

2025 年度 卒業論文

IM Lup ダスト円盤の非軸対称成分の解析: スパイラルの角速度推定

2026 年 2 月 27 日

指導教員 百瀬宗武 逢澤正嵩 米倉覚則

茨城大学理学部理学科
物理学コース

22s2029t 平出悠翔

目次

概要	4
第 1 章 序論	5
1.1 原始惑星系円盤	5
1.2 対象天体: IM Lup	9
1.3 観測の基礎：ダスト連続波と電波干渉計	11
1.4 本研究の目的	15
第 2 章 観測データ	16
第 3 章 解析手法	17
3.1 軸対称モデリングと残差画像作成	17
3.2 スパイラル位相と角速度の推定手法	20
第 4 章 結果	21
4.1 推定された幾何学的パラメータと輝度の軸対称成分	21
4.2 残差画像	23
4.3 $m = 2$ の強度・位相	25
4.4 スパイラルの角速度	29
第 5 章 考察：先行研究との違いを探索	31
第 6 章 まとめと今後の展望	33
謝辞	34
付録 A 角速度解析	35
A.1 deprojection のみの解析	35
A.2 幾何を固定した解析	36
A.3 一部エポックを用いた解析	37
A.4 解析の不確かさ	37
付録 B protomidpy	39
B.1 概要	39
B.2 推定するパラメータ	39
B.3 観測ビジビリティとモデルの関係	39
B.4 ベイズ推定：尤度と事前分布	40
B.5 周辺化尤度	40

B.6	MCMC	41
B.7	軸対称モデル	41
B.8	残差ビジビリティと残差画像	41
付録 C	誤差推定	43
C.1	方法 1：ガウス平滑化モデル	43
C.2	方法 2：複製モデル	46
C.3	方法 3：モンテカルロ評価	48
C.4	比較	48

概要

近年の高感度・高分解能観測により、スパイラルなどの非軸対称構造を持つ原始惑星系円盤が普遍的に存在することが明らかになってきた。これらの構造は惑星形成や円盤進化の過程を反映すると考えられており、その成因の解明は原始惑星系円盤の物理を理解する上で重要な課題である。特にスパイラル構造の起源としては、円盤中の惑星との相互作用による惑星駆動説と、円盤の自己重力による重力不安定 (gravitational instability; GI) 駆動説が主要な候補として挙げられている。前者ではスパイラルが剛体回転、後者では局所ケプラー回転を示すことが理論的に予想されている。先行研究では、 $m = 2$ のスパイラル構造を示す IM Lup 原始惑星系円盤を対象とし、ALMA の 7 年にわたる観測データを用いてスパイラルの角速度を測定することで、スパイラルの起源として GI を支持した。一方でスパイラルの信号は非常に微弱なため解析手法で結果が変わりうることが指摘されている。そこで本研究では特に円盤の幾何学的パラメータ (中心位置、傾斜角、PA) の違いが結果に与える影響に着目した。まず、ダスト円盤が幾何学的に薄いと仮定し、IM Lup のビジビリティデータから円盤の幾何学的パラメータおよび軸対称輝度分布を同時に推定する軸対称モデリング (protomidpy) 手法を適用した。これにより幾何学的パラメータの再評価を行う。次に、得られた軸対称モデルを観測データから減算することで残差画像を作成、非軸対称成分を抽出し、残差画像中の $m = 2$ スパイラル成分に対して角速度の測定を行った。その結果、円盤の幾何学的パラメータによって、抽出されるスパイラル構造およびそこから推定される角速度が系統的に変化し得ることが示された。得られた角速度は先行研究と異なる傾向を示し、GI 駆動と単純には整合しない可能性を示唆した。本研究は、スパイラルの起源を議論する上で、円盤の幾何学的パラメータを高精度で推定することが不可欠であることを示すものである。

