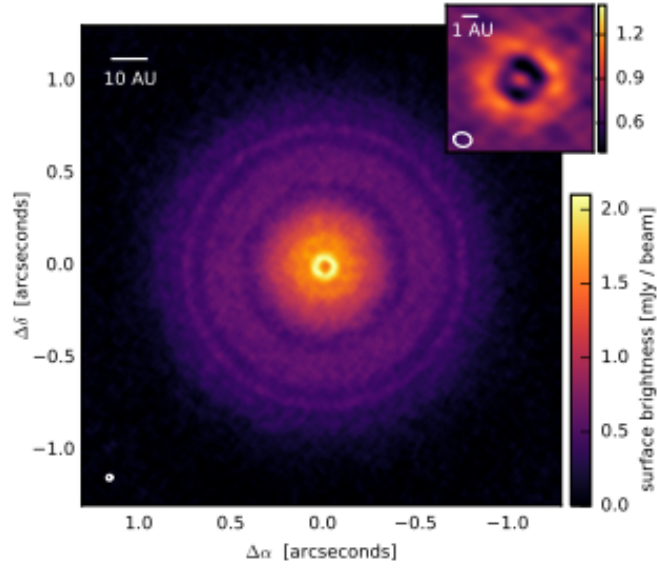


図 1.3 ALMA による TW Hya の $870\ \mu\text{m}$ (Band 7) 連続波の合成画像。Andrews et al. 2016[13] 図 1 から引用。メイン画像の合成ビームサイズ (FWHM) は $30\ \text{mas}$ ($1.6\ \text{au}$)、RMS ノイズレベルは $\sim 35\ \mu\text{Jy beam}^{-1}$ である。挿入図 (Inset) は、より高解像度 ($24 \times 18\ \text{mas}$, $1.3 \times 1.0\ \text{au}$) の画像を用いた、中心領域の幅 $0.2''$ ($10.8\ \text{au}$) の拡大図である。

表 1.1 TW Hya の恒星および円盤の物理的性質

物理量	値	参考文献
恒星パラメータ		
赤経 (J2000)	$11^{\text{h}}01^{\text{m}}51^{\text{s}}.91$	[4]
赤緯 (J2000)	$-34^{\circ}42'17''.03$	[4]
距離 d	$60.1\ \text{pc}$	[14]
スペクトル型	M0.5	[15]
恒星質量 M_*	$0.81\ M_{\odot}$	[16]
年齢	$\sim 8\ \text{Myr}$	[17]
幾何パラメータ		
傾斜角 i	5.0°	[18]
位置角 PA	152°	[18]

1.3.1 鉛直構造

原始惑星系円盤の詳細構造を理解する上で、動径方向のリング構造だけでなく、鉛直方向の構造（厚み）および非軸対称な局所構造の解釈が重要である [6]。ガス円盤のスケールハイトは静水圧平衡を仮定することで中心星質量と温度から理論的に決定できる。一方、ダストは粒径成長と沈降の影響を受けるため、その鉛直構造は乱流強度に依存し、観測的制約は容易ではない。ダスト円盤の鉛直構造（厚み）を推定する研究としては、円盤の傾き（Inclination）を利用し、リングの方位角方向の輝度変化から厚みを推定した研究がある。例えば、HD 163296 のような傾いた円盤 ($i \sim 46^\circ$) に対する解析や [19]、edge-on 円盤に対する ALMA 多波長観測研究が報告されている [20]。しかし、TW Hya はほぼ face-on であるため、幾何学的効果を利用した厚みの直接測定が困難であり、観測的制約は十分とは言えない。実際の数値シミュレーションではダストスケールハイトを仮定して解析が行われている。RADMC3D のシミュレーションにおいて [8] は半径 $r = 10\text{au}$ でダストスケールハイトを $h/r = 0.05$ と仮定しており、[21] では半径 $r = 10\text{au}$ でダストスケールハイトを $h/r = 0.63$ と仮定している。

1.3.2 局所構造

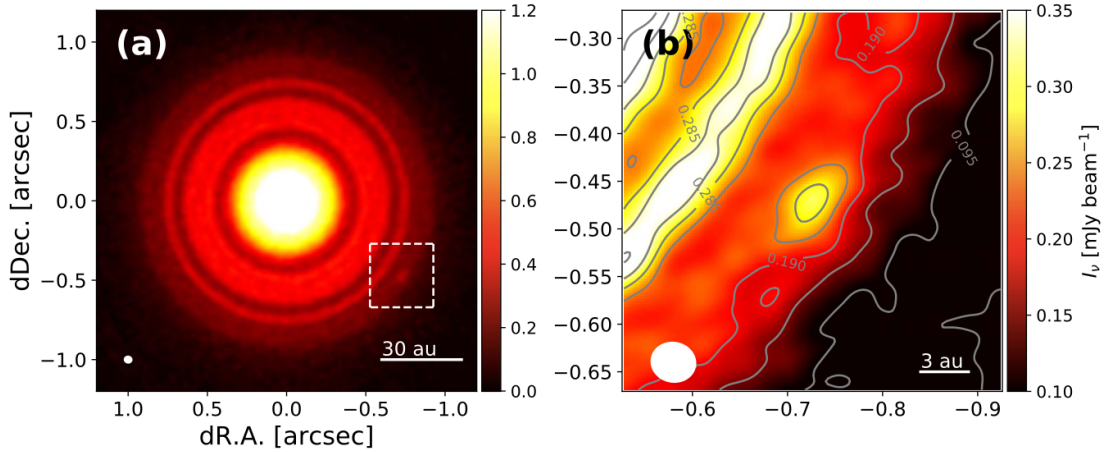


図 1.4 233 GHz 連続波マップ。各パネルの左下にある白い楕円は、合成画像のビームサイズを示している。(a) 233 GHz 連続波放射の全体分布。(b) 放射構造を含む $0.4'' \times 0.4''$ 領域の拡大図（メイン画像の白枠部分）。等高線の間隔は 5σ であり、 $1\sigma = 9.1 \mu\text{Jy beam}^{-1}$ である。Tsukagoshi et al. 2019[22] 図 1 より引用。

Tshukagoshi et al. 2019[22] は TW Hya の band 7 観測において円盤中心から $r \sim 52\text{au}$ に局所的な放射を検出した。この放射は他の band でも確認されており [9]、ダストの渦あるいは CPD の可能性が議論されているが、現時点ではダストの渦とする解釈が比較的有力であるとされている。

1.4 本研究の目的

円盤の鉛直の厚みや非軸対称な構造を取り出すには Visibility フィッティングによる残差解析が有効であると考えられる。代表例として frank[23] が挙げられる。この手法では幾何学的に薄く軸対称な円盤モデルを仮定し、観測量 (visibility) に直接フィットを行い、モデルとの差分 (残差) を解析する。しかし、frank では円盤の幾何学パラメータを手動で決定する必要があり、誤った幾何パラメータを採用した場合には人工的な構造が生じる可能性が指摘されている [24]。Aizawa et al. 2024[25] で提案された protomidpy は、円盤の幾何パラメータと動径方向の輝度分布を同時に推定できる手法である。観測データに対して統計的に尤もらしいパラメータを探索するため、手動調整に依存しない再現性の高い解析が可能である。

本研究では、TW Hya の ALMA 多波長データ (band 3, 4, 6, 7) に protomidpy を適用する。得られた最適モデルからの残差画像を解析し、非軸対称構造および鉛直構造に関して制限を与えることを目的とする。鉛直構造に関して、Visibility フィットから得た幾何パラメータにより推定したダスト円盤の厚みについては RADMC3D を用いた輻射輸送シミュレーションも検討していく。

第 2 章

観測データ

本研究で使用した ALMA 観測データは、足利大学の塚越崇氏より提供されたものである。データはすでにキャリブレーションが施されており、その処理の詳細については Tsukagoshi et al. 2022 [10] に記載されている。

提供された各バンド (Band 3, 4, 6, 7) の観測データ (Visibility) における空間周波数 (uv) カバレッジを図 2.1 に示す。図が示すように、Band 3 では約 $5000\text{ k}\lambda$ まで比較的対称的にサンプリングされているのに対し、高周波のバンドになるにつれてより大きな uv 距離までデータが取得されており、Band 7 では最大で約 $12000\text{ k}\lambda$ に達している。

本研究では、これらの Visibility データに対して CASA を用いてイメージング処理 (CLEAN) を行った。画像化の際の点広がり関数 (Point Spread Function; PSF)、すなわち合成ビームの全体像を図 2.2 に、その中心付近の拡大図を図 2.3 に示す。図から、前述の uv カバレッジの分布を反映したサイドローブの広がりや、各バンドの空間分解能および位置角 (PA) に応じたビーム形状の違いが確認できる。

最終的なイメージングにおける設定パラメータ (Robust 値など) および得られた観測画像の特性 (ビームサイズ、総フラックス、RMS ノイズ) は、表 4.1 にまとめた。

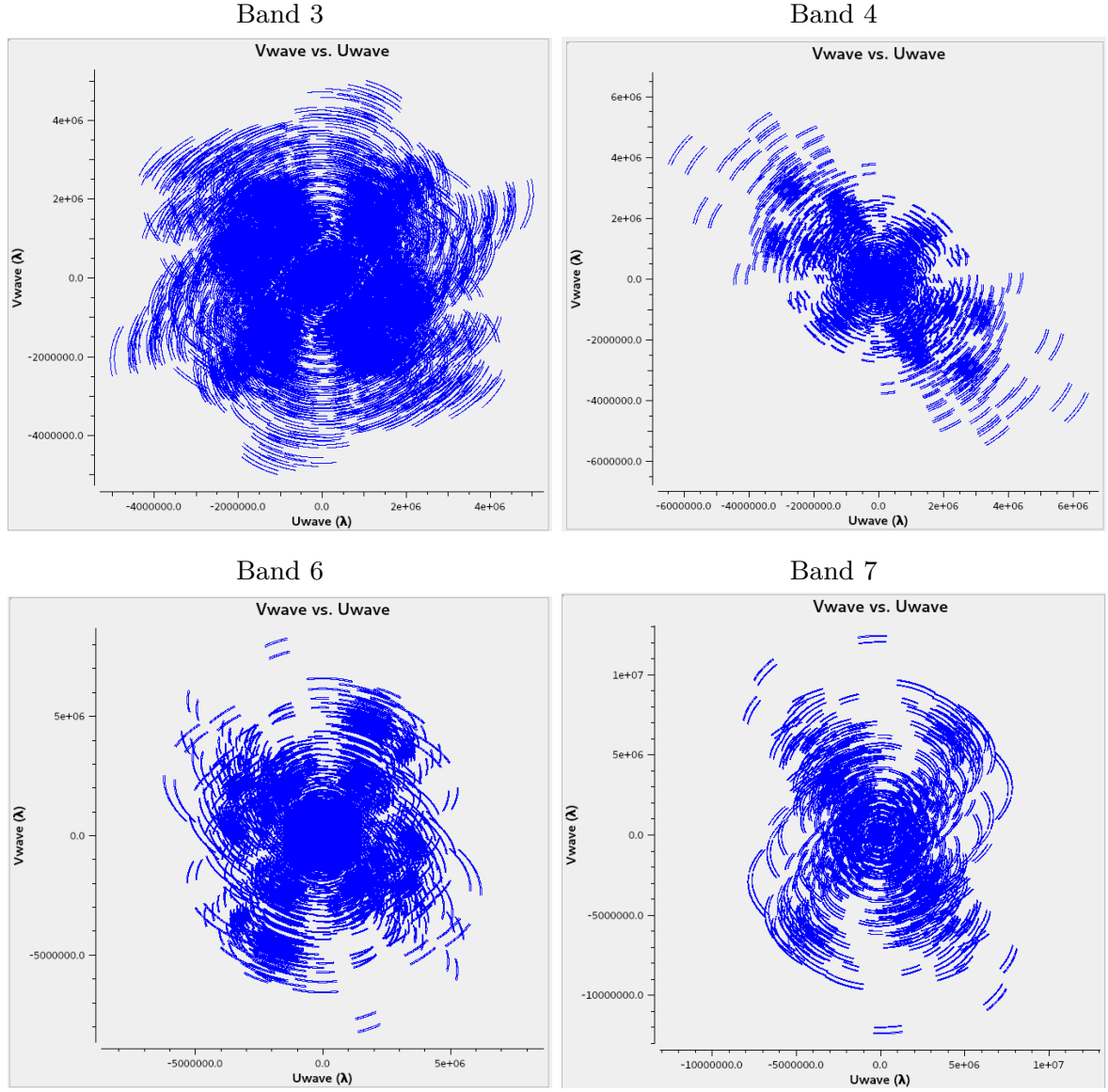


図 2.1 ALMA Band 3, 4, 6, 7 における uv カバレッジ。
 上段に Band 3 および Band 4、下段に Band 6 および Band 7 を配置している。
 Band 3 ではおよそ 5000 k λ まで比較的対称的にサンプリングされている。Band 4 では最大 6000 k λ 程度まで到達しており、観測トラックに沿った分布が見られる。Band 6 の最大基線長は約 10000 k λ 、Band 7 では約 12000 k λ に達している。周波数が高くなるにつれて、同一物理基線長に対する空間周波数が増加するため、より大きな uv 距離までサンプリングされている。この uv カバレッジの分布は合成ビームサイズおよび形状に直接影響を与える。

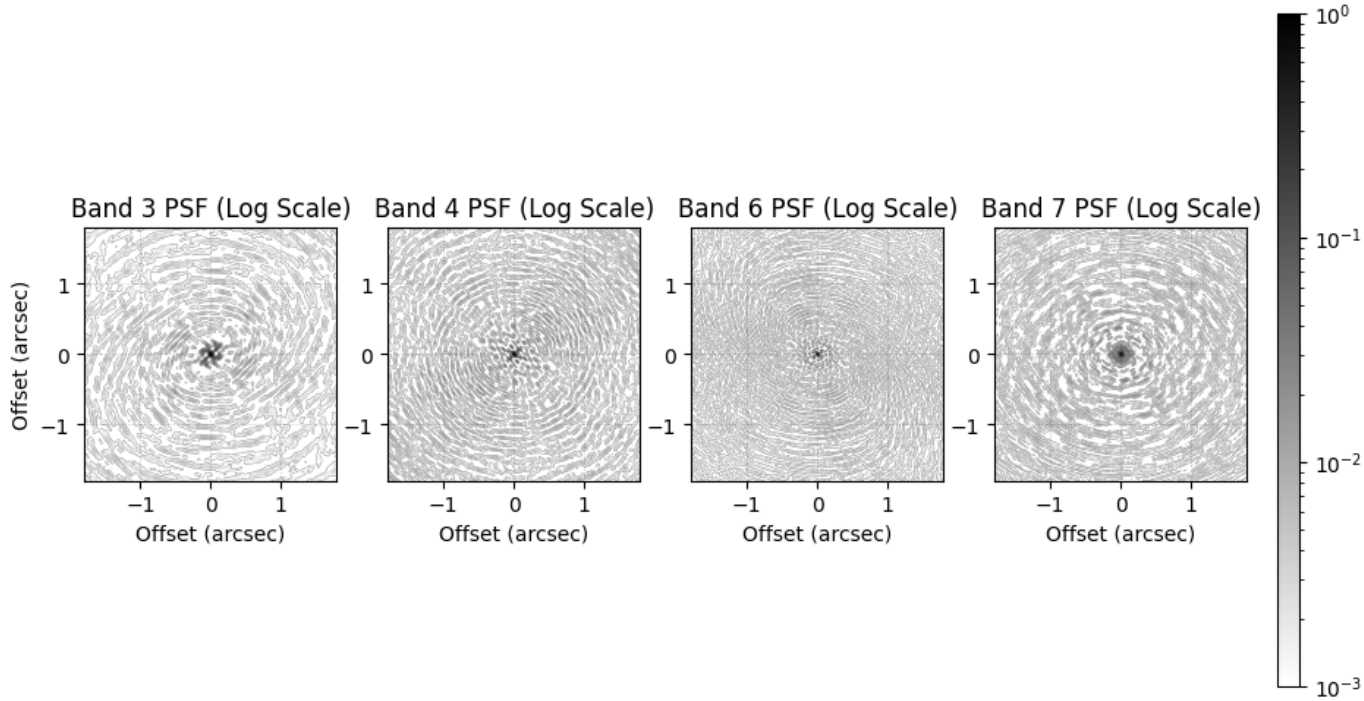


図 2.2 合成ビームの全体像。各バンドにおける点広がり関数 (Point Spread Function; PSF) の全体像 (対数スケール)。uv カバレッジの分布に対応したサイドローブのパターンが確認できる。

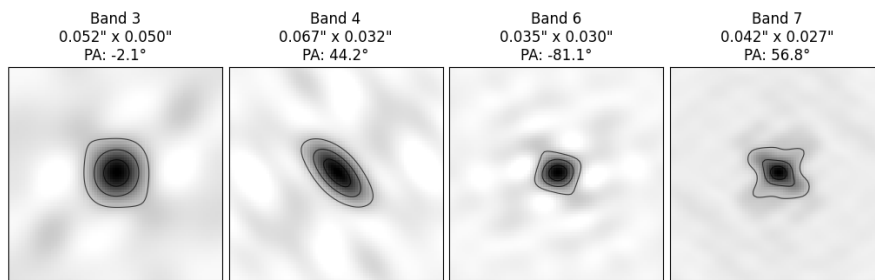


図 2.3 合成ビームの拡大図。各バンドの空間分解能 (FWHM) と位置角 (PA) を反映した形状となっている。詳細なビームパラメータは表 4.1 を参照。

ID	PI	Date	Configuration	$L_{\min}$ (m)	$L_{\max}$ (m)	t_{integ} (minutes)	B_{total} (MHz)	CASA Ver.
Band 3								
2016.1.00229.S	Bergin, E.	2017 Aug 1	C40-7	17	149	41	2293	4.7.2
2018.1.01218.S	Macias, E.	2019 Jun 24–Jul 8	C43-9/10	149	16196	209	7500	5.4.0
Band 4								
2015.A.00005.S	Tsukagoshi, T.	2015 Dec 2	C36-8/7	17	10803	43	7500	4.5.0
2015.1.00845.S	Favre, C.	2016 Apr 29	C36-2/3	15	640	80	3750	4.5.3
2015.1.00845.S	Favre, C.	2016 Jun 1	C40-4	15	713	76	1875	4.5.3
2016.1.00842.S	Tsukagoshi, T.	2017 Sep 28	C40-6	19	1808	37	7500	4.7.0
2016.1.00842.S	Tsukagoshi, T.	2016 Oct 21	C40-8/9	41	14851	23	7500	4.7.2
2016.1.00440.S	Teague, R.	2016 Oct 22	C40-6	19	1400	141	1875	4.7.0
Band 6								
2013.1.00387.S	Guilloteau, S.	2015 May 13	C34-3	21	558	47	1875	4.2.2
2013.1.00114.S	Ob`erg, K.	2014 Jul 19	C34-4/5	34	650	43	938	4.2.2
2015.A.00005.S	Tsukagoshi, T.	2015 Dec 2	C36-8/7	17	10803	40	7500	4.5.0
2016.1.00842.S	Tsukagoshi, T.	2017 May 15	C40-5	15	1121	11	7500	4.7.2
2017.1.00520.S	Tsukagoshi, T.	2017 Nov 20	C43-8	92	8548	118	7500	5.1.1
Band 7								
2015.1.00686.S	Andrews, S.	2015 Nov 23	C36-8/7	17	14238	132	6094	4.5.0
2015.1.00308.S	Bergin, E.	2016 Mar 8	C36-3	15	460	69	3750	4.5.2
2016.1.00229.S	Bergin, E.	2016 Nov 23	C40-4	15	704	49	3281	4.7.0
2016.1.00440.S	Teague, R.	2016 Nov 27	C40-3	15	704	48	1172	4.7.2
2016.1.00464.S	Walsh, C.	2016 Dec 3	C40-4	15	704	342	1875	4.7.2
2016.1.01495.S	Nomura, H.	2016 Dec 6	C40-3	15	704	43	1172	4.7.0
2016.1.00629.S	Cleeves, I.	2016 Dec 30	C40-3	15	460	84	2578	4.7.0
2016.1.00311.S	Cleeves, I.	2017 May 21	C40-5	15	390	48	1875	4.7.2

表 2.1 ALMA 観測データの情報 ([10] より)。

第 3 章

研究方法

3.1 protomidpy

本研究で用いた解析手法である protomidpy (Aizawa et al. 2024) [25] について述べる。図 3.1 は、解析プロセスの概念図である。



図 3.1 protomidpy の処理の概念図。観測された円盤から最適化された薄い軸対称モデルを差し引くことで、非軸対称構造を抽出する。

干渉計の観測データ (Visibility) を直接画像化 (CLEAN 処理) する場合、穴あきな uv カバレッジに起因するサイドローブなどのアーティファクトが生じやすく、微弱な構造の特定が困難になることがある。protomidpy は、観測量である Visibility に対して直接モデルフィッティングを行う手法である。