第 1 章 序論

1.1 原始惑星系円盤

原始惑星系円盤は恒星の進化段階における前主系列星周りに形成される、ガスと塵でできた回転円盤であり惑星形成の現場と考えられている。ALMA Partnership et al. (2015) はアタカマ大型ミリ波サブミリ波干渉計 (ALMA) による高分解能観測により、HL Tau 周りの原始惑星系円盤がもつ明確な多重リング構造を初めて観測した。また近年の観測でスパイラルなどの非軸対称構造も観測されており、これらの構造は、形成途中の惑星と円盤の相互作用のサインである可能性が高く、構造を調べることで惑星や円盤進化の理解へつながる。以下に原始惑星系円盤の形成、進化、そして特徴的な構造について説明する。

1.1.1 円盤の形成過程と分類

以下ではシリーズ現代の天文学 第 6 巻 (2024); シリーズ現代の天文学 第 9 巻 (2021); Takahashi (2017) に従って、小・中質量星とそれらに付随する円盤の形成シナリオをまとめる。星間雲の中で数密度が高く (10^3 – 10^6 cm $^{-3}$)、水素が原子状に解離せず H $_2$ 分子として存在している領域を分子雲と呼ぶ。分子雲の質量は 10^4 – 10^7 M $_{\odot}$ で、温度は 10–30 K である。分子雲中の特に密度の高い部分を分子雲コアと呼び、サイズは 10^{17} cm 程度である。この分子雲コアが重力収縮することで中心部に原始星が形成される。

原始星の初期段階は原始星コアと呼ばれ、二段階の成長がある。まず分子雲コアが重力崩壊により収縮すると中心温度が上昇し、中心付近のガスが圧力によって支えられるようになり、水素分子が主成分の半径 1 au 程度のファーストコアが形成される。その後も周囲に残った大量のガスの降着により密度・内部温度は上昇する。2000 K 程度に達すると水素分子の解離が起こる。解離は吸熱反応であるため、熱エネルギーが解離に使われることで圧力で自身を支えられなくなり、二度目の重力崩壊を起こす。その結果、解離した水素は完全電離状態になり、再び平衡状態のコア (太陽半径の数倍程度) が形成される。この原始星に周囲のガスがさらに降着することで原始星の質量が徐々に増加し、最終的な星質量まで成長していく。

分子雲コアはわずかに回転していることが観測的に分かっており、ファーストコア形成後に分子雲からのガス降着により角運動量が持ち込まれる。降着が進むにつれ、圧力で支えられた球対称な構造から次第に遠心力で支えられた扁平な構造に進化する。原始星周りでは半径 1000 au 程度の回転しながら落下している円盤状構造 (エンベロープ) が確認されており、比角運動量 j_{env} を一定 ($\sim 10^{-3}$ km s $^{-1}$ pc) に保ったまま落下していくことが知られている。このようなエンベロープの中心部では、遠心力と中心星からの重力が釣り合う半径 R_{cen} 程度の円盤が形成されているはずである。

$$R_{\text{cen}} = \frac{(R_{\text{env}} V_{\text{env}})^2}{GM_{\star}} = \frac{j_{\text{env}}^2}{GM_{\star}}. \quad (1.1)$$

R_{env} と V_{env} はエンベロープの半径と回転速度、 G は重力定数、 $M_{\star}$ は中心星質量を表す。典型的には $R_{\text{cen}} \sim 100$ au 程度である。その後、降着やアウトフローなどによりエンベロープが散逸していき中心星が可視化された段階を前主系列段階と呼ぶ。この段階で中心星を取り巻く円盤を一般に原始惑星系円盤と呼ぶ。図 1.1 に原始惑星系円盤の構造の概要を示す。前主系列星は重力収縮に伴う重力エネルギーの解放により輝いている。

また前主系列星は $M_{\star} \lesssim 2 M_{\odot}$ の場合を T Tauri 型星、 $M_{\star} \gtrsim 2 M_{\odot}$ の場合を Herbig Ae/Be 型星と呼ぶ。この 2 つは HR 図上で異なる進化経路をたどる。T Tauri 型星は初め林トラックと呼ばれる温度一定で移動する進化経路をたどる。こ

の段階では全領域で対流によりエネルギーが輸送されている。その後ある程度収縮すると、星の中心で対流が止まり、放射によりエネルギーが輸送されることになる。この段階の星は HR 図上で光度を保ちながら左へ進む経路（ヘニエトラック）を進み、主系列にたどり着く。一方、Herbig Ae/Be 型星は林トラックを経由せず、放射平衡を保ちながら進化して主系列に達する（図 1.2）。さらに T Tauri 型星は H α 輝線が強い古典的 T Tauri 型星（CTTS）、H α 輝線が弱い弱輝線 T Tauri 型星（WTTS）に分けられる。一般に CTTS から WTTS に移行していくと解釈されることが多い。

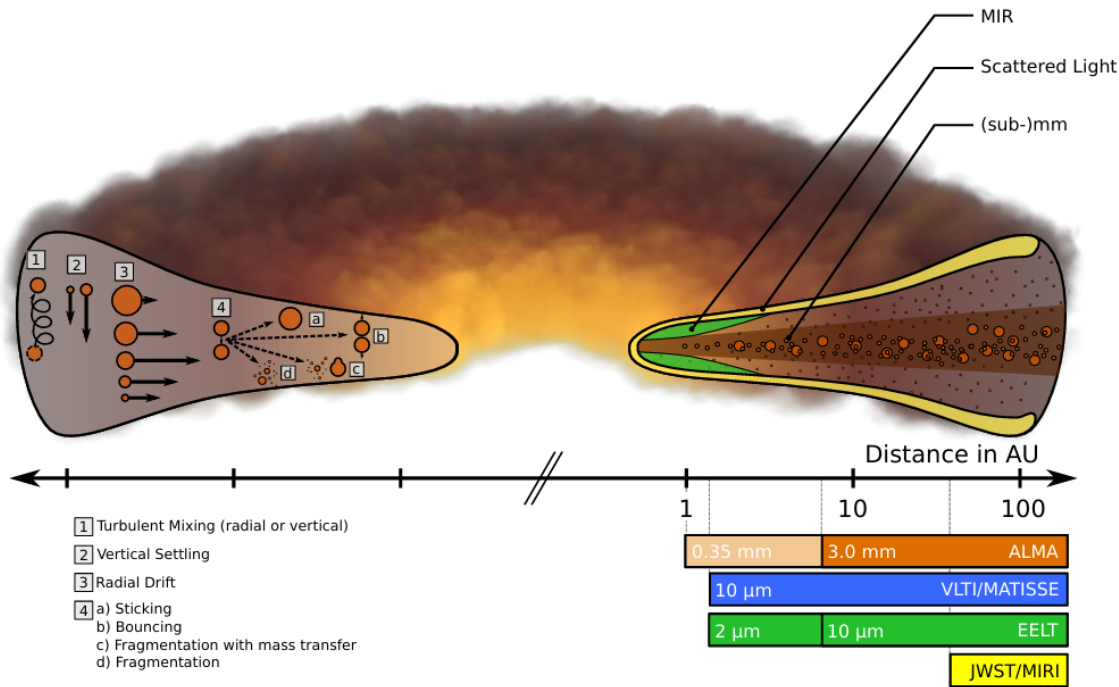


図 1.1: 原始惑星系円盤の概念図。左側にはダストの力学が示されており、右側では円盤の各領域がどの波長帯で明るく放射するかを示し、それに適した観測装置が示されている。Testi et al. (2014) より転載。

原始星から前主系列星の進化段階にある若い星を総称して YSO（Young stellar object）と呼び、その進化段階によってクラス分けされる。SED（Spectral Energy Distribution）の赤外領域でのスペクトルの傾き α_{IR} を

$$\alpha_{\text{IR}} = \frac{d \log(\lambda F_{\lambda})}{d \log \lambda} \tag{1.2}$$