具体的には、円盤の幾何パラメータ (中心座標のズレ $\Delta x, \Delta y$ 、傾斜角 i 、位置角 PA) と、動径方向の輝度分布 $I(r)$ を同時に自由パラメータとし、マルコフ連鎖モンテカルロ法 (MCMC) を用いて統計的に尤もらしい軸対称モデルを推定する。

protomidpy の特徴の一つは、図 3.1 に示すように、幾何学的に薄い軸対称円盤のモデル Visibility を、観測データから直接差し引くことができる点である。これにより、軸対称成分に埋もれていた非軸対称構造（局所的なダストの集積など）や、薄円盤仮定からのズレ（円盤の有限の厚みによる効果など）を、残差として抽出することが可能となる。本研究ではこの残差解析を主軸とし、TW Hya 円盤に潜む局所構造および鉛直構造の検証を行う。

3.2 幾何学的に薄い軸対称円盤の解析モデル

本章では、protomidpy において採用されている幾何学的に薄い軸対称円盤モデルの定式化を述べる。protomidpy では、円盤モデルを輝度ベクトル $\mathbf{a}$ と幾何ベクトル $\mathbf{g}$ で表す。

輝度分布

輝度分布は半径方向に離散化されたベクトル

$$\mathbf{a} = \{I(r_k)\}_{k=1}^N \quad (3.1)$$

として定義される。 r_k はフーリエ・ベッセル級数の配置点であり

$$r_k = R_{\text{out}} \frac{j_{0k}}{j_{0N}} \quad (3.2)$$

と与えられる。ここで R_{out} は円盤外側半径、 j_{0k} はベッセル関数 J_0 の第 k 番目の零点である。

幾何パラメータ

円盤の幾何学的形状は

$$\mathbf{g} = (\Delta x_{\text{cen}}, \Delta y_{\text{cen}}, \cos i, \text{PA}) \quad (3.3)$$

で与えられる。

ここで、 $\Delta x_{\text{cen}}, \Delta y_{\text{cen}}$ は位相中心からの位置ずれ、 i は傾斜角 ($\cos i$)、PA は赤道座標系における位置角である。 $\cos i$ と PA の定義については付録 A.4 を参照。

3.2.1 Face-on 円盤

軸対称かつ face-on の場合、ビジビリティはハンケル変換によって与えられる。詳細は付録 A.2 に示す。

$$V(q) = 2\pi \int_0^{R_{\text{out}}} I(r) J_0(2\pi qr) r dr \quad (3.4)$$

ここで $q = \sqrt{u^2 + v^2}$ である。

protomidpy では輝度をベクトル $\mathbf{a}$ で離散化し、離散ハンケル変換行列 $\mathbf{H}$ を用いて

$$\mathbf{V} = \mathbf{H}\mathbf{a} \quad (3.5)$$

と表す。行列 $\mathbf{H}$ の具体形は付録 A.3 に示す。

3.2.2 傾いた円盤

傾斜角および位置角を考慮する場合、空間周波数は

$$\begin{pmatrix} u' \\ v' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos i & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\text{PA}) & -\sin(\text{PA}) \\ \sin(\text{PA}) & \cos(\text{PA}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

と変換される。

有効な空間周波数は

$$q = \sqrt{u'^2 + v'^2} \quad (3.7)$$

である。

さらに位相中心のずれを考慮すると、protomidpy におけるモデルビジビリティは

$$V(u, v) = |\cos i| e^{-2\pi j(u\Delta x_{\text{cen}} + v\Delta y_{\text{cen}})} (\mathbf{H}'\mathbf{a}) \quad (3.8)$$

と表される。

実部・虚部を分離すると

$$\begin{pmatrix} \mathbf{V}_{\text{real}} \\ \mathbf{V}_{\text{imag}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{C}_{\text{real}}\mathbf{H}' \\ \mathbf{C}_{\text{imag}}\mathbf{H}' \end{pmatrix} \mathbf{a} \quad (3.9)$$

となる。 $\mathbf{H}'$ は A.21 と同じ形である。

以上が、protomidpy における順モデルの定式化である。本モデルに基づき、MCMC を用いて輝度分布および幾何パラメータを推定する。

3.3 逆モデリング

protomidpy では、輝度ベクトル $\mathbf{a}$ と幾何ベクトル $\mathbf{g}$ を観測ビジビリティ $\mathbf{d}$ から推定する。ここでは、そのベイズ推定の定式化を述べる。

3.3.1 観測データとノイズモデル

観測ビジビリティを

$$\mathbf{d}_{obs} = \{d_{obs,i}(u_i, v_i)\}_{i=1}^M \quad (3.10)$$

とする。

実部・虚部を分けて

$$\mathbf{d} = \begin{pmatrix} \mathbf{d}_{real} \\ \mathbf{d}_{imag} \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

と定義する。

観測誤差は既知の標準偏差 $\sigma_{obs,i}$ を持つ独立なガウスノイズと仮定する。したがって共分散行列は

$$\bar{\Sigma}_d = \begin{pmatrix} \Sigma_{obs} & 0 \\ 0 & \Sigma_{obs} \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

である。

順モデルより

$$\mathbf{d} = \bar{H}\mathbf{a} + \text{noise} \quad (3.13)$$

と書けるため、尤度は

$$p(\mathbf{d}|\mathbf{a}, \mathbf{g}) = N(\mathbf{d}|\bar{H}\mathbf{a}, \bar{\Sigma}_d) \quad (3.14)$$

で与えられる。

3.3.2 輝度分布に対する事前分布

干渉計観測では空間周波数の情報が不足しているため、ガウス過程を用いて輝度分布の滑らかさを制約する。

$$p(\mathbf{a}|\theta) = N(\mathbf{a}|0, \Sigma_a(\theta)) \quad (3.15)$$

ここでハイパーパラメータ $\theta = (\alpha, \gamma)$ とする。

RBF カーネルを用い

$$(\Sigma_a)_{jk} = \alpha \exp \left(-\frac{(r_j - r_k)^2}{2\gamma^2} \right) + \alpha \epsilon \delta_{jk} \quad (3.16)$$

とする。 ϵ は数値安定化のための小項である。

3.3.3 輝度分布の事後分布

ベイズの定理より

$$p(\mathbf{a}|\mathbf{d}, \mathbf{g}, \theta) \propto p(\mathbf{d}|\mathbf{a}, \mathbf{g})p(\mathbf{a}|\theta) \quad (3.17)$$

となる。

ガウス分布の積は再びガウス分布となるため、

$$p(\mathbf{a}|\mathbf{d}, \mathbf{g}, \theta) = N(\mathbf{a}|\bar{\mu}_{a|d}, \bar{\Sigma}_{a|d}) \quad (3.18)$$

となる。

$$\bar{\Sigma}_{a|d} = (\bar{H}^T \bar{\Sigma}_d^{-1} \bar{H} + \Sigma_a^{-1})^{-1} \quad (3.19)$$

$$\bar{\mu}_{a|d} = \bar{\Sigma}_{a|d} \bar{H}^T \bar{\Sigma}_d^{-1} \mathbf{d} \quad (3.20)$$

3.3.4 幾何パラメータとハイパーパラメータの尤度

$\mathbf{a}$ を周辺化することで、

$$p(\mathbf{d}|\mathbf{g}, \theta) = N(\mathbf{d}|0, \bar{\Sigma}_d + \bar{H} \Sigma_a \bar{H}^T) \quad (3.21)$$

を得る。

この周辺尤度を用いて

$$p(\mathbf{g}, \theta|\mathbf{d}) \propto p(\mathbf{d}|\mathbf{g}, \theta)p(\mathbf{g}, \theta) \quad (3.22)$$

を計算する。

3.3.5 MCMC による推定

protomidpy では、上式の事後分布に対して MCMC サンプルングを行い、幾何パラメータ $\mathbf{g}$ とハイパーパラメータ θ を推定する。

得られた $(\mathbf{g}, \theta)$ のサンプルに対し、条件付き分布

$$p(\mathbf{a}|\mathbf{d}, \mathbf{g}, \theta) \quad (3.23)$$

から $\mathbf{a}$ をサンプルングすることで、全パラメータの同時分布を構築する。

第 4 章

結果

4.1 連続波画像の作成と動径輝度プロファイル

本研究では、取得した各バンド（Band 3, 4, 6, 7）の観測 Visibility データに対し、CASA のタスク `tclean` を用いてイメージングを行い、ダスト連続波画像を作成した。図 4.1 に、作成した各バンドの連続波画像を、表 4.1 にそのイメージング情報を示す。画像からは、TW Hya 円盤の特徴である多重のリングおよびギャップ構造が、すべてのバンドにおいて明瞭に解像されていることがわかる。

さらに、これらの観測画像に基づいて円盤の構造を定量的に評価するため、連続波の動径輝度プロファイルを算出した。多波長間での構造を比較するため、本解析ではすべての画像の空間分解能を最もビームサイズの大きい Band 4 の値 ($0.07'' \times 0.07''$, PA : 0°) に合わせて畳み込み処理 (Smoothing) を行っている。動径プロファイルおよびその誤差の算出には、各バンドの image 画像を傾斜角 $i = 7.7^\circ$ 、位置角 $PA = 171.19^\circ$ (protomidpy で推定した Band 3 の幾何パラメータ) を用いて逆投影 (face-on 補正) し、同心円上のリング領域から方位各平均を取った。動径輝度プロファイルの各半径における不確定性 σ_{tot} は、画像の熱雑音に由来する統計誤差 σ_{stat} と、ALMA の絶対フラックス校正に由来する誤差 σ_{flux} を二乗和の平方根で結合し、以下の式で算出した。

$$\sigma_{tot} = \sqrt{\sigma_{flux}^2 + \sigma_{stat}^2} \quad (4.1)$$

ここで、統計誤差 σ_{stat} は、画像上の RMS ノイズ σ_{rms} を用いて以下の式で評価した。

$$\sigma_{stat} = \frac{\sigma_{rms}}{\sqrt{N}} \quad \left(N = \frac{2\pi r}{b_{rep}} \right) \quad (4.2)$$

式中の N は半径 r の円周上に含まれる独立なビーム数を表し、 b_{rep} は合成ビームの代表的な空間スケール（長軸 b_{maj} と短軸 b_{min} の幾何平均 $\sqrt{b_{\text{maj}}b_{\text{min}}}$ ）である。また、 σ_{flux} については各半径の輝度値に対し、Band 3, 4 で 5%、Band 6, 7 で 10% の不定性を見込んでいる [9][26]。

図 4.2 に結果を示す。すべてのバンドにおいて、外縁に向かって連なる多重構造が共通して確認できるほか、空間分解能の高い Band 6 および Band 7 では、中心付近の微細な構造の兆候も見て取れる。次節以降では、この観測画像に対する直接的な評価に加え、Visibility に対するモデルフィッティング (protomidpy) を用いたより詳細な解析結果について述べる。

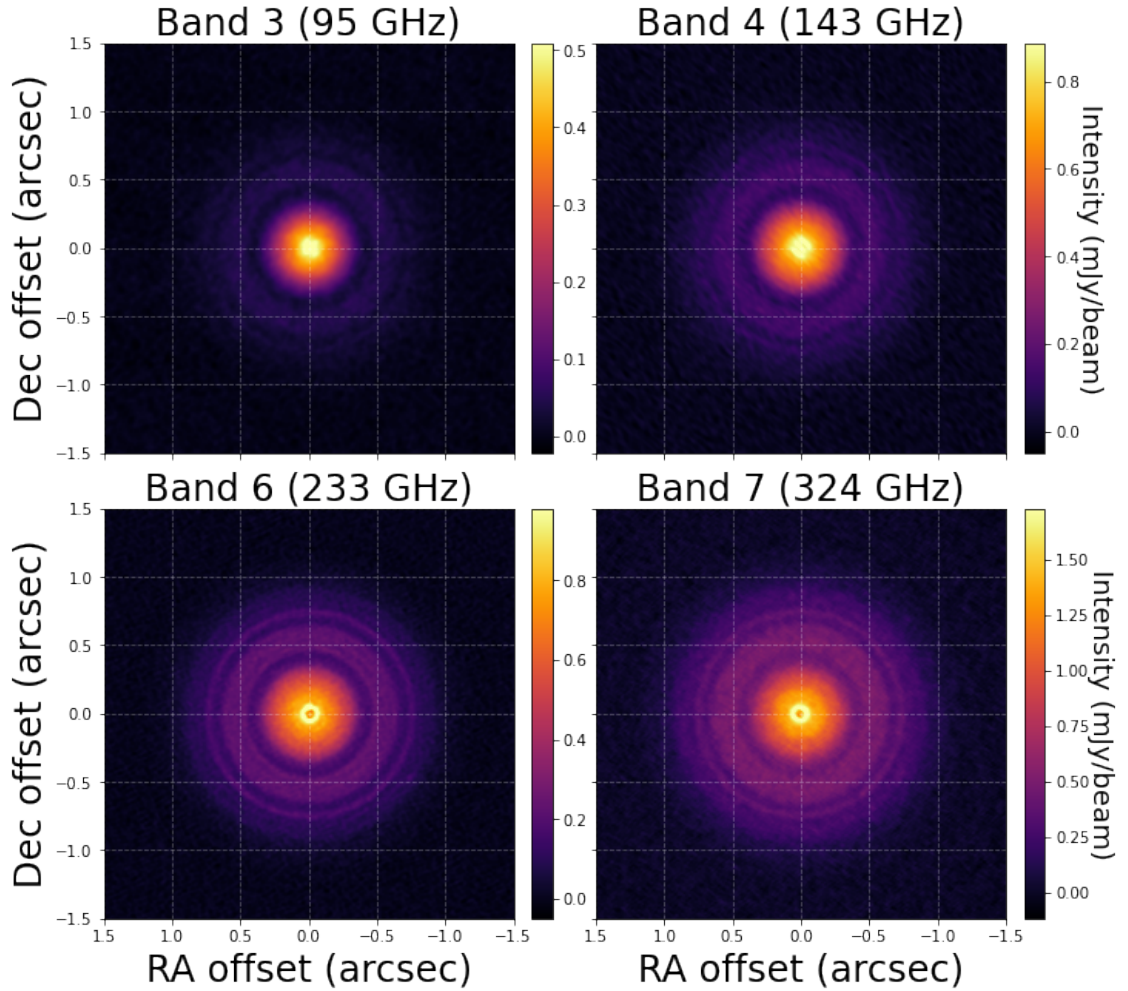


図 4.1 TW Hya の ALMA 連続波観測画像。左上から順に Band 3 (95 GHz), Band 4 (143 GHz), Band 6 (233 GHz), Band 7 (324 GHz) である。全てのバンドにおいて、同心円状のリング・ギャップ構造が明瞭に確認できる。

表 4.1 観測データのイメージング情報

Band	Frequency (GHz)	Beam Size (arcsec)	Beam P.A. (deg)	Robust	Total Flux (mJy)	RMS Noise ($\mu\text{Jy beam}^{-1}$)
Band 3	94.79	0.052×0.050	-2.1	0.5	57.44	4.77
Band 4	143.54	0.068×0.032	44.2	-0.8	155.40	12.30
Band 6	233.24	0.035×0.030	-81.1	-0.1	517.62	10.60
Band 7	325.42	0.042×0.027	56.8	-0.6	1116.90	24.50

ビームサイズは長軸 $\times$ 短軸で示す。総フラックスは天体領域で積分した値である。RMS ノイズは `astropy` の `mad_std` を用いて計算した。これらは CLEAN の停止条件を $\sigma = 3.0$ に設定しイメージングを行なった。

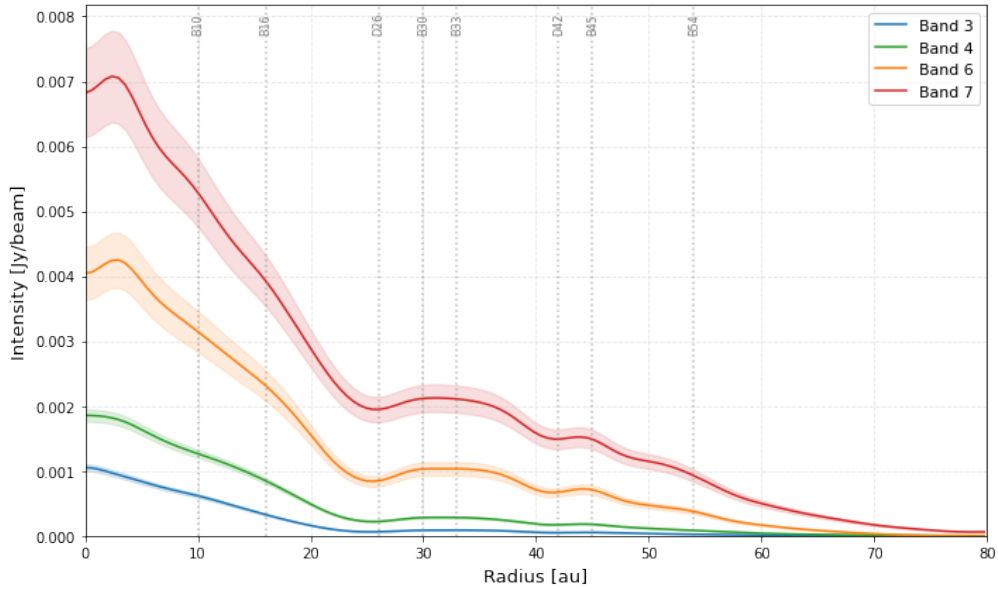


図 4.2 各バンドにおける連続波の動径輝度プロファイル (方位角平均)。多波長比較を行うため、全ての画像の空間分解能を、最もビームサイズの大きい Band 4 に合わせて ($0.07'' \times 0.07''$, PA : 0°) 畳み込み処理 (Smoothing) を行っている。

4.2 protomidy のフィッティング結果

本節では、`protomidy` を用いた Visibility フィッティングの結果をバンドごとに示す。図 4.3 に、Band 3 (95 GHz)、Band 4 (143 GHz)、Band 6 (233 GHz)、および Band 7 (324 GHz) の全 4 バンドにおける Visibility フィッティング結果と推定された動径輝度分布 $I_\nu(r)$ を示す。全体として、実部および虚部ともに、モデル (赤線) は観測デー

タ（黒点）を良好に再現している。なお、各パラメータの MCMC による事後分布（コーナープロット）は付録 B にまとめて示した。

図 4.3 の左・中央列が示すように、観測データの最大空間周波数 q は波長に依存して異なり、低周波の Band 3, 4 と比較して、高周波の Band 6, 7 ではより高い空間周波数領域（微小スケール）までデータが存在する。これに伴い、右列の動径輝度分布の推定範囲も、Band 3, 4 の $1.5''$ から、Band 6 の $2.0''$ 、Band 7 の $2.5''$ へと広がっており、波長ごとに感度を持つ空間スケールの違いが反映されている。

各バンドの輝度分布（図 4.3 右列）を比較すると、特に中心付近の微細構造の再現性に顕著な違いが見られる。最も高い空間分解能を有する Band 6 では、中心の点源的な成分と、その直外側にある半径 3 au ($\sim 0.05''$) 付近のリング構造が明瞭に分離されて分解されており、Macias et al. 2021[9] と整合する結果が得られている。一方、同等に高解像度である Band 7 においては、3 au リングの構造は確認できるものの、中心の点源成分とは明瞭に分離されていない。また、比較的低解像度な Band 4 では中心点源成分は分解されず 3 au リングのみが確認されるのに対し、最も低周波な Band 3 においては中心輝度が鋭く高くなっている。これは、Band 3 の波長帯において、中心星近傍からの自由-自由放射（free-free emission）が寄与している可能性を示唆している。さらに、すべてのバンドにおいて、外縁に向かって連なる多重のリング・ギャップ構造が共通して再現されている。

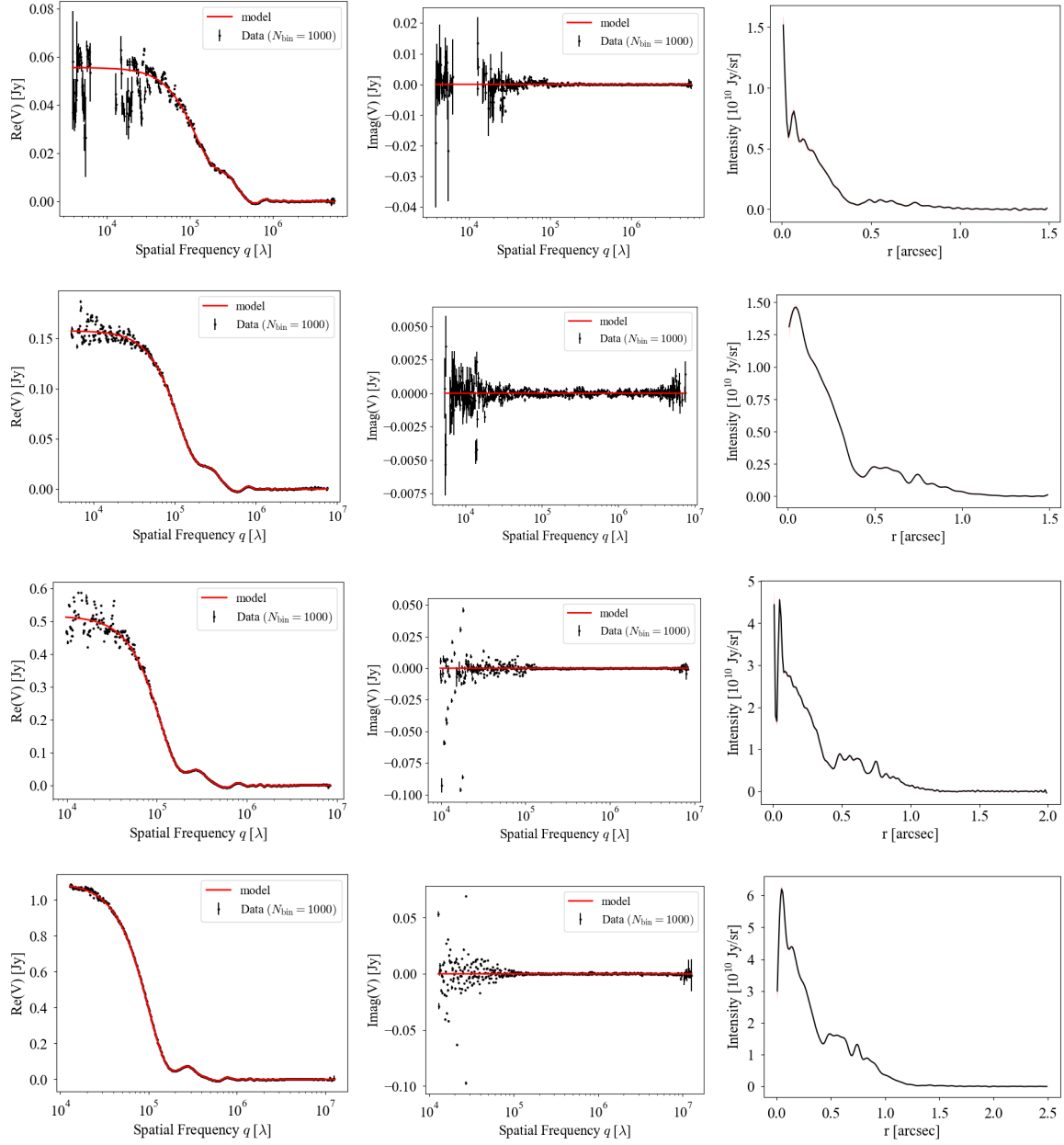


図 4.3 各観測バンドにおける観測 Visibility（黒点）と protomidpy による最適モデル（赤線）の比較（左・中央列）、および推定された動径輝度分布 I_ν （右列）。上から順に Band 3 (95 GHz), Band 4 (145 GHz), Band 6 (233 GHz), Band 7 (343 GHz) の結果を示す。実部 (Real) および虚部 (Imaginary) とともに、すべてのバンドにおいてモデルが観測データを良好に再現していることがわかる。

表 4.2 に、各 Band に対するベストフィットパラメータを示す。詳細なコーナープロットは B 章を参照。全 Band において $\cos i \approx 0.99$ であり、TW Hya 円盤がほぼ face-on

であることが再確認された。一方で、高周波数側（Band 6, 7）では $\cos i$ がより 1 に近づく傾向が見られる。

表 4.2 全 Band に対する幾何パラメータおよび動径輝度分布モデルのハイパーパラメータの事後分布中央値を示す。誤差は事後分布の 16 パーセンタイルおよび 84 パーセンタイルから求めた 1 σ 区間である。

Band	Δx_{cen} (mas)	Δy_{cen} (mas)	$\cos i$	PA ($^\circ$)	γ (arcsec)	$\log_{10} \alpha$
Band 3	$0.05^{+0.138}_{-0.138}$	$-1.39^{+0.133}_{-0.131}$	$0.991^{+0.0010}_{-0.0010}$	$171.19^{+3.390}_{-3.461}$	$0.032^{+0.003}_{-0.003}$	$-2.15^{+0.171}_{-0.145}$
Band 4	$-1.04^{+0.063}_{-0.063}$	$0.66^{+0.057}_{-0.057}$	$0.990^{+0.0004}_{-0.0004}$	$161.35^{+1.001}_{-1.014}$	$0.056^{+0.002}_{-0.002}$	$-2.11^{+0.128}_{-0.115}$
Band 6	$0.03^{+0.053}_{-0.053}$	$-1.83^{+0.051}_{-0.051}$	$0.997^{+0.0002}_{-0.0002}$	$161.76^{+2.569}_{-2.528}$	$0.023^{+0.002}_{-0.002}$	$-0.83^{+0.168}_{-0.143}$
Band 7	$0.26^{+0.022}_{-0.022}$	$-1.59^{+0.022}_{-0.022}$	$0.998^{+0.0001}_{-0.0001}$	$168.12^{+1.277}_{-1.282}$	$0.046^{+0.002}_{-0.002}$	$-0.94^{+0.105}_{-0.097}$

表 4.3 全 Band に対する幾何パラメータ（ $\cos i$ 、傾斜角 i 、PA）の事後分布中央値を示す。誤差は事後分布の 16 パーセンタイルおよび 84 パーセンタイルから求めた 1 σ 区間である。

Band	$\cos i$	i ($^\circ$)	PA ($^\circ$)
Band 3	$0.991^{+0.0010}_{-0.0010}$	$7.69^{+0.42}_{-0.44}$	$171.19^{+3.390}_{-3.461}$
Band 4	$0.990^{+0.0004}_{-0.0004}$	$8.11^{+0.16}_{-0.16}$	$161.35^{+1.001}_{-1.014}$
Band 6	$0.997^{+0.0002}_{-0.0002}$	$4.44^{+0.14}_{-0.15}$	$161.76^{+2.569}_{-2.528}$
Band 7	$0.998^{+0.0001}_{-0.0001}$	$3.62^{+0.09}_{-0.09}$	$168.12^{+1.277}_{-1.282}$

4.3 Macias et al. 2021 との動径輝度プロファイルの比較

本研究で得られた動径輝度プロファイルの妥当性を評価するため、先行研究である Macias et al. 2021 の結果との比較を行った。Macias et al. 2021 で使用された image の fits ファイルを使用している [27]。図 4.4 に、両者の動径輝度プロファイルの比較を示す。多波長で構造を比較するため、空間分解能は全て $0.07'' \times 0.07''$ に統一している。

図が示すように、リングやギャップの空間的な位置（ピークやディップの半径）については、本研究と Macias et al. 2021 で極めてよく一致している。しかし、絶対フラックスの値に注目すると、Band 7 において本研究のプロファイルが先行研究よりも全体的に約 1.3 倍（約 30%）高い値を示した。

このフラックスの差異の原因として、観測された中心周波数のわずかな違いによる影響を検証した。図 4.5 は、周波数の違いを補正するため、スペクトル指数 α に基づくスケールリング（フラックスを ν^α 倍する補正）を本研究の Band 7 データに適用し、再度プロットしたものである。スペクトル指数は Band 3,4,6 で計算した。補正を行った結果、両者の差は縮まったものの、依然として完全な一致には至っていない。ALMA の Band 7 における典型的な絶対フラックス較正誤差（約 10%）を考慮しても、この差異を周波数補正と較正誤差のみで完全に説明することは困難である。

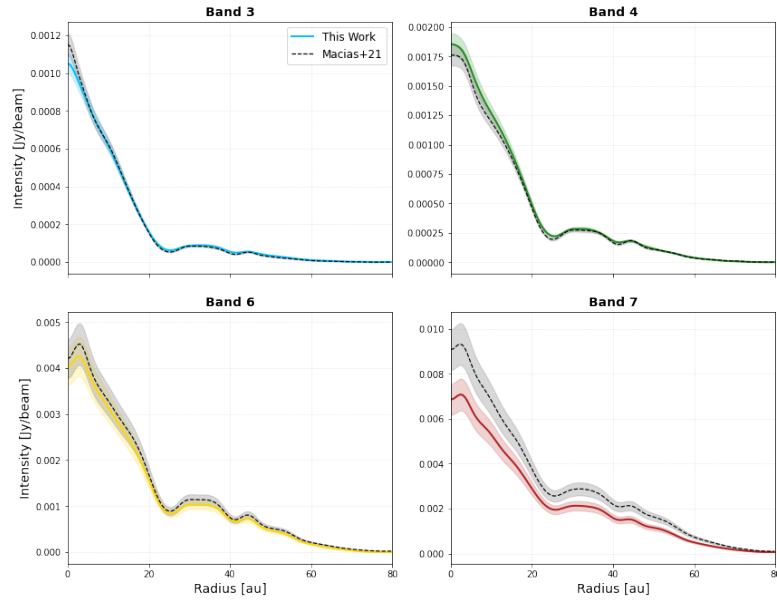


図 4.4 Macias et al. 2021 と本研究で得られた動径輝度プロファイルの比較。比較のため、画像の空間分解能はすべて $0.07'' \times 0.07''$ に畳み込んでいる。

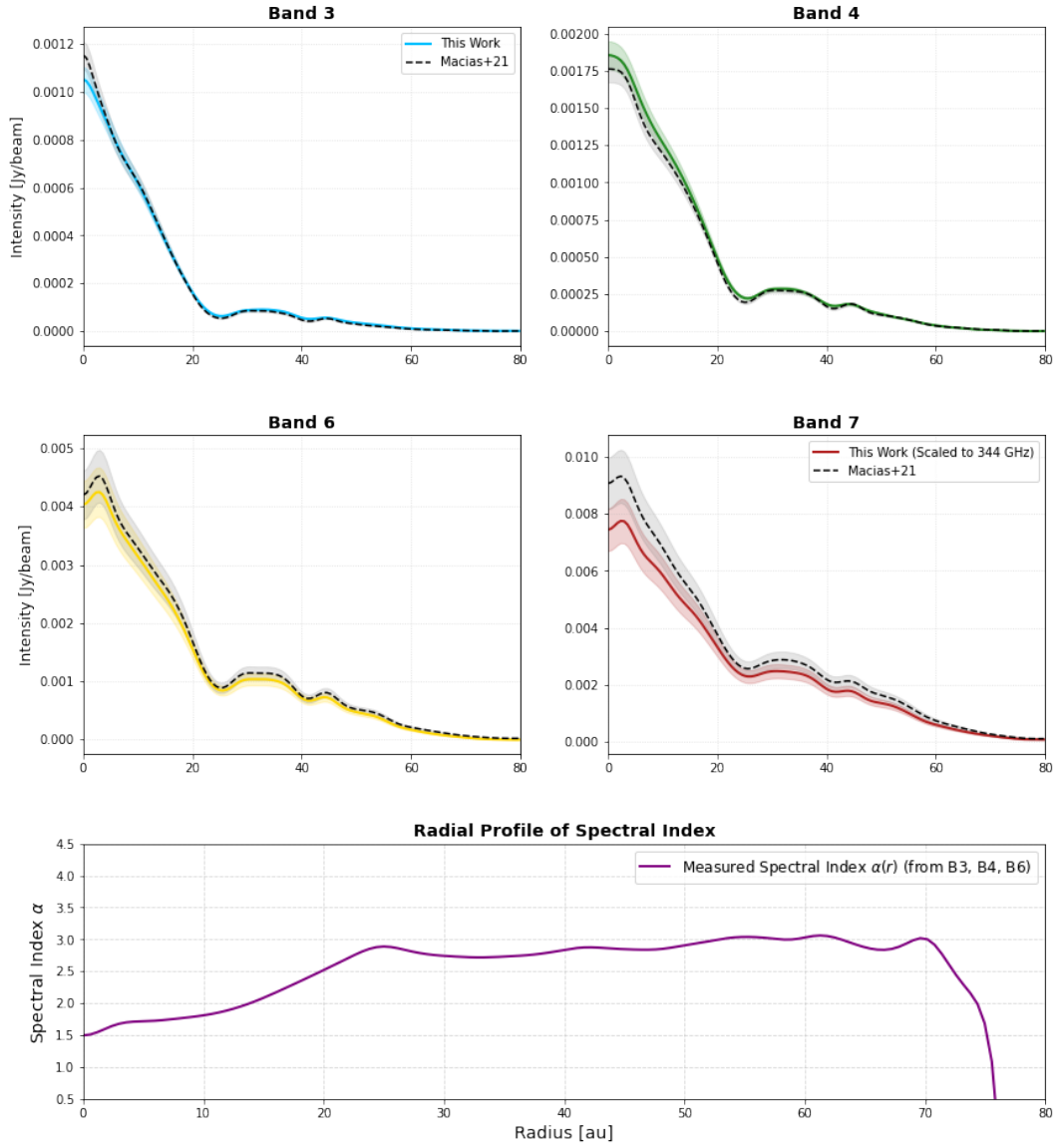


図 4.5 観測周波数の違いを考慮し、本研究の Band 7 データに対してスペクトル指数 α に基づくスケーリング (ν^α 倍) を適用した比較図。

4.4 残差画像と非軸対称構造 (Clump) の検出

4.4.1 残差画像と Clump

protomidpy によって得られた軸対称モデル Visibility を観測 Visibility から差し引き、円盤内に潜む非軸対称構造の探索を行った。各バンド (Band 3, 4, 6, 7) の残差 Visibility

データに対し、CASA タスク `tclean` を用いてイメージングを行った。Clump のような微弱な構造を評価する際、クリーニングの深さが結果に影響を与える可能性があるため、本解析ではクリーニングの閾値 (Threshold) を全バンドで統一し、画像 RMS ノイズの 3.5σ と設定した。各バンドにおけるイメージングの情報を表 4.4 に示す。図 4.6 に、各バンド本来の空間分解能 (unsmoothed) における残差画像を示す。各バンドの観測周波数や uv カバレッジの違いにより、生成される画像の合成ビームサイズ (空間分解能) は異なる。多波長間での微小な構造比較や後述する SED 解析を適切に行うため、すべての画像を最も空間分解能の低い Band 4 のビームサイズ ($0.08'' \times 0.08''$) に畳み込み (スムージング) を行い、空間分解能を統一する処理を行った。

その結果を図 4.7 に示す。この平滑化された残差画像において、Band 4、Band 6、および Band 7 の円盤中心から $r \sim 52$ au の位置 (図中の緑色円内) に、局所的な放射超過 (クランプ構造) が明瞭に確認された。Band 4 における同構造の検出は本研究が初である。図 4.7 の残差画像で示したように、本研究では Band 3 において明瞭な局所的構造 (Clump) は非検出であると判断した。その主な理由は、Band 3 の残差画像において、ランダムな熱雑音 (熱ノイズ) ではなく、CLEAN プロセス等に起因する系統的なアーティファクト (人工的な波打ちパターン) が強く残存しているためである。仮にこれらの構造が、ダストの局所的な集積など実際の天体構造に由来する真の放射であれば、他の高周波帯 (Band 4, 6, 7) の残差画像においても対応する空間分布が確認されるはずである。しかし、他バンドではそのような大規模なパターンは見られない。以上のことから、Band 3 の当該領域に見られる輝度変動は、アーティファクトの影響を強く受けている可能性が高いと考えられる。したがって、本研究では測定されたフラックスをそのまま後述の SED 解析に用いることは避け、画像ノイズレベルに基づく上限値 (Upper limit) として扱うこととした。

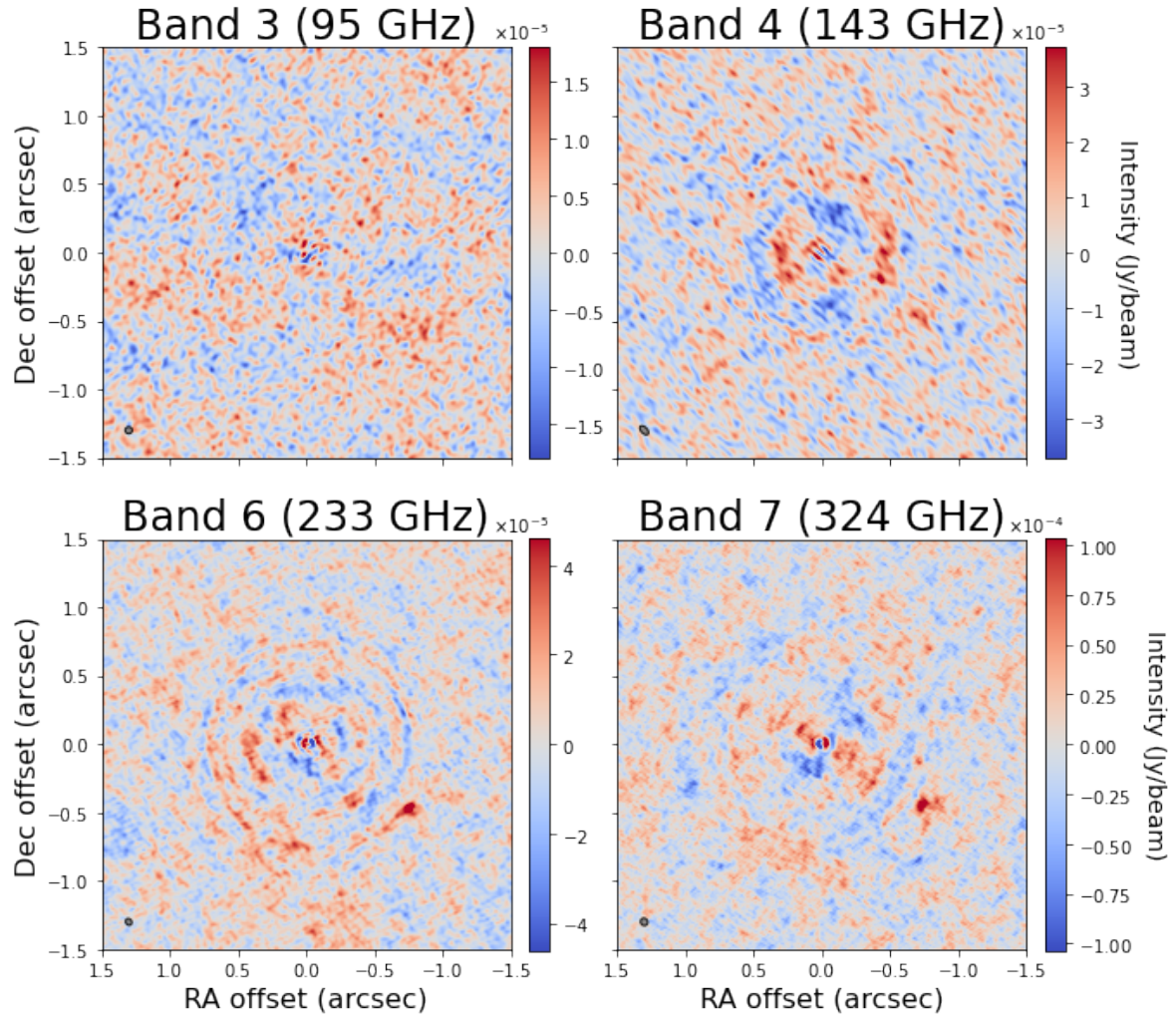


図 4.6 protomidy による最適軸対称モデルを観測データから差し引いた残差画像。左上から順に Band 3、Band 4、Band 6、Band 7 を示す。各画像は、各バンド本来の空間分解能 (unsmoothed) で表示している。

表 4.4 各観測バンドにおけるイメージングパラメータと総フラックス (残差画像)

Band	Frequency (GHz)	Beam Size (arcsec)	Beam P.A. (deg)	Robust	Total Flux (mJy)	RMS Noise ($\mu\text{Jy beam}^{-1}$)
Band 3	94.79	0.052×0.050	-2.1	0.5	1.15	4.60
Band 4	143.54	0.080×0.045	46.3	-0.2	-0.36	8.60
Band 6	233.24	0.051×0.043	55.0	0.5	3.53	8.36
Band 7	325.42	0.056×0.051	53.4	-0.2	-1.41	19.90