で定義すると表 1.1 のように定量的にクラス分けできる。ここで λ は波長、 F_{λ} は波長 λ におけるフラックス密度。また、図 1.3 に SED による YSO 進化段階の予想図を示す。

Class	α_{IR}	中心星・ガス・円盤質量	特徴
0	–	$M_{\text{env}} > M_{\star} > M_{\text{disk}}$	可視光や赤外での放射は見られない
I	$\alpha_{\text{IR}} > 0.3$	$M_{\star} > M_{\text{env}} \sim M_{\text{disk}}$	電波でも光学的に厚い
FS	$-0.3 < \alpha_{\text{IR}} < 0.3$	–	Class I と Class II の中間
II	$-1.6 < \alpha_{\text{IR}} < -0.3$	$M_{\text{disk}}/M_{\star} \sim 1\%, M_{\text{env}} \sim 0$	円盤による質量降着、H α と UV 放射が強い
III	$\alpha_{\text{IR}} < -1.6$	$M_{\text{disk}}/M_{\star} \ll 1\%, M_{\text{env}} \sim 0$	降着がないか弱い

表 1.1: 若い星の進化段階の分類。 M_{disk} は円盤質量、 M_{env} はエンベロープ質量。フロンティアセミナー: 百瀬宗武 (2016) より転載。

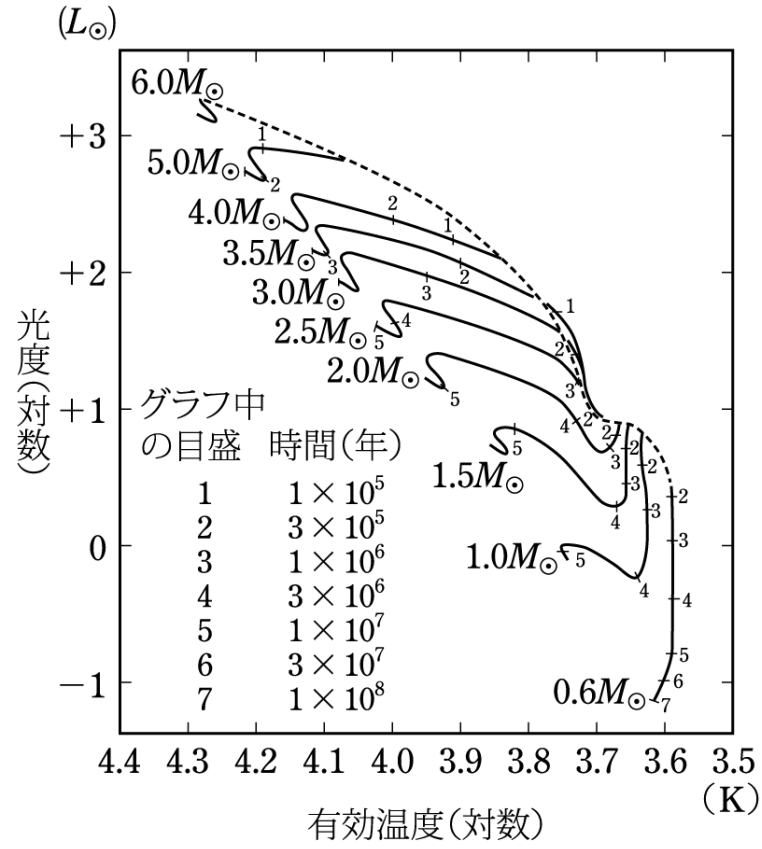


図 1.2: 前主系列の質量ごとの HR 図上での進化予想。シリーズ現代の天文学 第 6 巻 (2024) より転載。

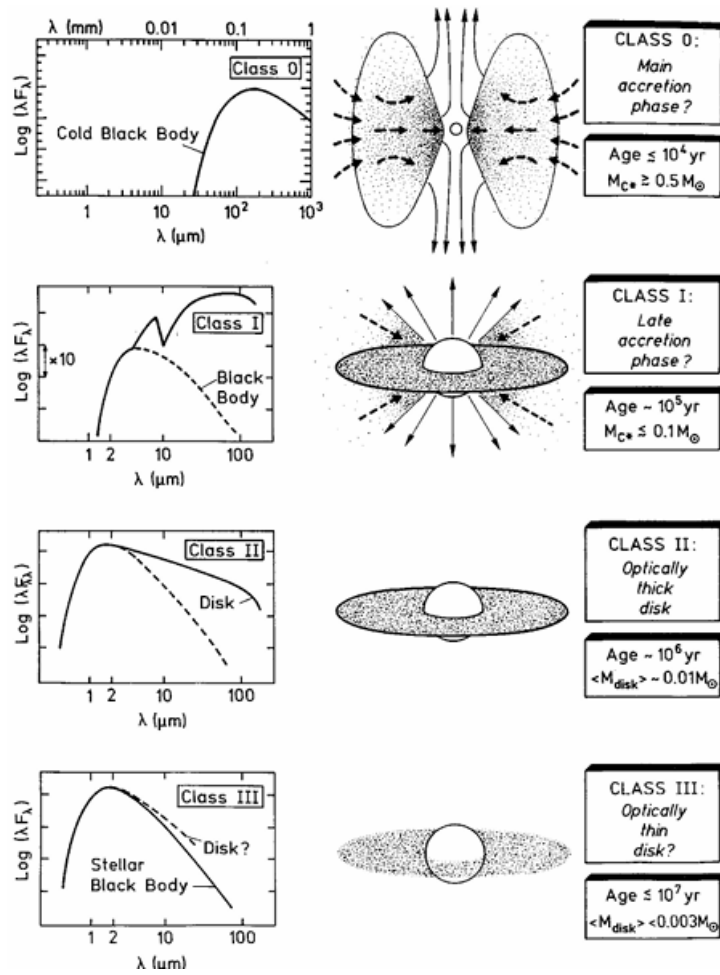


図 1.3: SED による YSO 進化段階。Bachiller et al. (1996) より転載。

1.1.2 円盤の重力不安定性

円盤中のガスは遠心力によって支えられているため、角運動量が変化しない限り中心星へ降着できない。また、円盤形成後に外側から落下してくるガスも、遠心力のため中心星へ直接落下できず、いったん円盤へ供給される。ガスを中心星へ落下させるには、円盤内で角運動量を輸送し、内側のガスから角運動量を引き抜く必要がある。ここで重要となる機構の一つが原始惑星系円盤の自己重力不安定性である。原始星の周りに初期に形成される円盤は、原始星に対して重く、このような円盤は自己重力によって不安定になりやすい。自己重力不安定性が成長すると円盤に渦状に伸びたスパイラル構造が形成される。渦状腕がつくる重力の引っ張り、腕による速度の乱れによって角運動量を外に運び、その結果、円盤中のガスは内側へ降着する。角運動量輸送には磁気制動や磁気回転不安定性 (MRI) などとも寄与し得るが、円盤中面の電離度が低い領域 (デッドゾーン) では MRI が働きにくいと考えられており、自己重力による輸送が重要になり得る。以下に重力不安定性を特徴づける Toomre の Q 値について述べる。薄い自己重力円盤において、動径方向の微小摂動を $\propto \exp\{i(kr + m\phi - \omega t)\}$ とおき摂動が十分細かいとする WKB 近似で考える。流体の基礎方程式を線形化すると、摂動の分散関係は

$$(\omega - m\Omega)^2 = \kappa^2 + c_s^2 k^2 - 2\pi G \Sigma |k| \quad (1.3)$$

で与えられる (Cossins et al., 2009)。ここで Ω は円盤の角速度、 κ はエピサイクル振動数、 m は方位モード数、 k は動径波数、 Σ は面密度、 c_s は音速である。円盤ガスは平均的には円運動しているが、回転面内および鉛直方向に小さな振動 (摂動) を持ち、そのうち回転面内の微小振動の固有振動数がエピサイクル振動数 κ である。