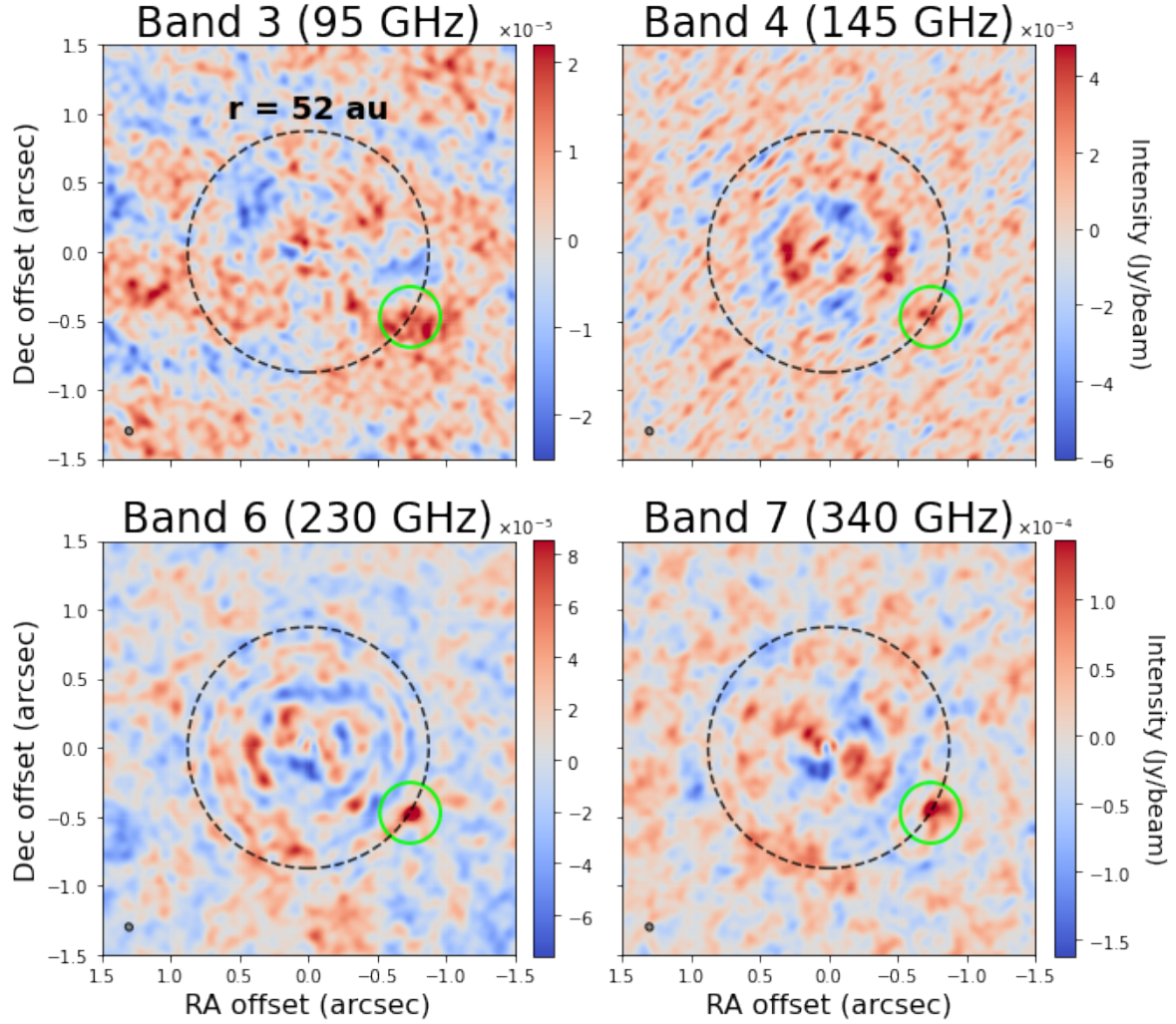


図 4.7 空間分解能を統一した全バンドの残差画像。多波長での構造を比較するため、すべての画像を最もビームサイズの大きい Band 4 ($0.08'' \times 0.08''$) に合わせて畳み込み（スムージング）処理を行っている。Band 4、6、7 において、円盤中心から $r \sim 52$ au の位置に局所的な放射超過（クランプ構造）が確認できる。

4.4.2 $r \sim 52$ au の局所構造 (Clump) の SED 解析

前節の残差画像において確認された $r \sim 52$ au の局所構造 (Clump) の放射特性を明らかにするため、本研究では各バンドのフラックスからスペクトルエネルギー分布 (SED) を作成し、スペクトル指数 α ($S_\nu \propto \nu^\alpha$) の導出を試みた。測光に際しては、各バンドの放射を正確に比較するため、すべての画像を最も分解能の低い Band 4 のビームサイズに合わせてスムージングした。測光の中心座標は、構造が最も明瞭な Band 6 におけるピー

ク位置（図 4.8 の緑丸）に設定した。図 4.8 に拡大画像を示す。

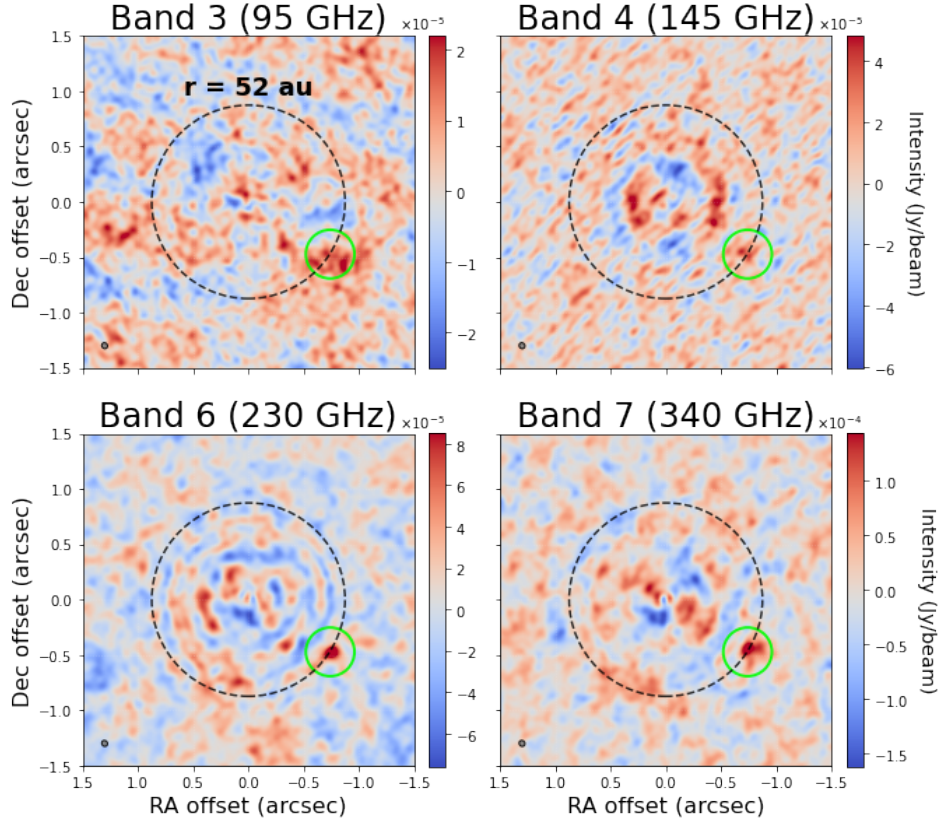


図 4.8 スムージング処理を施した各バンドの Clump 周辺の拡大画像。緑色の円は測光の領域。

フラックス密度 S_ν を正確に測定するため、本研究では成長曲線（Curve of Growth）を用いた開口測光を行った。中心座標から円形開口（Aperture）の面積を徐々に広げながら積算フラックス $S_\nu(r)$ を測定し、その値が収束する領域の値を全フラックスとして採用する手法である。図 4.9 に各バンドの成長曲線を示す。

図が示すように、Band 4, 6, 7 では特定の開口面積において積分フラックスが極大値（ピーク）を迎え、かつその面積がおおよそ一致していることが確認された。この極大値を各バンドにおける Clump のフラックス測定値として採用した。一方、Band 3 については開口面積を広げてもフラックスが単調増加し続ける挙動を示しており、明確な局所構造としての放射が捉えられていないことがわかる。

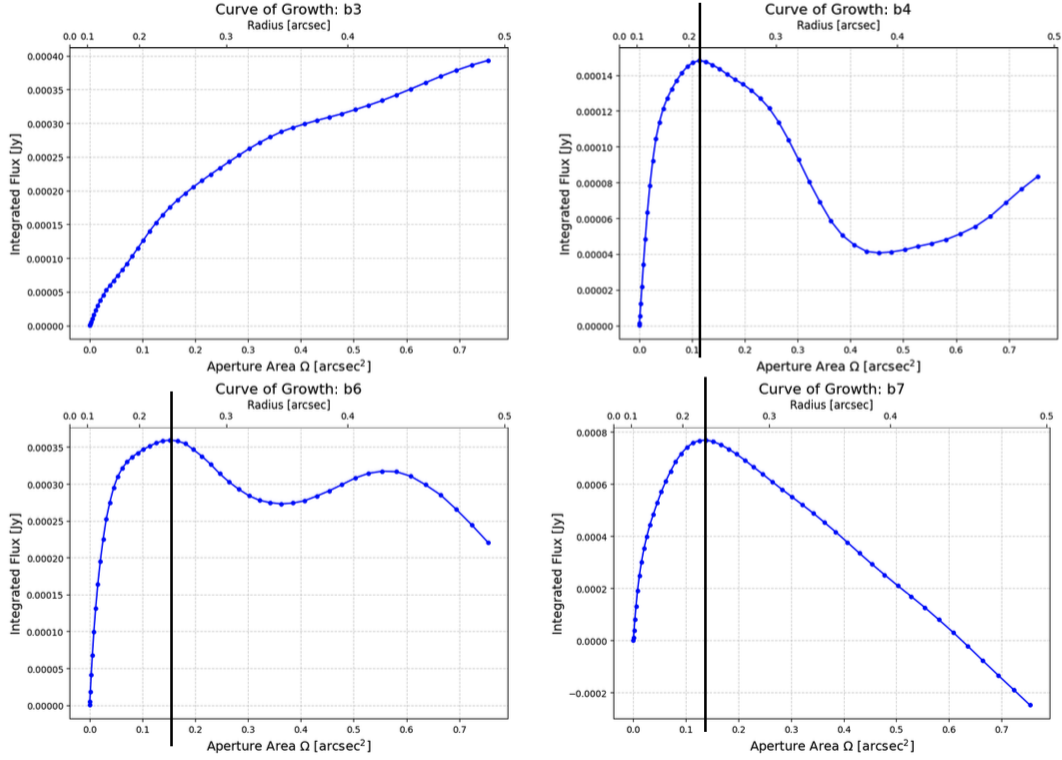


図 4.9 各バンドにおける Clump の成長曲線 (Curve of Growth)。横軸は開口面積 (arcsec^2)、縦軸は積分フラックスを示す。縦の黒線は Band 4, 6, 7 でピークがおおよそ一致した開口面積を示している。

各バンドにおける測定フラックスの不確定性 σ_{tot} は、画像の熱雑音 (RMS ノイズ) に由来する誤差 σ_{RMS} と、ALMA の絶対フラックス校正に由来する誤差 σ_{flux} を考慮し、以下の式で算出した。

$$\sigma_{tot} = \sqrt{\sigma_{flux}^2 + \sigma_{RMS}^2} \quad (4.3)$$

ここで、熱雑音に由来する誤差 σ_{RMS} は、画像上の RMS ノイズ σ_{rms} を用いて以下の式で評価した。

$$\sigma_{RMS} = \frac{\sigma_{rms}}{\sqrt{N}} \quad \left(N = \frac{A_{area}}{A_{beam}} \right) \quad (4.4)$$

式中の N は開口内に含まれる独立なビーム数を表し、 A_{area} は開口面積、 A_{beam} は合成ビーム面積である [9]。また、 σ_{flux} については、Band 3, 4 で 5%、Band 6, 7 で 10% の不定性を見込んだ [10][26]。

このようにして得られた Band 4, 6, 7 のフラックス測定値に対し、単一のべき乗則 ($S_\nu \propto \nu^\alpha$) を仮定した最小二乗法フィッティングを行った。その結果、スペクトル指数は

$\alpha = 1.94 \pm 0.39$ と算出された。なお、Band 3 においては前述の通り有意な放射が確認されなかったため、画像ノイズから算出した 4σ の上限値を採用している。結果を図 4.10 に示す。

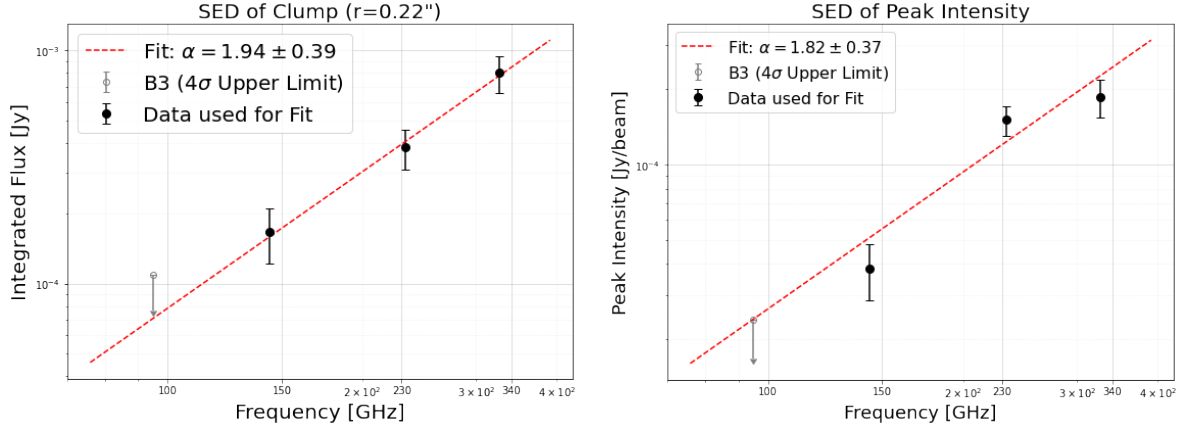


図 4.10 円盤中心から $r \sim 52$ au に位置するクランプ構造の SED 比較。(a) 開口測光による積分フラックスのスペクトルエネルギー分布。黒点はフィッティングに用いた Band 4, 6, 7 の測定値、グレーの点は Band 3 における 4σ 上限値を示す。赤い破線はベストフィットモデル ($\alpha = 1.94 \pm 0.39$) である。(b) peak フラックスのスペクトルエネルギー分布。黒点はフィッティングに用いた Band 4, 6, 7 の測定値、グレーの点は Band 3 における 4σ 上限値を示す。赤い破線はベストフィットモデル ($\alpha = 1.82 \pm 0.37$) である。

4.5 CLEAN 設定の違いの測定に与える影響

$r \sim 52$ au に検出された局所構造 (Clump) は微弱な放射であるため、イメージング時の CLEAN 設定がフラックス測定に与える影響を評価した。本節では Band 3, 4, 6, 7 の各データについて、CLEAN の停止閾値 σ を変更し、Clump の積分フラックスおよびピークフラックスの変動を比較する。まず、各バンドに対して停止閾値 σ を段階的に変更して再イメージングを行い、同一手法でフラックス測定を実施した。図 4.11～図 4.15 に各バンドの結果を示す。解析の結果、全てのバンドにおいて σ を小さくする（より深くクリーニングする）ことで積分フラックスが減少する傾向は共通して確認された。しかし、その変動幅にはバンド間で明確な違いが見られた。Band 3 および Band 4 では、停止閾値を変動させても積分フラックス・ピークフラックスともにほとんど変化が見られず、測定値は極めて安定していた。Band 6 では積分フラックスに若干の減少傾向が確認されたものの、その変動幅は限定的であった。一方で Band 7 では、 σ を小さくするにつれて積分フラックスが顕著に減少することが確認された（図 4.14、図 4.15）。ピークフラックスの変動は比較的小さいものの、積分フラックスは明確な系統の変動を示した。この結果は、深いクリーニングによって Clump の広がった成分 (Extended emission) が削り取られることを示唆している。特に高周波かつ高空間分解能で微細構造を分解している Band 7 において、その影響が顕著に現れると考えられる。したがって、CLEAN 停止閾値の設定は、特に高周波データにおいて積分フラックス測定に系統的な不定性を導入する可能性がある。本研究で導出した SED の解釈においても、この系統誤差を考慮する必要がある。

Band 3

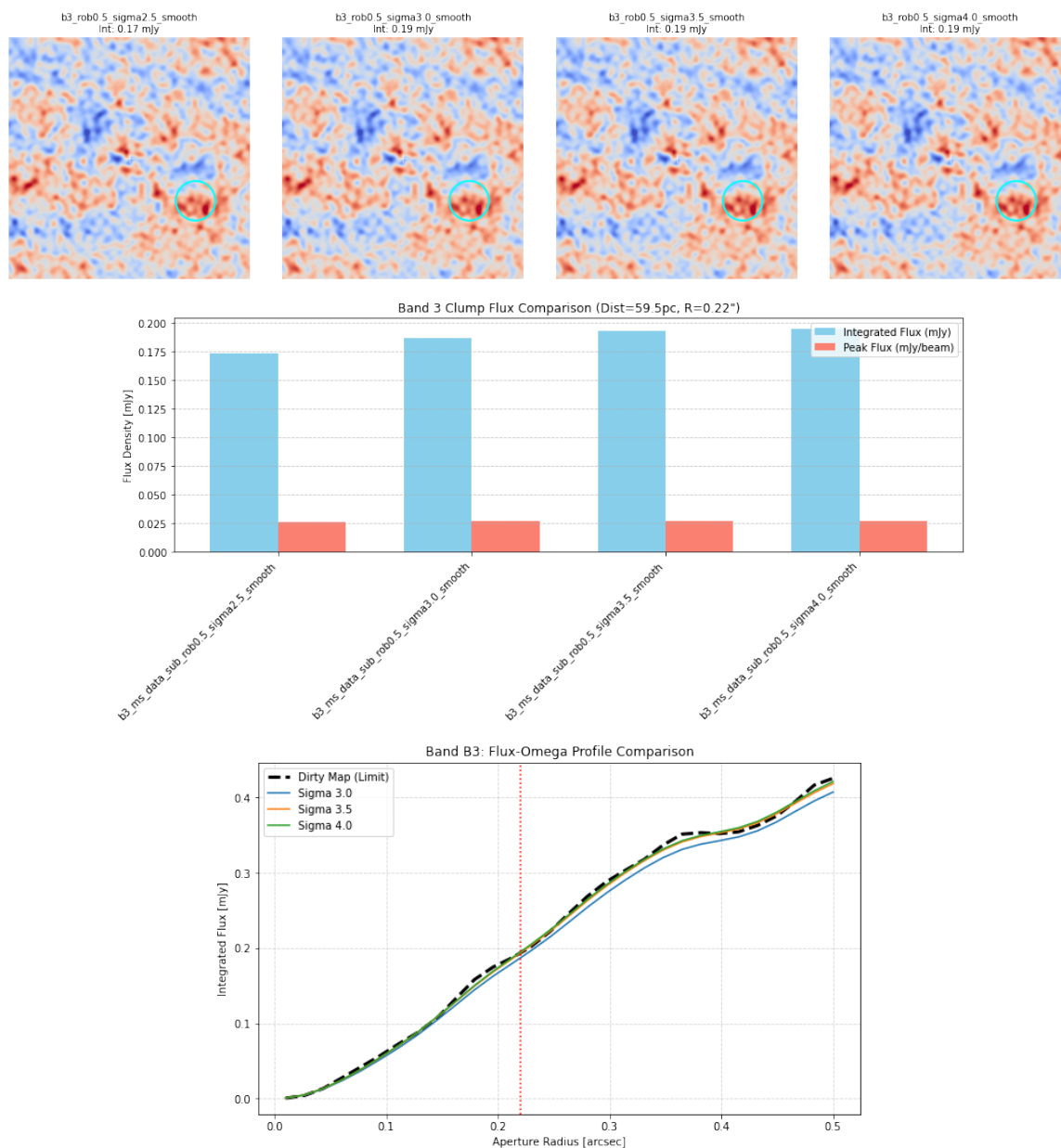


図 4.11 CLEAN 設定を変更した Band 3 の測定結果。上段：異なる CLEAN 閾値で作成した残差画像の比較。中段：各画像から測定された Clump 領域の積分フラックス（青）およびピークフラックス（赤）の比較。下段：開口測光の成長曲線（Curve of Growth）。

Band 4

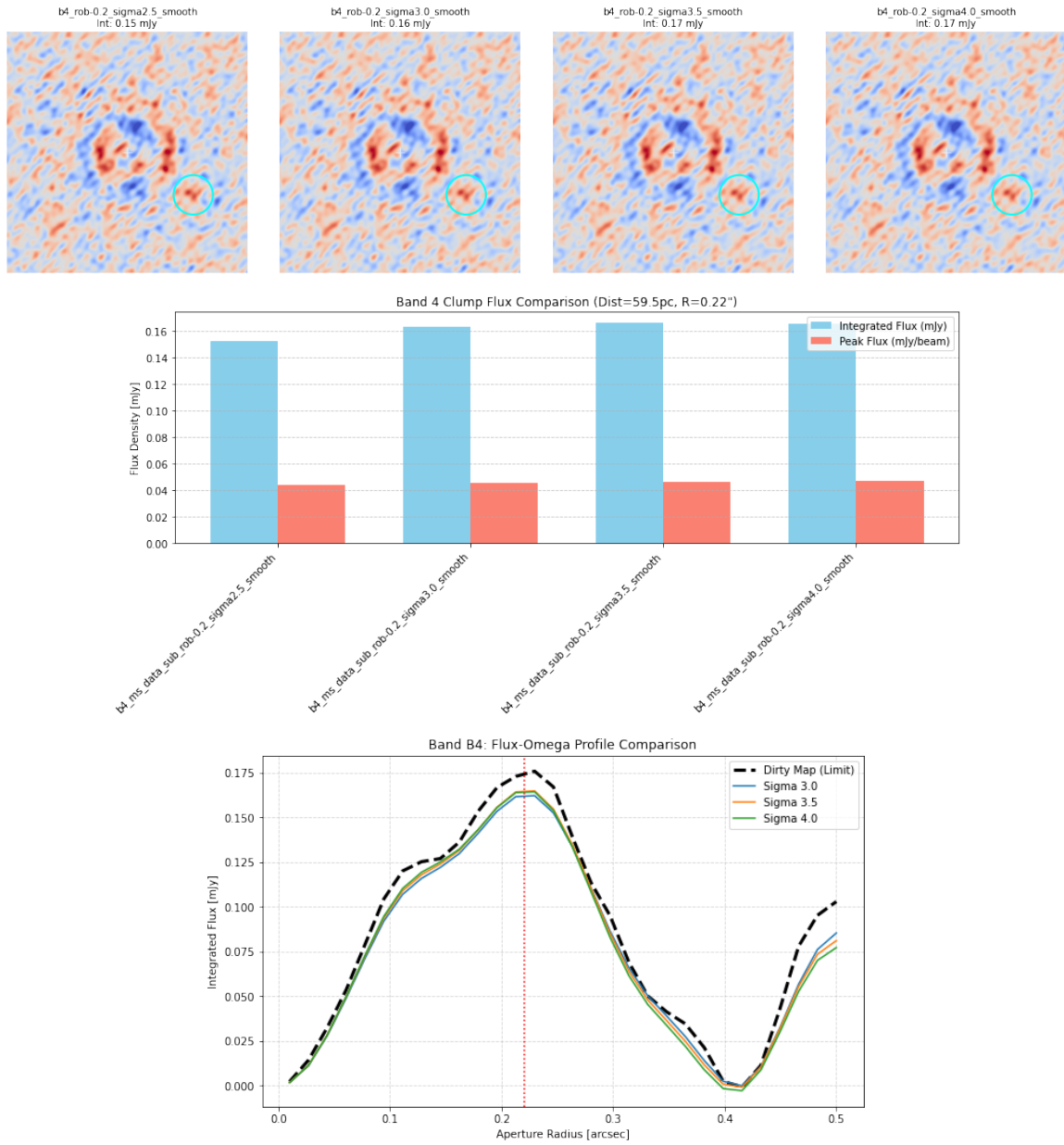


図 4.12 CLEAN 設定を変更した Band 4 の測定結果。上段：異なる CLEAN 閾値で作成した残差画像の比較。中段：各画像から測定された Clump 領域の積分フラックス（青）およびピークフラックス（赤）の比較。下段：開口測光の成長曲線（Curve of Growth）。

Band 6

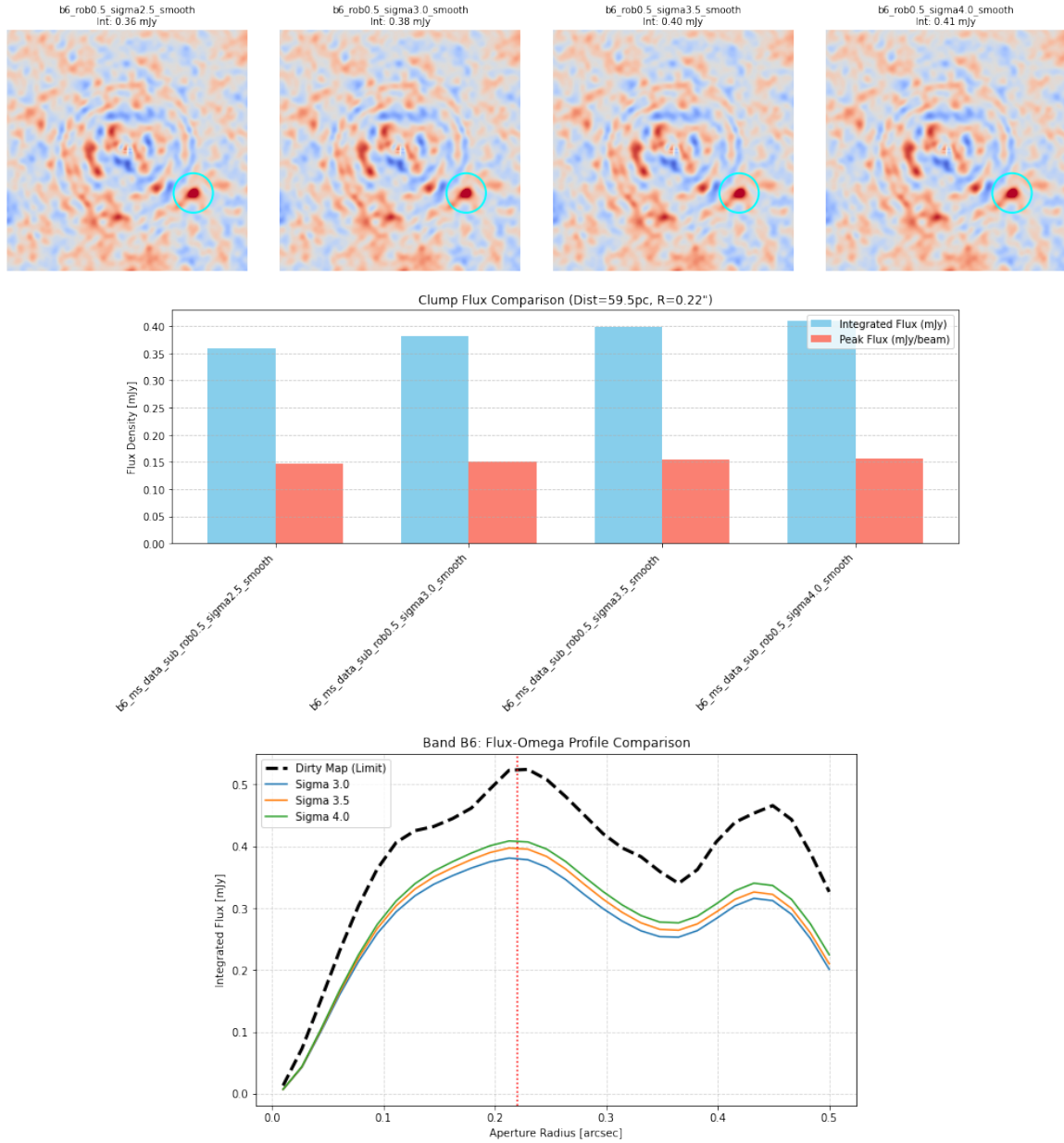


図 4.13 CLEAN 設定を変更した Band 6 の測定結果。上段：異なる CLEAN 閾値で作成した残差画像の比較。中段：各画像から測定された Clump 領域の積分フラックス（青）およびピークフラックス（赤）の比較。下段：開口測光の成長曲線（Curve of Growth）。



図 4.14 CLEAN 設定を変更した Band 7 の解析結果。上段は異なる CLEAN パラメータで作成した残差画像の比較。下段は、各画像から測定された Clump 領域の積分フラックス（青）およびピークフラックス（赤）の棒グラフである。

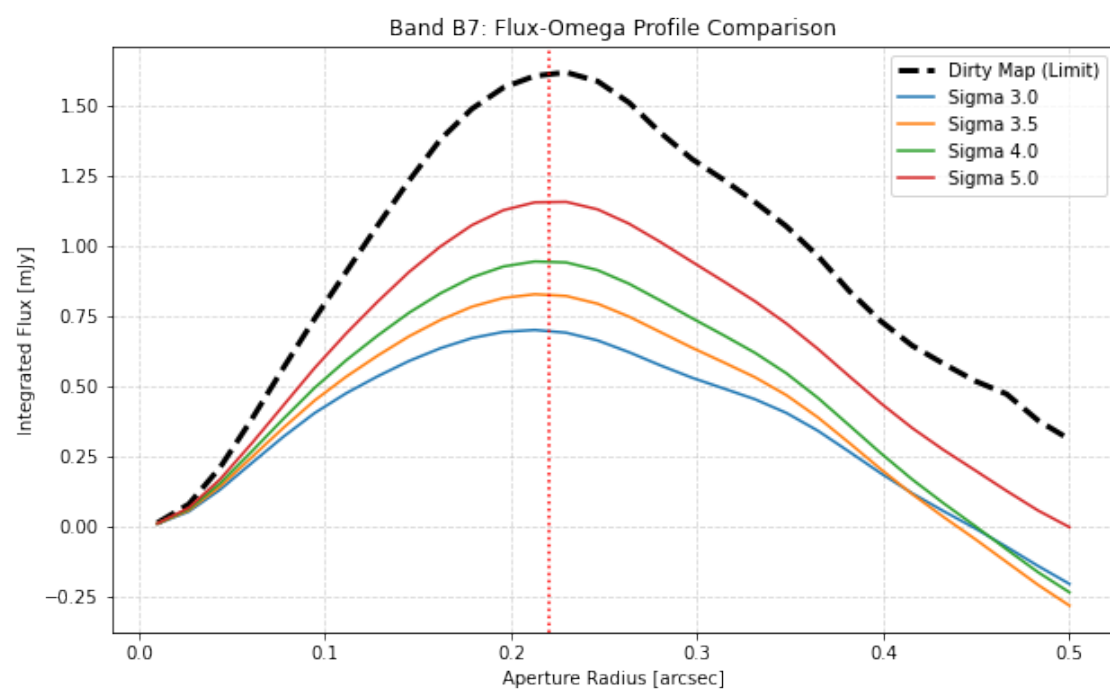


図 4.15 異なる CLEAN 停止閾値で作成した Band 7 残差画像に対する開口測光の成長曲線 (Curve of Growth)。横軸は開口半径 (arcsec)、縦軸は積分フラックス (mJy) を示す。 σ を小さくするほど測定フラックスが低下することがわかる。

第 5 章

考察

本章では、Visibility フィッティングにより得られた幾何パラメータの周波数依存性と、その物理的解釈について検討する。さらに、多波長データに基づく物理量推定の妥当性を評価し、局所構造 $r \sim 52$ au の性質について議論する。

5.1 幾何パラメータの周波数依存性と円盤鉛直構造の考察

本研究において protomidpy を用いた Visibility フィッティングを行った結果、推定された円盤の傾斜角 (Inclination, i) に有意な周波数依存性が確認された。本節では、この傾斜角のズレが円盤の幾何学的厚みに起因する射影効果であるという仮説に基づき、ダスト円盤のスケールハイト h/r の推定と、その物理的解釈について議論する。

5.1.1 見かけの傾斜角の周波数依存性

図 5.1 に、各バンドで独立に推定された幾何パラメータを示す。低周波帯である Band 3 (95 GHz) および Band 4 (143 GHz) では、傾斜角は $i \sim 7.7^\circ$ ($\cos i \sim 0.991$) と推定された。一方で、高周波帯である Band 6 (233 GHz) および Band 7 (324 GHz) では、傾斜角は $i \sim 3.7^\circ$ ($\cos i \sim 0.998$) となり、低周波帯と比較して有意に小さく（より Face-on に近く）推定された。一般に、高周波帯の方が上空に巻き上げられやすい小さいダストに感度があるため、円盤の厚みが実効的に増したことで $\cos i$ が大きく推定されたか可能性がある。

Band	Δx_{cen} (mas)	Δy_{cen} (mas)	$\cos i$	PA ($^{\circ}$)
Band 3	$0.05^{+0.138}_{-0.138}$	$-1.39^{+0.133}_{-0.131}$	$0.991^{+0.0010}_{-0.0010}$	$171.19^{+3.390}_{-3.461}$
Band 4	$-1.04^{+0.063}_{-0.063}$	$0.66^{+0.057}_{-0.057}$	$0.990^{+0.0004}_{-0.0004}$	$161.35^{+1.001}_{-1.014}$
Band 6	$0.03^{+0.053}_{-0.053}$	$-1.83^{+0.051}_{-0.051}$	$0.997^{+0.0002}_{-0.0002}$	$161.76^{+2.569}_{-2.528}$
Band 7	$0.26^{+0.022}_{-0.022}$	$-1.59^{+0.022}_{-0.021}$	$0.998^{+0.0001}_{-0.0001}$	$168.12^{+1.277}_{-1.282}$

図 5.1 各バンドで推定された幾何パラメータの比較。

以下では、円盤の厚みが $\cos i$ の違いを生んだと仮定して、簡単なモデルでその値を推定する。まず解析コード `protomidpy` は、円盤を「幾何学的に薄い (Geometrically Thin Disk)」と仮定してパラメータ推定を行う。すなわち、天球面上での短軸径は

$$b_{\text{thin}} = a \cos i \quad (5.1)$$

と表される。

しかし、実際の円盤が有限の厚み h を持つ場合、傾いた円盤では上層からの放射が見え込むため、見かけの短軸方向の径は

$$b_{\text{obs}} = a \cos i + h \sin i \quad (5.2)$$

と表される。

したがって、

$$\Delta = b_{\text{obs}} - b_{\text{thin}} \quad (5.3)$$

$$\Delta = h \sin i \quad (5.4)$$

となる。

図 5.2 に、この幾何効果の模式図を示す。薄い円盤モデルでフィッティングを行う場合、この短軸方向の伸長は $\cos i = b_{\text{obs}}/a$ の増大として解釈され、結果として傾斜角 i が過小評価される (より Face-on に推定される)。

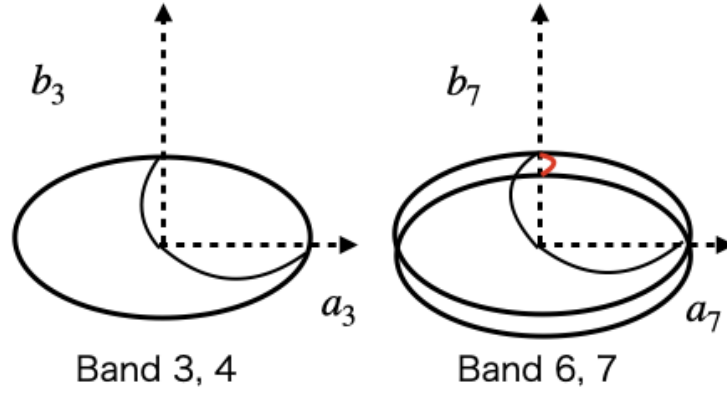


図 5.2 幾何学的に薄い円盤（左：Band 3, 4）と、有限の厚みを持つ円盤（右：Band 6, 7）の射影効果の模式図。有限の厚み h を持つ場合、短軸方向の見かけの径 b_{obs} は薄い場合よりも長くなり、薄円盤仮定でフィットすると傾斜角が過小評価される。

ここで、Band 3 における推定値を真の傾斜角 ($i \approx 7.7^\circ$)、Band 6,7 の推定値を見かけの傾斜角 ($i_{\text{app}} \approx 3.7^\circ$) と仮定する。

Band 7 における見かけの短軸径の伸長分 Δ は、

$$\Delta = r(\cos i_{\text{app}} - \cos i) \quad (5.5)$$

と表される。

各バンドのフィッティング結果を代入すると

$$\Delta = r(0.998 - 0.991) = 0.007r \quad (5.6)$$

となる。

これを $\Delta = h \sin i$ と結びつけることで、

$$\frac{h}{r} = \frac{\cos i_{\text{app}} - \cos i}{\sin i} \quad (5.7)$$

が得られる。

数値を代入すると、

$$\frac{h}{r} \approx \frac{0.007}{\sin 7.7^\circ} \approx \frac{0.007}{0.13} \approx 0.05 \quad (5.8)$$

となり、Band 7 でトレースされるダスト円盤の厚みは $h/r \sim 0.05$ と推定される。

図 5.3 に、厚み推定の簡易幾何モデルを示す。

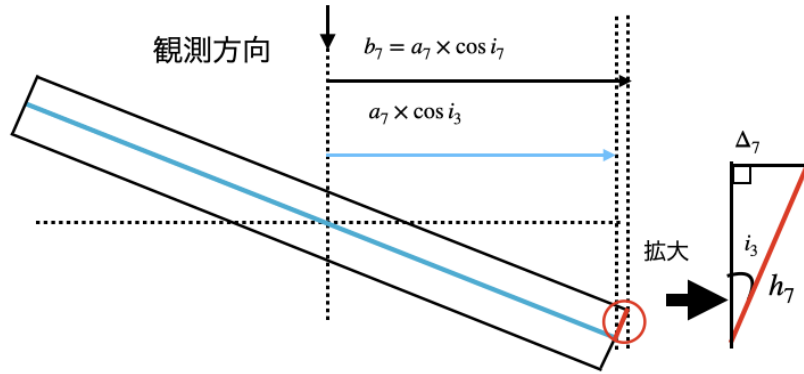


図 5.3 見かけの傾斜角のズレから円盤厚み比 h/r を見積もるための簡易幾何モデル。

この値 $h/r \sim 0.05$ は、T Tauri 型星周囲のガス円盤における標準的なスケールハイト $h_{\text{gas}}/r \sim 0.1$ と同程度のオーダーである。したがって、Band 7 で観測される微小ダストは完全に沈殿しておらず、乱流拡散によって円盤上層まで巻き上げられている可能性がある。一方で、Band 3 の大粒子は赤道面に沈殿していると解釈できる。本結果は、ダストサイズ依存の鉛直分布（Vertical Settling）を観測的に示唆するものと考えられる。より厳密な検証には 3 次元輻射輸送計算（RADMC-3D 等）によるシミュレーションが必要であるが、本解析で得られた幾何パラメータの周波数依存性は、円盤の鉛直構造に関する重要な示唆を与える。

5.1.2 円盤の厚み検証に向けた今後の展望

本研究における傾斜角の推定では、Band 3 と Band 7 の結果の間に $\Delta i \sim 4^\circ$ 程度の差異が見られた。この差は観測誤差のみで説明することは容易ではなく、周波数によって円盤の異なる層をトレースしている可能性も考えられる。ただし、本解析は幾何学的に薄い円盤（geometrically thin disk）を仮定したモデルに基づいており、円盤の鉛直方向の構造そのものを直接取り扱ったものではない。したがって、本結果は円盤の有限な厚みの影響を示唆する一つの傾向として位置づけられる。円盤のスケールハイト h/r と、推定された傾斜角に見られる波長依存性との関係をより定量的に検討するためには、段階的な検証が必要であると考えられる。

幾何学的トイモデルを用いた射影効果の検証

第一段階として、物理過程を単純化した幾何学的トイモデルを用い、有限な厚みが傾斜角推定に与える影響を評価することが考えられる。具体的には、単純なダスト温度 T_d , 面密度 Σ_d , 不透明度 κ_d を設定し、RADMC3D を用いてシミュレーションをする。ここでは温度構造や粒子サイズ分布の詳細には踏み込まず、純粋な幾何学的効果のみを切り分けて検討する。

具体的には、以下の手順が考えられる。

1. ガウス分布型のリング構造を仮定し、スケールハイト h/r を自由パラメータ（例： $h/r = 0.01-0.15$ ）として設定する。
2. 真の傾斜角を固定した 3 次元モデルから合成画像を生成し、実観測と同等の uv カバレッジおよび熱雑音を加えて模擬観測データを作成する。
3. 得られた模擬データに対して、本研究と同様に幾何学的に薄い円盤モデルを適用し、傾斜角を再推定する。

このようなフォワードモデリングにより、実際の厚み h/r と推定傾斜角との対応関係を整理できると期待される。観測された $\Delta i \sim 4^\circ$ を説明し得る h/r の範囲についても、一定の制約を与えられる可能性がある。

鉛直構造を含む物理モデルによる検証

次の段階として、より現実的な物理モデルを用いた整合性の確認が必要となる。本研究で導出したダスト温度 T_d 、ダスト面密度 Σ_d 、最大粒子サイズ $a_{\max}$ の動径分布を基礎とし、粒径依存のダスト沈殿（vertical settling）を考慮した 3 次元構造モデルを構築する。その上で、散乱を含む輻射輸送計算（RADMC-3D など）を実施し、多波長における輝度分布を再現できるかを検討する。ただし、この段階では温度構造や沈殿度合いなど新たなパラメータが導入されるため、まずは幾何学的効果の大きさを把握することが解釈の基礎として重要であると考えられる。

厚み解釈に関する縮退と今後の課題

本研究で示唆された厚み効果の物理的起源については、複数の可能性が考えられる。第一に、ダストが実際に鉛直方向に分布し、幾何学的に有限のスケールハイトを持つ場合である。第二に、自己散乱や光学的厚みの効果によって、 $\tau_\nu \sim 1$ となる放射面が赤道面よりも高い位置に形成されている場合である。ミリ波帯で観測される大粒径ダストは一般に赤

道面へ沈殿していると考えられるため、見かけの厚みが力学的な分布に起因するのか、あるいは放射面の効果によるものかを慎重に切り分ける必要がある。また、円盤全体のワープ構造などの可能性も完全には否定できないが、TW Hya の高い軸対称性を考慮すると、主要因である可能性は高くないと推測される。

以上より、まず幾何学的効果の寄与を定量化し、その上で散乱や光学的厚みを含む物理モデルへと段階的に拡張していくことが、今後の検証に向けた妥当な進め方であると考えられる。

5.1.3 傾斜角推定の不確実性が物理量に与える影響

ケプラー回転を仮定すると、半径 r における視線速度 v_{los} は

$$v_{\text{los}} = \sqrt{\frac{GM_*}{r}} \sin i \quad (5.9)$$

と表される。したがって中心星質量は

$$M_* = \frac{r}{G} \left(\frac{v_{\text{los}}}{\sin i} \right)^2 \quad (5.10)$$

となり、 $M_* \propto 1/\sin^2 i$ に比例する。

TW Hya のように傾斜角が小さい円盤では、 $\sin i$ が小さいため、 i の変化が M_* に比較的大きく反映される。例えば、 $i = 5.8^\circ$ と $i = 7.7^\circ$ を仮定すると、同一の v_{los} に対して導出される M_* には約 1.7 倍の差が生じる。

本研究では、Band 3 の連続波可視度フィッティングから $i = 7.7^\circ$ を得た。Band 3 は他バンドに比べて散乱の影響が小さい可能性があり、円盤ミッドプレーン付近を反映している可能性がある。

一方で、ガス輝線解析がトレースする放射面は連続波とは異なる高さに形成される可能性がある。そのため、本節では推定値の優劣を論じることせず、傾斜角の違いが導出物理量に与える感度のみを整理した。

face-on 円盤では、傾斜角の取り扱いが物理量の導出において重要な要素となることが分かる。

本研究の位置づけ

以上の結果から、本研究では、円盤に有限の厚みがある場合、その影響が傾斜角の推定値に現れる可能性があることが示唆された。ただし、本研究では円盤の厚みそのものを直

接決定したわけではない。したがって、今後は、より単純なモデルから順に検証を進め、観測された傾向が実際に厚みによって説明できるのかを丁寧に確かめていく必要がある。

5.2 多波長ベイズ推定による円盤物理量の導出と妥当性評価

本研究では、円盤の詳細な物理状態や Clump の性質をより正確に評価するため、RADMC-3D 等を用いた輻射輸送モデリングを視野に入れている。そのモデリングの初期値として、円盤のダスト面密度や温度分布といった定量的な物理量が必要となる。そこで本節では、多波長観測データに基づくベイズ推定を行い、円盤物理量の導出を試みた。また、構築した推定手法およびプログラムの妥当性を評価するため、先行研究 (Macías et al. 2021) との比較検証もあわせて実施した。

従来、ミリ波連続波観測からのダスト質量推定は、円盤が光学的に薄いと仮定した近似式に基づいて広く行われてきた [28, 29]。しかし、光学的に厚い領域やダスト散乱の影響を考慮すると、円盤の輻射輸送方程式は吸収のみの仮定よりも抑制され得るため、ダスト質量が系統的に過小評価される可能性が指摘されている [30]。さらに、円盤構造やダスト物性を含む詳細な輻射輸送計算に基づく解析では、従来法がダスト質量を大きく過小評価し得ることが示されている [31]。

TW Hya に関しても、散乱を含む輻射輸送モデルにより連続波強度や光学的厚みの解釈が大きく変化することが報告されている [8, 9]。本研究では、これらの先行研究に基づき、ダスト散乱を組み込んだ輻射輸送方程式を採用し、多波長データに対してベイズ推定を行う。

5.2.1 ダスト不透明度と散乱特性

本解析では、ダストの不透明度 (Opacity) および散乱特性の導出にあたり、Birnstiel et al. (2018) [32] によって公開されている Python パッケージ `dsharp_opac` を使用した。

ダストの組成としては、DSHARP プロジェクトで標準的に採用されている水氷、ケイ酸塩、硫化鉄、有機物の混合物を仮定し、その物理密度を $\rho_s = 1.675 \text{ g cm}^{-3}$ とした。粒径分布については、最小サイズ $a_{\min} = 0.05 \mu\text{m}$ から最大サイズ $a_{\max}$ までの範囲で、べき乗則 $n(a) \propto a^{-q}$ ($q = 3.5$) に従うと仮定している。この設定のもと、`dsharp_opac` を用いて Mie 理論に基づく質量吸収係数 $\kappa_{\nu}^{\text{abs}}$ 、質量散乱係数 $\kappa_{\nu}^{\text{sca}}$ 、および散乱の非対称因子 (前方散乱パラメータ) g_{ν} を計算し、テーブル化した。

ダスト粒子が観測波長程度まで成長している場合、散乱の効果を無視することはできな

い。散乱の寄与を示す単一散乱アルベド ω_ν は以下のように定義される。

$$\omega_\nu = \frac{\kappa_\nu^{\text{sca}}}{\kappa_\nu^{\text{abs}} + \kappa_\nu^{\text{sca}}} \quad (5.11)$$

実際のダスト粒子による散乱は等方的ではなく、前方に強く光を散乱する性質 (Forward scattering) を持つ。そのため、Ueda et al. (2020) [8] や Macias et al. (2021) [9] の手法に従い、dsharp_opac から出力された異方性パラメータ g_ν を用いて実効的な散乱オパシテ $\kappa_\nu^{\text{sca,eff}} = (1 - g_\nu)\kappa_\nu^{\text{sca}}$ を導入した。これにより、前方散乱を補正した有効散乱アルベド ω_ν^{eff} を次のように再定義し、ベイズ推定のモデルに組み込んでいる。

$$\omega_\nu^{\text{eff}} = \frac{\kappa_\nu^{\text{sca,eff}}}{\kappa_\nu^{\text{abs}} + \kappa_\nu^{\text{sca,eff}}} \quad (5.12)$$

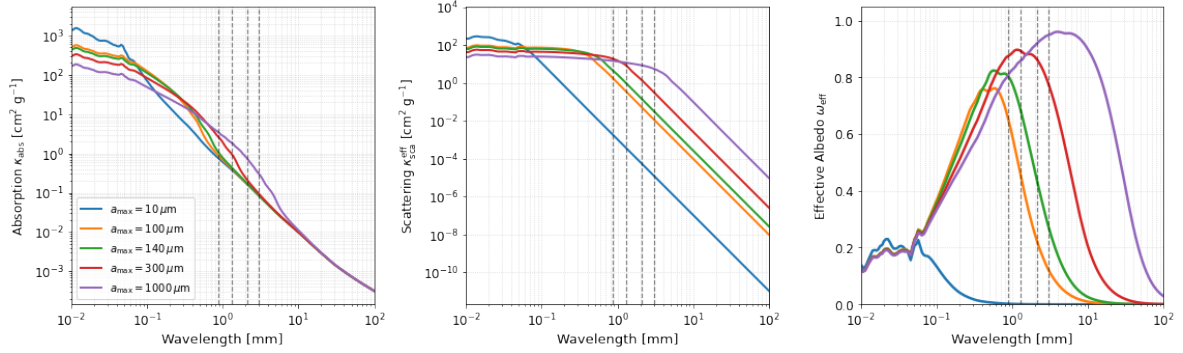


図 5.4 計算された不透明度および有効散乱アルベドの波長依存性。

図 5.4 に示すように、有効散乱アルベド ω_ν^{eff} は、粒子の最大サイズ a_{max} が観測波長 λ に対して $a_{\text{max}} \sim \lambda/2\pi$ となる条件で極大値をとる。アルベドが大きくなると、円盤深部の高温領域からの熱放射が視線外へと散乱されるため、観測される放射強度が低下する (自己散乱減光: Self-scattering)。

本研究で扱う ALMA Band 6 (1.3 mm) および Band 7 (0.87 mm) の波長域は、まさにミリメートルサイズまで成長したダスト粒子による自己散乱効果が顕著に現れる領域である。本モデルは、この強い波長依存性を利用し、多波長の観測強度プロファイルを同時にフィッティングすることで、最大ダストサイズ a_{max} を定量的に制約している。

5.2.2 モデルの定義

本研究では、各半径におけるダストの物理量 (温度 T_d 、面密度 Σ_d 、最大ダストサイズ a_{max}) を推定するため、Macias et al. 2021[9] によって定式化された、自己散乱を考慮し

た多波長フィッティング手法を模倣・拡張して適用した。

散乱を考慮した 1 次元輻射輸送モデル

観測された (サブ) ミリ波帯の連続波は、大粒径ダストが沈殿した円盤の薄い赤道面 (Midplane) をトレースしている。そこで、円盤を幾何学的に薄く、鉛直方向に等温な 1 次元スラブ (1D vertically isothermal slab) と近似する。この仮定のもと、ある半径 r において射出される特定の周波数 ν の輝度 I_ν は次のように記述される。

$$I_\nu = B_\nu(T_d) [(1 - \exp(-\tau_\nu/\mu)) + \omega_\nu^{\text{eff}} F(\tau_\nu, \omega_\nu^{\text{eff}})] \quad (5.13)$$

ここで、 $B_\nu(T_d)$ はダスト温度 T_d におけるプランク関数、 $\tau_\nu = \Sigma_d(\kappa_\nu^{\text{abs}} + \kappa_\nu^{\text{sca,eff}})$ は光学的厚み、 $\mu = \cos i$ (i は円盤の傾斜角) である。また、第 2 項の $F(\tau_\nu, \omega_\nu^{\text{eff}})$ は自己散乱による強度への寄与を表す関数であり、次のように定義される [9]。

$$F(\tau_\nu, \omega_\nu^{\text{eff}}) = \frac{1}{\exp(-\sqrt{3}\epsilon_\nu\tau_\nu)(\epsilon_\nu - 1) - (\epsilon_\nu + 1)} \times \left[\frac{1 - \exp(-(\sqrt{3}\epsilon_\nu + 1/\mu)\tau_\nu)}{\sqrt{3}\epsilon_\nu\mu + 1} + \frac{\exp(-\tau_\nu/\mu) - \exp(-\sqrt{3}\epsilon_\nu\tau_\nu)}{\sqrt{3}\epsilon_\nu\mu - 1} \right] \quad (5.14)$$

ここで、 $\epsilon_\nu = \sqrt{1 - \omega_\nu^{\text{eff}}}$ であり、 ω_ν^{eff} は前節で定義した前方散乱補正済みの有効散乱アルベドである。この定式化により、ダストサイズ a_{max} に依存する散乱特性を厳密にモデル輝度に反映させることが可能となる。

尤度関数と誤差モデル

各動径ビンにおいて独立にパラメータ $\Theta = (T_d, \Sigma_d, a_{\text{max}})$ を推定するため、ベイズの定理に基づく対数正規尤度関数を定義した。

$$\ln P(I^{\text{obs}}(r)|\Theta) = -0.5 \sum_i \left(\frac{(I_i^{\text{obs}} - I_{m,i}(\Theta))^2}{\hat{\sigma}_{I,i}^2} + \ln(2\pi\hat{\sigma}_{I,i}^2) \right) \quad (5.15)$$

ここで、 I_i^{obs} は band i ($i = 3, 4, 6, 7$) それぞれの方位角平均をとった動径輝度プロファイル (観測量)、 $I_{m,i}(\Theta)$ は式 (5.13) から計算されるモデル輝度である。不確実性 $\hat{\sigma}_{I,i}$ については、方位角平均強度プロファイルの統計的誤差 (RMS ノイズ) $\sigma_{\text{rms},i}$ に加え、ALMA の絶対フラックス較正誤差 δ_i を考慮し、 $\hat{\sigma}_{I,i}^2 = \sigma_{\text{rms},i}^2 + (\delta_i I_i^{\text{obs}})^2$ とした。本研究では系統誤差 δ_i を Band 6,7 で 10%、Band 3,4 で 5% と設定している。

事前分布 (Prior) と MCMC によるパラメータ探索

Macias et al. (2021) は、少ないパラメータ数であることを利用して均等なグリッド探索 (Grid search) により事後分布を計算したが、本研究ではマルコフ連鎖モンテカルロ法 (MCMC) を実装して推定を行った。

MCMC を実行するにあたり、物理的に妥当な解を得るために事前分布 (Prior) に Macias et al. 2021 と同様の制限を設けた。まず、ダスト温度 T_d について各半径で独立にフィッティングを行うと、熱力学的に非現実的な温度に収束する可能性がある。これを防ぐため、中心星からの輻射による $T_d(r) \propto r^{-q}$ のべき関数に基づく事前分布を導入することで、温度が極端な値をとらないよう制限をかけた。

次に、最大ダストサイズ $a_{\max}$ の探索範囲である。Macias et al. 2021 の解析では、多波長フィッティングにおいて $a_{\max} \sim 10 - 50 \mu\text{m}$ の解と $a_{\max} > 1 \text{ mm}$ の解の 2 つのファミリーが生じることが報告されている。前者の解は非常に高い面密度と非現実的な低温を要求し、物理的に不自然であるため、Macias et al. 2021 では $a_{\max} > 200 \mu\text{m}$ の解を妥当として採用した。本研究もこの理論的背景に倣い、不必要な解の縮退 (Degeneracy) を避けるため、 $a_{\max}$ の探索範囲の下限を $200 \mu\text{m}$ に設定し、大粒径ダストの存在を前提とした MCMC サンプリングを行った。

5.2.3 推定結果

図 5.5 に、MCMC 解析によって得られた物理量の動径分布を示す。青色実線は事後分布の中央値、帯領域は 16–84% 信用区間を表す。

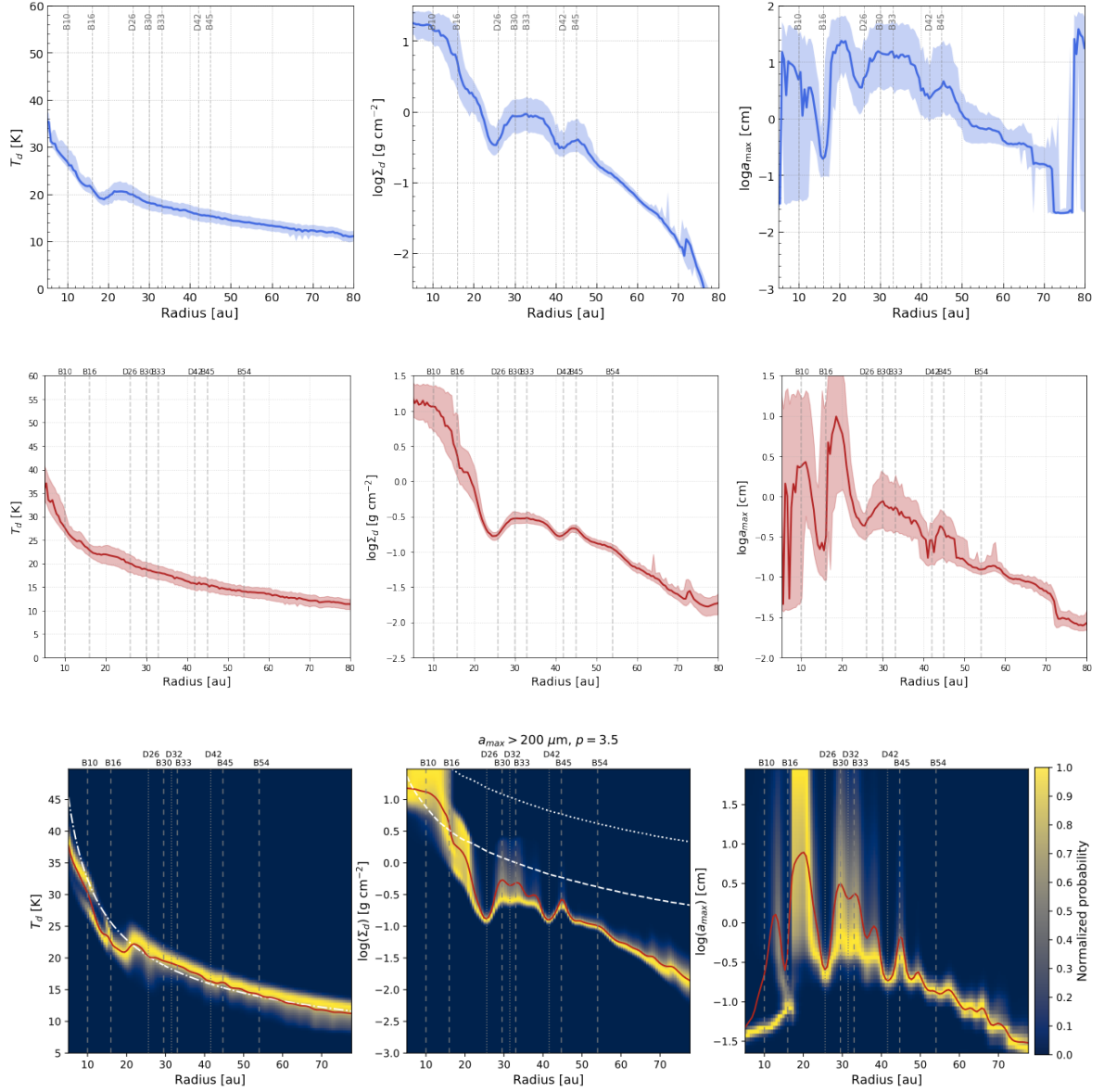


図 5.5 ベイズ推定により導出された TW Hya 円盤の物理パラメータ（ダスト温度 T_d 、ダスト面密度 Σ_d 、最大ダストサイズ $a_{\max}$ ）の動径分布。（上）本研究で作成した観測データを用いた推定結果。（中）本プログラムの実装の妥当性を確認するため、Macias et al. 2021[27] の入力データを用いて推定を行ったテスト結果。（下）Macias et al. 2021[9] の原著論文における推定結果（Fig. 5）。（最上段の図は見にくいので調整中です）

プログラムの妥当性評価

本研究で構築した多波長ベイズ推定プログラムの妥当性を評価するため、Macias et al. 2021 [9] の入力データを用いたテスト計算を実施し、論文の結果と比較した（図 5.5 中段および下段）。

まず、ダスト温度 T_d およびダスト面密度 Σ_d の動径プロファイルは、原著論文の結果と極めてよく一致していることが確認できた。最大ダストサイズ $a_{\max}$ については、 $r < 16$ au の最内側領域および $26 < r < 40$ au の範囲でわずかな形状の違いが見られるものの、全体的なサイズの減少傾向や局所的なピークの位置は概ね再現されている。最内側領域における推定の不定性については、強い自己散乱による光学的厚みの増大に起因するものとして原著論文でも言及されており、本研究の主目的である円盤外側領域での整合性が十分に取れていることから、本研究で構築した輻射輸送モデルおよび MCMC の実装方針は妥当であると考えられる。

本研究の観測データに基づく推定結果と今後の課題

次に、本プログラムを用いて、本解析で独自に作成した観測データプロファイルに対するベイズ推定を行った（図 5.5 上段）。

ダスト温度 T_d については、Macias et al. 2021 の結果とほぼ一致するなだらかな減少プロファイルが得られた。一方で、ダスト面密度 Σ_d は、26 au 付近のギャップから 42 au のギャップにかけて、Macias et al. 2021 の結果と比較して対数で約 0.5（真値で約 3 倍）高い値を示した。また、 $r \sim 75$ au の円盤外縁付近で急激に値が落ち込む傾向が見られた。さらに、最大ダストサイズ $a_{\max}$ のプロファイルは、原著論文の傾向とは大きく異なる形状（例えば $r \sim 20$ au や外縁部での極端な増大）を示した。

本解析データにおいてこのような差異が生じた要因として、主に以下の 2 点が考えられる。

1. 入力プロファイルの切り出し範囲（境界条件）の影響

本解析では、観測データの輝度分布を $r \sim 75$ au 付近で切断して入力データを作成した。このデータ前処理における空間的な切断が境界付近での不連続性を生み、フィッティングに悪影響を及ぼしたことで、特に $r > 75$ au での急激な面密度の低下や $a_{\max}$ の発散的な挙動を引き起こした可能性が高い。

2. 特定の観測バンドにおける動径輝度プロファイルの違い

図 4.4 で示した通り、本研究で抽出した Band 7 の動径輝度プロファイルには、先

行研究との間に差異が存在する。多波長同時フィッティングにおいては、オパシ
ティの波長依存性の制約上、高解像度・高感度な Band 7 のわずかな形状の違いが
 $a_{\max}$ や Σ_d の推定値に極めて敏感に反映されることが考えられる。

これらの仮説を検証するためには、今後の課題として、Band 7 の輝度プロファイルの
みを Macias et al. 2021 のデータに差し替えてベイズ推定を再実行し、結果の変動を切り
分けて評価する必要がある。また、データ抽出過程（ビームサイズの統一やアラインメン
ト等）における微小な誤差の蓄積や、プログラムの細部に関するバグの有無についても、
引き続き詳細な検証を行っていく予定である。

5.2.4 Macias et al. 2021 と本研究の使用データにおける差異の検証

4.3 節で述べた通り、本研究で抽出した Band 7 の動径輝度プロファイルは、Macias et
al. 2021 の結果と比較して約 1.3 倍の強度差が見られた。

この差がどの段階で生じたものであるかを明らかにするためには、多波長スペクトルエ
ネルギー分布（SED）の整合性を確認することが有効であると考えられる。そこで本研究
では、今後の検証方法として以下の手順を検討している。

まず第一に、強度差が顕著であった Band 7 を一旦除外し、Band 3、Band 4、Band
6 の 3 波長のみを用いて、各動径ビンにおけるスペクトル指数 α ($I_\nu \propto \nu^\alpha$) を求める。
その結果から Band 7 (0.87 mm) における輝度を外挿し、本研究のプロファイルおよび
Macias らの結果と比較する。

この方法により較正誤差の原因を直接特定できるわけではないが、SED の連続性とい
う観点から、どちらのデータがより整合的であるかを確認する一つの指標になると考えら
れる。

次に、可能であれば ALMA 科学データアーカイブから Band 8、Band 9、Band 10 な
どの高周波数データを取得し、同様の解析を行うことも検討する。より広い波長域で SED
を構築することで、Band 7 における差異が較正の問題によるものかより慎重に評価でき
ると期待される。

5.3 $r \sim 52$ au の局所構造 (Clump) の物理的性質と起源

Visibility フィッティングによって得られた残差画像において、円盤中心から半径約
52 au の位置に局所的な放射構造 (Clump) を確認した。本研究では、既知の Band 6, 7
に加え、Band 4 (143 GHz) においても同構造の検出を試み、その存在を示唆するシグナ

ルを確認している。この構造の物理的性質を調べるため、各バンドにおける積分フラックス密度を測定し、スペクトルエネルギー分布（SED）の導出を行った。Band 3 では有意な検出には至らなかったため、画像ノイズレベルに基づく 4σ 上限値を採用している。Band 4, 6, 7 の測定値を用いて、フラックス密度 F_ν が周波数 ν のべき乗則 $F_\nu \propto \nu^\alpha$ に従うと仮定してフィッティングを行った結果、スペクトル指数は $\alpha = 1.94 \pm 0.39$ と推定された。この値は黒体放射の理論値 ($\alpha \approx 2$) に近く、当該領域の放射が光学的に厚い可能性を示唆している。

一方で、本測定には画像合成過程に起因する不確定性が含まれている点に留意が必要である。特に Band 7 のデータについて、CLEAN アルゴリズムの停止閾値を $\sigma = 5.0$ から 2.5 に変更して再解析を行ったところ、検出された Clump の積分フラックスが段階的に減少する傾向が見られた。さらに、非軸対称構造は円盤の軸対称成分をモデル化して減算することで抽出されるため、フィッティング過程で構造に由来する放射の一部が過小評価されている可能性も考えられる。したがって、残差画像から得られるフラックスの絶対値を用いて、質量や温度などの物理量を直接導出することについては、さらなる慎重な評価が求められる。

絶対フラックスの取り扱いには不定性が残るものの、複数バンド間の相対的な強度比からスペクトル指数 α を評価することは物理的な示唆を得る上で有効である。前述の通り、本研究で得られた $\alpha \approx 1.94$ という値は、放射が光学的に厚い状態と整合的である。仮に $\alpha \gtrsim 3$ であれば光学的に薄い熱放射が期待されるが、本結果は異なる傾向を示している。Tsukagoshi et al. (2019)[22] は Band 6 の残差画像から、放射が光学的に薄いと仮定してダスト質量を推定しているが、本研究の多波長解析からは、光学的に厚い放射を前提とした解釈も視野に入れる必要があると考えられる。

この $r \sim 52$ au に位置する構造の物理的起源としては、渦（Vortex）によるダストトラップや、形成途中の原始惑星周円盤（CPD）などが候補として挙げられる。しかし、現在の空間分解能 ($\sim 0.08''$) では、TW Hya の距離 (~ 60 pc) において数天文単位以下の微細構造は未分解となり、CPD が存在する場合でも周囲のダスト放射と観測ビーム内で混合されてしまう。そのため、現在の α の値のみからその起源を断定することは難しい。

これらの起源を切り分けるための今後のアプローチとして、観測されたフラックスからの輝度温度 T_b の評価が考えられる。当該領域における円盤の背景ダスト温度は約 15–20 K と推定されている。構造のピーク輝度から得られる T_b がこの背景温度を明確に上回る場合、CPD の降着に伴う局所的な加熱源の存在の可能性がある。一方で、背景と同程度の温度に留まる場合は、渦による受動的なダスト集積と整合的である。本研究では T_b の定量的評価には至っていないが、多波長での光学的な厚みの制約と合わせた温度解

析が、今後の重要な課題となる。

第 6 章

まとめ

本研究では、近傍の原始惑星系円盤 TW Hya を対象に、ALMA Band 3, 4, 6, 7 の多波長連続波データを用いて円盤構造の解析を行った。干渉計の観測量であるビジビリティに対して軸対称モデルを直接フィッティングし、各バンドごとに動径輝度分布と幾何パラメータを推定した。

その結果、推定される円盤傾斜角に周波数依存の差が見られた。高周波帯 (Band 6, 7) では、低周波帯 (Band 3, 4) よりもやや face-on に近い値が得られた。単純な幾何学的に薄い円盤モデルではこの差を説明することは難しく、円盤に有限の鉛直構造がある可能性や、波長ごとに異なる光学的深さ $\tau_\nu \sim 1$ の面を観測している可能性が考えられる。

さらに、ダストの吸収および散乱を含む輻射輸送モデルに基づき、ベイズ推定を行った。本解析の目的は、円盤の物理量を最終的に決定することではなく、後続の RADMC-3D を用いた詳細な輻射輸送シミュレーションにおいて現実的な初期パラメータ範囲を与えることである。

また、最適モデルとの差を調べたところ、半径 $r \sim 52 \text{ au}$ に非軸対称な局所的放射超過 (クランプ構造) が確認された。特に Band 4 での検出は新しい結果である。多波長フラックスから求めたスペクトル指数は $\alpha = 1.94 \pm 0.39$ であり、この領域が光学的に厚い可能性が示唆された。

ただし、周波数依存の傾斜角差については、有限厚み、散乱効果、光学的厚みの違い、あるいは半径依存の幾何構造など、複数の要因が影響している可能性がある。本研究のみではそれらを一意に区別することはできない。今後は CO 同位体輝線によるガス放射面の高さの制約や、三次元輻射輸送計算との比較が重要となる。

謝辞

本研究を遂行するにあたり、主指導教員としてご指導いただきました逢澤先生に心より感謝申し上げます。研究テーマの設定から解析手法の構築、結果の解釈に至るまで、多大なるご助言を賜りました。特に、protomidpy を用いた解析を通じて、研究は発見そのものよりも、その後の検証や問題の切り分けこそが重要であることを教えていただきました。議論の中で、自身の考えの甘さや視野の狭さに気づかされることも多くありました。その一つ一つが成長するための貴重な学びであったと感じております。

百瀬先生には、電波天文学の基礎から研究の方向性に至るまで丁寧なご指導をいただきました。私は電波天文学の研究に取り組むことを志し、高専から3年次編入いたしました。直接指導していただけるのは今年度限りでしたが、研究環境に身を置く中で、多くの示唆と励ましをいただきましたことに深く感謝申し上げます。今後リモートでの議論を通じてアドバイスいただけますと幸いです。

米倉先生には、ゼミを通じて貴重なご助言をいただき、研究内容を客観的に見直す機会を与えていただきました。発表や議論を重ねる中で、自身の理解をより深めることができました。

足利大学の塚越様には、TW Hya の観測データをご提供いただきました。本研究はそのデータなくしては成り立ちませんでした。ここに深く感謝申し上げます。

電波天文観測研究室の皆様には、日々の議論や研究活動を通じて多くの刺激をいただきました。夜遅くまで議論を重ねた時間や、ゼミに向けて準備を行った日々は、私にとってかけがえのない経験となりました。

博士課程2年の森泉さんには、公私にわたり大変お世話になりました。読み込んだ論文について議論を交わした際には、自身の思考の誤りを正していただき、ゼミやポスター発表では本質的な問いを投げかけてくださいました。その一つ一つが、自身の研究をより深く見つめ直す契機となりました。

日常的に夜遅くまで議論に付き合っていたいただいた修士課程2年の村田さんには、研究に行

き詰まった際にも共に考えていただき、困難な時期を乗り越える大きな支えとなりました。松島さんには研究に関する疑問を丁寧に教えていただき、多くの学びを得ることができました。

私が研究室の生活に馴染めたのも、大谷さん、笹川さんをはじめとする先輩方に、研究面のみならず日常生活においても支えていただいたおかげです。

頼もしい同期の平出さん、藤井さん、木暮さん、川俣さん、石川さん、星さん、菅村さんには、この一年間を共に過ごせたことに心より感謝いたします。共に悩み、励まし合いながら研究に取り組んだ日々は、何にも代えがたい時間でした。

かけがえのない経験として、遅くまで研究室に残り議論したこと、ゼミを皆で乗り切ったこと、そして合間に行った麻雀や突発的なパーティー、食事をご一緒した時間は、私にとって今後の人生における大切な思い出です。

日々を共にした皆とは、これからそれぞれの道に進むこととなりますが、ここで得たご縁を大切にしていきたいと思っております。

論文の完成は、皆様の温かい支えなくしてはあり得ませんでした。改めて深く感謝申し上げます。

TW Hya は比較的年齢を重ねた天体でありながら、なお豊かな円盤構造を保っています。その在り方に、どこか時間の流れに抗うような強さを感じ、自身を重ねることもありました。研究対象に真摯に向き合う時間を持てたことは、私にとって大きな財産です。本研究の機会を与えてくれた TW Hya に心から感謝しています。

最後に、これまで私を支えてくれた家族に深く感謝いたします。研究に没頭する日々の中で、支えがあったからこそ、本研究を完成させることができました。

本研究を通じて得た学びを胸に、今後も研鑽を積んでまいります。

本研究の遂行にあたり、大規模言語モデル（ChatGPT, Gemini）をコードのデバッグおよび文章表現の確認補助として活用しました。ここに記して謝意を表します。

付録 A

protomidpy の詳細

A.1 Visibility と天体輝度分布の関係

ALMA をはじめとする電波干渉計によって得られる観測量 (Visibility) はフーリエ空間 (u, v 空間) 上のデータであり、天球面上における真の輝度分布 (イメージ空間) とは 2 次元フーリエ変換の関係にある。空間周波数座標を (u, v)、天球面上の相対角度座標を (l, m) とすると、周波数 ν における Visibility $V_\nu(u, v)$ と輝度分布 $I_\nu(l, m)$ の関係は以下のように記述される。

$$V_\nu(u, v) = \iint_S I_\nu(l, m) \exp[-2\pi i(ul + vm)] dldm \quad (\text{A.1})$$

$$I_\nu(l, m) = \iint_K V_\nu(u, v) \exp[2\pi i(ul + vm)] dudv \quad (\text{A.2})$$

ここで、 S は観測している天体の角度領域 (一次ビーム内)、 K は観測によってサンプリングされた u, v 空間の領域 (uv カバレッジ) である。

A.2 ハンケル変換

原始惑星系円盤のように、天体の輝度分布が方位角方向に対称 (軸対称) であると仮定できる場合、これを極座標系で表現することで計算が簡略化される。イメージ空間およびフーリエ空間における極座標を以下のように定義する。

$$\begin{cases} l = r \cos \theta \\ m = r \sin \theta \end{cases} \quad \begin{cases} u = q \cos \phi \\ v = q \sin \phi \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

このとき、指数関数の中身である内積 ($ul + vm$) は、三角関数の加法定理を用いて次のように展開できる。

$$ul + vm = qr(\cos \phi \cos \theta + \sin \phi \sin \theta) = qr \cos(\theta - \phi) \quad (\text{A.4})$$

面積要素を $dldm = rdrd\theta$ と変換し、輝度分布が方位角 θ に依存しない軸対称 ($I_\nu(r, \theta) = I_\nu(r)$) であると仮定して式 (A.1) に代入すると、Visibility は以下のように書き換えられる。

$$V_\nu(q, \phi) = \int_0^\infty I_\nu(r) r dr \int_0^{2\pi} \exp[-2\pi i q r \cos(\theta - \phi)] d\theta \quad (\text{A.5})$$

ここで、 θ に関する積分について考える。被積分関数は周期 2π の周期関数であるため、積分区間が1周期分であれば、位相のズレ ϕ に依存せず一定の値となる（すなわち V_ν は ϕ に依存せず $V_\nu(q)$ となる）。ここで、第1種0次ベッセル関数 $J_0(z)$ の積分表示である以下の定義式を導入する。

$$J_0(z) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp[-iz \cos \theta] d\theta \quad (\text{A.6})$$

この定義を用いると、 θ についての積分は $2\pi J_0(2\pi q r)$ と置き換えることができる。結果として、式 (A.1) および式 (A.2) のフーリエ変換は、以下のハンケル変換 (Hankel transform) へと帰着する。

$$V_\nu(q) = 2\pi \int_0^\infty I_\nu(r) J_0(2\pi q r) r dr \quad (\text{A.7})$$

$$I_\nu(r) = 2\pi \int_0^\infty V_\nu(q) J_0(2\pi q r) q dq \quad (\text{A.8})$$

A.3 離散ハンケル変換 (Discrete Hankel Transform)

protomidpy は、幾何学的に薄い軸対称な円盤を仮定する。このとき、画像空間における動径輝度分布 $I_\nu(r)$ と、フーリエ空間におけるビジビリティ $V_\nu(q)$ はハンケル変換によって結び付けられる。本節では、連続的な積分演算であるハンケル変換を、計算機上で高速に処理可能な行列演算へと帰着させるための「離散ハンケル変換 (Discrete Hankel Transform; DHT)」の定式化について述べる。ここでは、frank の face-on な円盤について考える。

実際の天体観測およびデータ解析において、円盤の輝度分布が無遠慮まで広がることはなく、また干渉計が取得できる空間周波数にも上限が存在する。そこで、円盤の物理的な外縁を R_{out} 、観測される空間周波数の最大値を Q_{max} とし、それぞれの領域外では $I_\nu(r) = 0$ 、 $V_\nu(q) = 0$ であると仮定する。

この境界条件のもと、 $I_\nu(r)$ と $V_\nu(q)$ は、第1種0次ベッセル関数 J_0 の根（ゼロ点） j_{0k} を用いたフーリエ・ベッセル級数として、次のように展開できる。

$$I_\nu(r) = \begin{cases} \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k J_0\left(\frac{j_{0k}r}{R_{out}}\right) & (r < R_{out}) \\ 0 & (r \geq R_{out}) \end{cases} \quad (\text{A.9})$$

$$V_\nu(q) = \begin{cases} \sum_{k=1}^{\infty} \beta_k J_0\left(\frac{j_{0k}q}{Q_{max}}\right) & (q < Q_{max}) \\ 0 & (q \geq Q_{max}) \end{cases} \quad (\text{A.10})$$

図 A.2 に、式 (A.9) が示す「係数とベッセル関数の重ね合わせ」による輝度プロファイル表現の概念図を示す。

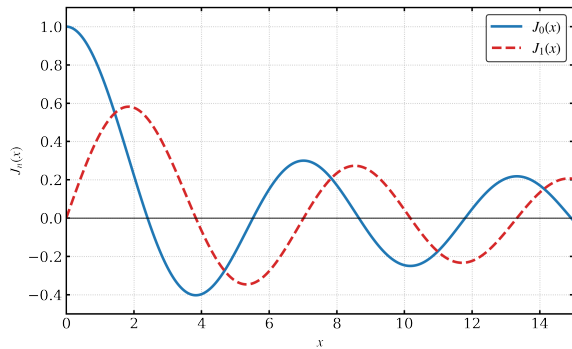


図 A.1 第1種0次、1次ベッセル関数

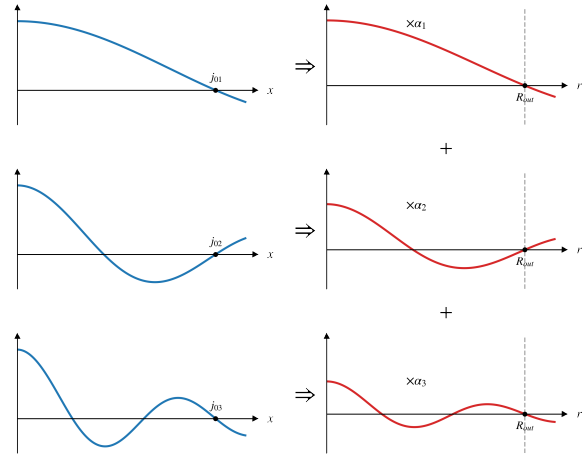


図 A.2 式 (A.9) の概念図。円盤の輝度分布 $I_\nu(r_k)$ は係数 α_k と第1種0次ベッセル関数の重ね合わせで表される。

式 (A.9) および式 (A.10) における展開係数 α_k, β_k は、ベッセル関数が持つ以下の直交関係式で決まる [23],[33]。

$$\int_0^{R_{out}} J_0\left(\frac{j_{0k}r}{R_{out}}\right) J_0\left(\frac{j_{0j}r}{R_{out}}\right) r dr = \frac{1}{2} R_{out}^2 J_1^2(j_{0j}) \delta_{jk} \quad (\text{A.11})$$

特定の空間周波数の組 $q_k = \frac{j_{0k}}{2\pi R_{out}}$ におけるビジビリティ $V_\nu(q_k)$ を求める連続積分の式に対し、式 (A.9) の級数展開を代入して整理すると、以下のように計算される。

$$\begin{aligned}
V_\nu(q_k) &= 2\pi \int_0^{R_{out}} I(r) J_0\left(\frac{j_{0k}r}{R_{out}}\right) r dr \\
&= \int_0^{R_{out}} \left[\sum_{j=1}^{\infty} \alpha_j J_0\left(\frac{j_{0j}r}{R_{out}}\right) \right] J_0\left(\frac{j_{0k}r}{R_{out}}\right) 2\pi r dr \\
&= 2\pi \sum_{j=1}^{\infty} \alpha_j \int_0^{R_{out}} J_0\left(\frac{j_{0j}r}{R_{out}}\right) J_0\left(\frac{j_{0k}r}{R_{out}}\right) r dr \\
&= \sum_{j=1}^{\infty} \alpha_j (\pi R_{out}^2 J_1^2(j_{0k}) \delta_{jk}) \\
&= \alpha_k \pi R_{out}^2 J_1^2(j_{0k})
\end{aligned} \tag{A.12}$$

これにより、係数 α_k は観測されるビジビリティを用いて次のように表される。

$$\alpha_k = \frac{1}{\pi R_{out}^2 J_1^2(j_{0k})} V_\nu\left(\frac{j_{0k}}{2\pi R_{out}}\right) \tag{A.13}$$

同様の手順により、係数 β_k についても以下のように求まる。

$$\beta_k = \frac{1}{\pi Q_{max}^2 J_1^2(j_{0k})} I_\nu\left(\frac{j_{0k}}{2\pi Q_{max}}\right) \tag{A.14}$$

これらを元の展開式に代入することで、連続的な積分演算は以下の無限和による離散フーリエ変換へと置き換えられる。

$$I_\nu(r) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\pi R_{out}^2 J_1^2(j_{0k})} V_\nu\left(\frac{j_{0k}}{2\pi R_{out}}\right) J_0\left(\frac{j_{0k}r}{R_{out}}\right) \tag{A.15}$$

$$V_\nu(q) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\pi Q_{max}^2 J_1^2(j_{0k})} I_\nu\left(\frac{j_{0k}}{2\pi Q_{max}}\right) J_0\left(\frac{j_{0k}q}{Q_{max}}\right) \tag{A.16}$$

実際の計算機上では、無限和を扱うことはできないため、式 (A.15) および式 (A.16) を有限の N 項目で打ち切る。ここで、離散化の整合性を保つため、 $k = N + 1$ におけるゼロ点を j_{0N+} と定義し、以下の関係式を満たすように Q_{max} を選ぶ。

$$2\pi R_{out} = \frac{j_{0N+}}{Q_{max}}, \quad 2\pi Q_{max} = \frac{j_{0N+}}{R_{out}} \tag{A.17}$$

さらに、天球面の輝度分布 I と空間周波数の Visibility V について、それぞれの代表点を次のように定義する。

$$\begin{cases} I \text{の代表点}(k \text{番目}): & r_k = R_{out} \frac{j_{0k}}{j_{0N+}} \\ V \text{の代表点}(j \text{番目}): & q_j = j_{0j} \frac{1}{2\pi R_{out}} \end{cases} \quad (\text{A.18})$$

式 (A.15) を N 項までの有限和とし、 $r = r_k$ を代入して $I_\nu(r_k) \rightarrow I_k$ 、 $V_\nu(q_j) \rightarrow V_j$ とおくと、

$$\begin{aligned} I_k &= \sum_{j=1}^N \left[\frac{1}{\pi R_{out}^2 J_1^2(j_{0j})} V_j \right] J_0 \left(\frac{j_{0j}}{R_{out}} \times \frac{R_{out} j_{0k}}{j_{0N+}} \right) \\ &= \frac{j_{0N+}}{2\pi R_{out}^2} \sum_{j=1}^N \frac{2}{j_{0N+} J_1^2(j_{0j})} J_0 \left(\frac{j_{0j} j_{0k}}{j_{0N+}} \right) V_j \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

となる。逆変換である $V_\nu(q_k)$ についても同様に整理することで、連続的であったハンケル変換は、最終的に共通の変換行列要素 $Y_{kj} = \frac{2}{j_{0N+} J_1^2(j_{0j})} J_0 \left(\frac{j_{0j} j_{0k}}{j_{0N+}} \right)$ を用いたシンプルな行列計算へと落とし込まれる。

前節で導出した離散ハンケル変換において、輝度分布 $\mathbf{I}$ からビジビリティ $\mathbf{V}$ を求める順変換の式に対し、空間周波数として特定の理論グリッドではなく、ALMA の実際の観測点である任意の空間周波数 q_j ($j = 1, 2, \dots, N_{vis}$) を代入する。このとき、任意の観測点 q_j におけるビジビリティ $V_\nu(q_j)$ は、有限項 N までの足し合わせとして次のように展開される。

$$V_\nu(q_j) = \sum_{k=1}^N \left[\frac{4\pi R_{out}^2}{j_{0N+}^2 J_1^2(j_{0k})} J_0(2\pi q_j r_k) \right] I_k \quad (\text{A.20})$$

ここで、大括弧内の式は、動径方向の離散グリッド k (天球面上の位置) と、任意の観測サンプリング点 j (uv 平面上の位置) を直接結びつける重み付け係数として機能する。`frankenstein` の定式化 (Jennings et al. 2020) に従い、この変換の核となるベッセル関数部分を抽出し、データ行列 $\mathbf{H}$ の各要素 $H_k(q_j)$ として次のように定義する。

$$H_k(q_j) = \frac{4\pi R_{out}^2}{j_{0N+}^2 J_1^2(j_{0k})} J_0(2\pi q_j r_k) \quad (\text{A.21})$$

A.4 傾斜角 (Inclination) と位置角 (Position Angle) の定義

図 A.3 は、視線方向に対して傾いた円盤が天球面に射影される概念図である。傾斜角 (inclination; i) が 0° のとき、円盤は観測者に対して face-on (真正面) となり、 90° のときは edge-on (真横) となる。

実際の観測では、本来円形である円盤は、天球面上に射影された見かけの楕円として捉えられる。このとき、見かけの楕円の長軸 (major axis) を a 、短軸 (minor axis) を b とすると、円盤の傾斜角 i は幾何学的に以下のように定義される。

$$\cos i = \frac{b}{a}$$



図 A.3 視線方向に対して傾いた円盤の射影の概念図。黄色の実線は face-on の円盤、破線は視線方向に傾斜角 i だけ傾いた円盤を表す。

また、図 A.4 に示すように、位置角 (Position Angle; PA) は、天球面上における北 (赤緯方向、Dec) から東 (赤経方向、RA) 回りにはかった円盤長軸までの角度として定義される。

A.5 Deprojection (逆投影) 処理

観測された見かけの楕円形状から、円盤に固定された真の動径方向の輝度分布 $I(r)$ を正しく評価するためには、見かけの座標系から円盤本来の座標系 (face-on 時の座標系) への変換、すなわち Deprojection (逆投影) が必要となる。図 A.5 にそのプロセスの概念図を示す。

Deprojection は主に以下の 2 つの幾何学的ステップで行われる。

1. **PA 回転:** 観測座標系 (RA, Dec) を位置角 PA だけ回転させ、座標軸を円盤の長軸および短軸に一致させる。

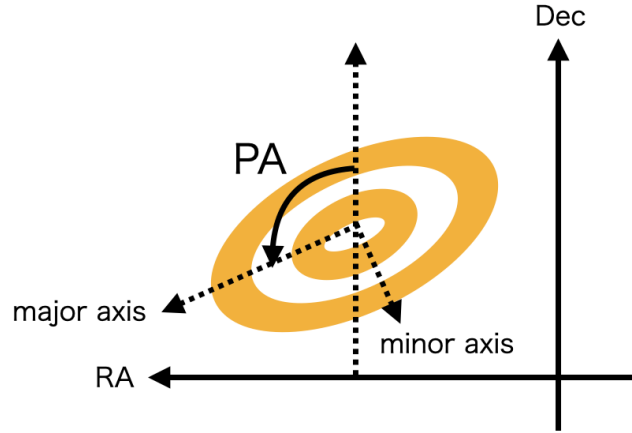


図 A.4 位置角 (PA) の定義。赤緯 (Dec) 軸から東回りにはかった円盤長軸までの角度とする。

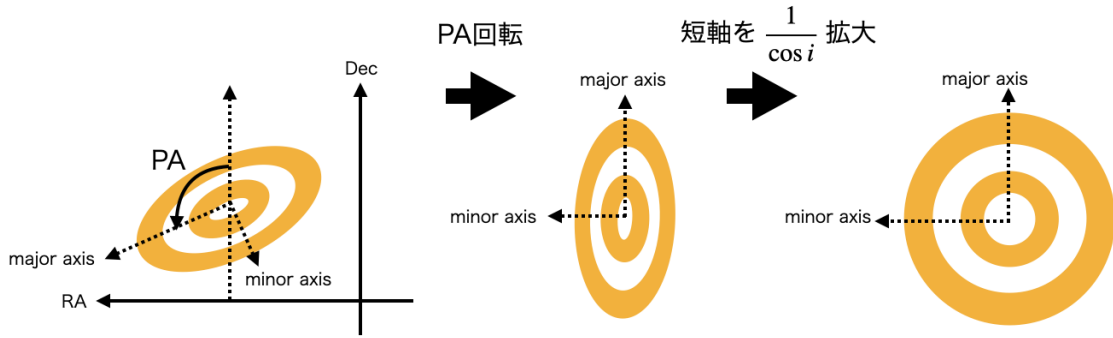


図 A.5 見かけの楕円から円盤本来の座標系 (face-on) への Deprojection プロセス。

2. **短軸の拡大 (傾斜角補正)** : 視線方向に射影されて圧縮して見える短軸方向の座標を、幾何学的に $\frac{1}{\cos i}$ 倍して引き延ばす。

この変換により、天球面上での任意の座標を、円盤面上の真の動径座標 r に一意にマッピングすることが可能となる。天球面上の観測座標における天体中心からの相対オフセットを (x, y) とし、Deprojection 後の円盤面上の真の座標を (x', y') と定義する。この座標変換は、位置角 PA による回転操作と、傾斜角 i に基づく短軸方向の拡大操作の組み合わせとして、以下の行列式で記述される。

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\cos i} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\text{PA}) & -\sin(\text{PA}) \\ \sin(\text{PA}) & \cos(\text{PA}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad (\text{A.22})$$

ここで、右辺の第 2 項（回転行列）は、観測座標系を位置角 PA だけ回転させ、座標軸を円盤の長軸（ y' 軸に対応）および短軸（ x' 軸に対応）に一致させる操作である。続く第 1 項の対角行列は、視線方向に射影されて圧縮して見える短軸方向（ x' 方向）の座標を、幾何学的に $\frac{1}{\cos i}$ 倍して引き延ばす（傾斜角を補正する）操作を表している。

付録 B

各観測バンドにおける MCMC の事後分布

本付録では、第 4 章における直接フィッティング (MCMC) の事後分布 (コーナープロット) を示す。

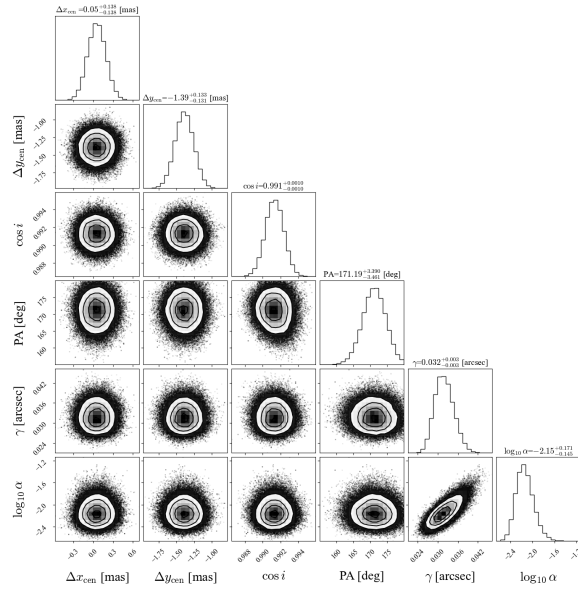


図 B.1 Band 3 (95 GHz) における MCMC 事後分布 (Corner Plot)。

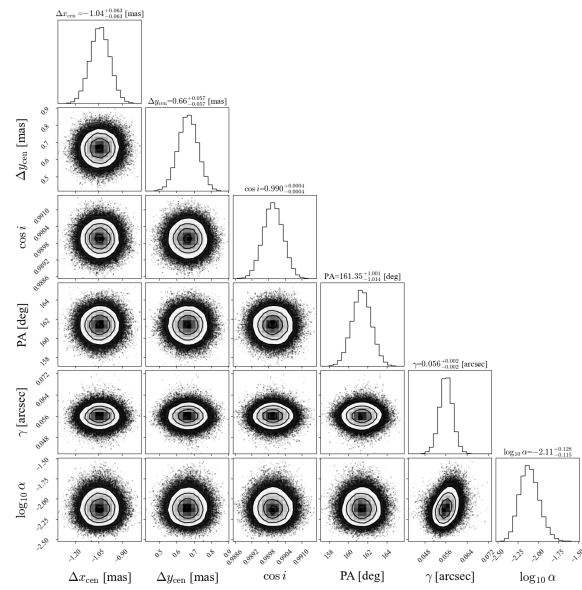


図 B.2 Band 4 (145 GHz) における MCMC 事後分布 (Corner Plot)。

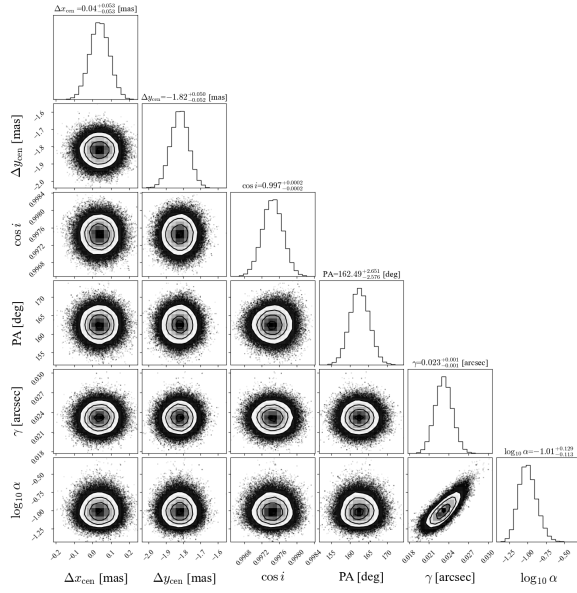


図 B.3 Band 6 (233 GHz) における MCMC 事後分布 (Corner Plot)。

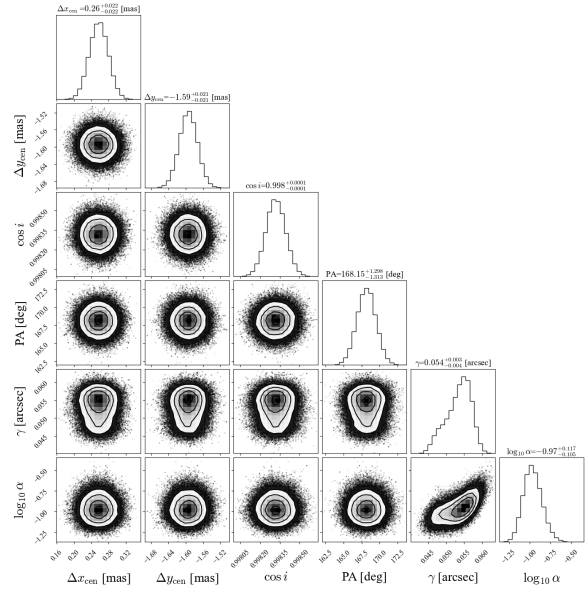


図 B.4 Band 7 (343 GHz) における MCMC 事後分布 (Corner Plot)。

参考文献

- [1] European Southern Observatory (ESO). *ALMA image of the protoplanetary disc around HL Tauri (eso1436a)*. Credit: ALMA (ESO/NAOJ/NRAO). ESO. 2014. URL: <https://www.eso.org/public/images/eso1436a/> (visited on 02/13/2026).
- [2] 百瀬 宗武. “原始惑星系円盤の電波観測入門 (1) : 惑星系の母胎を探る”. In: **日本惑星科学会誌遊星人** 28.3 (2019), pp. 213–225.
- [3] ALMA Partnership et al. “The 2014 ALMA Long Baseline Campaign: First Results from High Angular Resolution Observations toward the HL Tau Region”. In: *The Astrophysical Journal Letters* 808.1, L3 (July 2015), p. L3.
- [4] S. M. Andrews et al. “The Disk Substructures at High Angular Resolution Project (DSHARP). I. Motivation, Sample, Calibration, and Overview”. In: *The Astrophysical Journal Letters* 869.2 (2018), p. L41.
- [5] S. M. Andrews. “Observations of Protoplanetary Disk Structures”. In: *Annual Review of Astronomy and Astrophysics* 58 (2020), pp. 483–528.
- [6] L. Testi et al. “Dust Evolution in Protoplanetary Disks”. In: *Protostars and Planets VI*. Ed. by H. Beuther et al. Tucson: University of Arizona Press, 2014, pp. 339–361.
- [7] S. Kim et al. “The Synthetic ALMA Multiband Analysis of the Dust Properties of the TW Hya Protoplanetary Disk”. In: *The Astrophysical Journal* 872.2, 179 (Feb. 2019), p. 179.
- [8] T. Ueda, A. Kataoka, and T. Tsukagoshi. “Scattering-induced Intensity Reduction: Large Mass Content with Small Grains in the Inner Region of the TW Hya Disk”. In: *The Astrophysical Journal* 893.2 (Apr. 2020), p. 125.

- [9] E. Macías et al. “Characterizing the dust content of disk substructures in TW Hydrae”. In: *Astronomy & Astrophysics* 648, A33 (Apr. 2021), A33.
- [10] T. Tsukagoshi et al. “ALMA High-resolution Multiband Analysis for the Protoplanetary Disk around TW Hya”. In: *The Astrophysical Journal* 928.1, 49 (Mar. 2022), p. 49.
- [11] T. Birnstiel. “Dust Growth and Evolution in Protoplanetary Disks”. In: *Annual Review of Astronomy and Astrophysics* 62.1 (2024), pp. 157–202.
- [12] K. Miyake and Y. Nakagawa. “Effects of Particle Size Distribution on Opacity Curves of Protoplanetary Disks around T Tauri Stars”. In: *Icarus* 106.1 (Nov. 1993), pp. 20–41.
- [13] S. M. Andrews et al. “Ringed Substructure and a Gap at 1 au in the Nearest Protoplanetary Disk”. In: *Astrophys. J. Lett.* 820.2 (2016), p. L40.
- [14] C. A. L. Bailer-Jones et al. “Estimating Distances from Parallaxes. V. Geometric and Photogeometric Distances to 1.47 Billion Stars in Gaia Early Data Release 3”. In: *The Astronomical Journal* 161.3 (2021), p. 147.
- [15] G. J. Herczeg and L. A. Hillenbrand. “High-resolution Optical Spectroscopy of Low-mass Stars and Brown Dwarfs in the TW Hydrae Association”. In: *The Astrophysical Journal* 786.2 (2014), p. 97.
- [16] R. Teague et al. “Spiral structure in the gas disk of TW Hya”. In: *Astronomy & Astrophysics* 622 (2019), A29.
- [17] J. H. Debes et al. “The 0.5-2.2 μm Spectrum of the TW Hydrae Disk”. In: *The Astrophysical Journal* 771.1 (2013), p. 45.
- [18] J. Huang et al. “The Disk Substructures at High Angular Resolution Project (DSHARP). II. Characteristics of Annular Substructures”. In: *The Astrophysical Journal Letters* 869.2 (2018), p. L42.
- [19] K. Doi and A. Kataoka. “Estimate on Dust Scale Height from the ALMA Dust Continuum Image of the HD 163296 Protoplanetary Disk”. In: *The Astrophysical Journal* 912.2, 164 (May 2021), p. 164.
- [20] M. Villenave et al. “Observations of edge-on protoplanetary disks with ALMA. I. Results from continuum data”. In: *Astronomy & Astrophysics* 642, A164 (Oct. 2020), A164.
- [21] T. C. Yoshida et al. “Dust Scattering Albedo at Millimeter Wavelengths in the TW Hya Disk”. In: *The Astrophysical Journal* 980.1, 50 (Feb. 2025), p. 50.

- [22] T. Tsukagoshi et al. “Discovery of an au-scale Excess in Millimeter Emission from the Protoplanetary Disk around TW Hya”. In: *The Astrophysical Journal Letters* 878.1, L8 (June 2019), p. L8.
- [23] J. Jennings et al. “Frankenstein: protoplanetary disc brightness profile reconstruction at sub-beam resolution with a rapid Gaussian process”. In: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 495.3 (July 2020), pp. 3209–3232.
- [24] M. Aizawa, T. Muto, and M. Momose. “Axisymmetric Modeling of DSHARP Dusty Disks: Asymmetric Structures and Inner-Disk Dispersal”. In: *arXiv e-prints*, arXiv:2512.16091 (Dec. 2025), arXiv:2512.16091. arXiv: [2512 . 16091 \[astro-ph.EP\]](https://arxiv.org/abs/2512.16091).
- [25] M. Aizawa, T. Muto, and M. Momose. “Revealing asymmetry on mid-plane of protoplanetary disc through modelling of axisymmetric emission: methodology”. In: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 532.2 (Aug. 2024), pp. 1361–1390.
- [26] P. C. Cortes et al. *ALMA Technical Handbook*. ALMA Doc. 12.3, ver. 1.5. ALMA Observatory, 2025.
- [27] C. (de Données astronomiques de Strasbourg). *Associated data for Macías et al. (2021), A&A, 648, A33 (J/A+A/648/A33)*. FITS files and ancillary material hosted by CDS. 2021. URL: https://cdsarc.cds.unistra.fr/assocdata/?obs_collection=J/A+A/648/A33 (visited on 02/17/2026).
- [28] M. Ansdell et al. “ALMA Survey of Lupus Protoplanetary Disks. I. Dust and Gas Masses”. In: *The Astrophysical Journal* 828 (2016), p. 46.
- [29] I. Pascucci et al. “A Steeper than Linear Disk Mass-Stellar Mass Scaling Relation”. In: *The Astrophysical Journal* 831 (2016), p. 125.
- [30] Z. Zhu et al. “One Solution to the Mass Budget Problem for Planet Formation: Optically Thick Disks with Dust Scattering”. In: *The Astrophysical Journal Letters* 877 (2019), p. L18.
- [31] Y. Liu et al. “Underestimation of the dust mass in protoplanetary disks: Effects of disk structure and dust properties”. In: *Astronomy & Astrophysics* 668 (2022), A175.
- [32] T. Birnstiel et al. “The Disk Substructures at High Angular Resolution Project (DSHARP). V. Interpreting ALMA Maps of Protoplanetary Disks in Terms of a Dust Model”. In: *Astrophysical Journal Letters* 869.2 (Dec. 2018), p. L45.

- [33] N. Baddour and U. Chouinard. “Theory and operational rules for the discrete Hankel transform”. In: *Journal of the Optical Society of America A* 32.4 (2015), pp. 611–627.
- [34] 康. 福井, ed. シリーズ現代の天文学 6 星間物質と星形成. 東京: 日本評論社, 2008.
- [35] N. Dauphas and M. Chaussidon. “A Perspective from Extinct Radionuclides on a Young Stellar Object: The Sun and Its Accretion Disk”. In: *Annual Review of Earth and Planetary Sciences* 39.1 (2011), pp. 351–386.
- [36] P. J. Armitage. *Astrophysics of Planet Formation*. 2nd. Cambridge University Press, 2020.
- [37] 奥住 聡. 宇宙惑星科学特論 III 原始惑星系円盤におけるダストの成長と微惑星形成. 講義資料. http://www.geo.titech.ac.jp/~sokuzumi/lecture/ut_lecture_2020.pdf (accessed on 2026-02-27). 2020.
- [38] 井田 茂 and 中本 泰史. 惑星形成の物理: 太陽系と系外惑星系の形成論入門. 基本法則から読み解く物理学最前線 6. 共立出版, 2015.