ケプラー回転円盤では $\kappa = \Omega = \Omega_K$ が成り立つ。さらに軸対称摂動 ($m = 0$) に限ると、式 (1.3) は

$$\omega^2 = \kappa^2 + c_s^2 k^2 - 2\pi G \Sigma |k| \quad (1.4)$$

となる。ここで Toomre の Q 値を

$$Q \equiv \frac{c_s \kappa}{\pi G \Sigma} \quad (1.5)$$

と定義する。すると式 (1.4) は、 $Q < 1$ のときに $\omega^2 < 0$ となる波数帯を持つことが分かる。これは摂動が時間とともに指数関数的に成長する (重力不安定である) ことを意味する。以上が Toomre の Q 値による安定性の判別である (Toomre., 1964)。さらに式 (1.4) 右辺は $|k|$ に関して最小値をとり、そのとき最も不安定になりやすい波数は

$$k_{\text{uns}} = \frac{\pi G \Sigma}{c_s^2} \quad (1.6)$$

で与えられる。対応する波長は

$$\lambda_{\text{uns}} = \frac{2\pi}{k_{\text{uns}}} = 2\pi H \quad (1.7)$$

となる。ここで H は自己重力が鉛直方向の釣り合いに寄与する場合の典型的な厚み (スケールハイト) であり、

$$H = \frac{c_s^2}{\pi G \Sigma} \simeq Q \frac{c_s}{\Omega} \quad (1.8)$$

と表される。((通常の $H \simeq c_s/\Omega$ は中心星重力のみを仮定したスケールハイトであるのに対し、ここでは円盤の自己重力が鉛直方向の釣り合いに寄与する場合の厚みを表す。) したがって $Q \sim 1$ のとき、不安定に成長しやすい揺らぎの典型波長は円盤の厚みの $\sim 2\pi$ 倍となる。

数値計算において、冷却などによって Q が低下し $Q \sim 1$ に近づくと重力不安定が励起され、非軸対称なスパイラル密度波が発達することが確認されている (Cossins et al., 2009)。重力不安定が発達すると、スパイラル密度波に伴う衝撃・散逸によって円盤が加熱され、冷却と釣り合うことで Q は概ね 1 付近に保たれると考えられている。

また、GI は惑星形成の時間スケール問題を解決する可能性があるとして議論されている。HR 8799 系では、中心星からおおよそ 20–70 au の位置に 4 つの巨大惑星が確認されている (Marois et al., 2008)。従来の惑星形成のコア集積モデルでは、このような 10 au 以遠に惑星の核ができるには時間がかかりすぎて、円盤寿命 ($\sim$ 数 Myr) 以内に巨大コアが形成できないという問題がある。そこで代替案として、GI による円盤の分裂やコア形成促進が考えられている。星の進化だけでなく惑星形成においても GI が果たす役割は重要である。

1.1.3 原始惑星系円盤のスパイラル構造

原始惑星系円盤において多様な非軸対称構造が観測されている (図 1.4)。その中でもスパイラル構造は、自己重力や惑星摂動など円盤の力学に直接関わる過程によって励起され得るため、円盤の物理状態を制約する上で重要である。ALMA の大規模観測プロジェクト DSHARP では、ダスト連続波観測により、Elias 27, IM Lup, WaOph 6 において顕著なスパイラル構造が確認された (Huang et al., 2018b)。また、スパイラル構造はダスト連続波に限らず、光学・近赤外の散乱光観測でも広く検出されている (図 1.5)。スパイラル構造の成因については前節で述べた GI によるもの (Kratter & Lodato., 2016) 以外にも様々な議論がされており、代表的な惑星駆動説 (Bae & Zhu., 2018; Ogilvie & Lubow., 2002) や影による温度構造の変化 (Montesinos et al., 2016; Muley et al., 2026)、伴星のフライバイ (Cuello et al., 2020; Su et al., 2026)、円盤が内側と外側で傾きがずれている (Misaligned) ことに起因するもの (Rowther et al., 2025) などが考えられている。

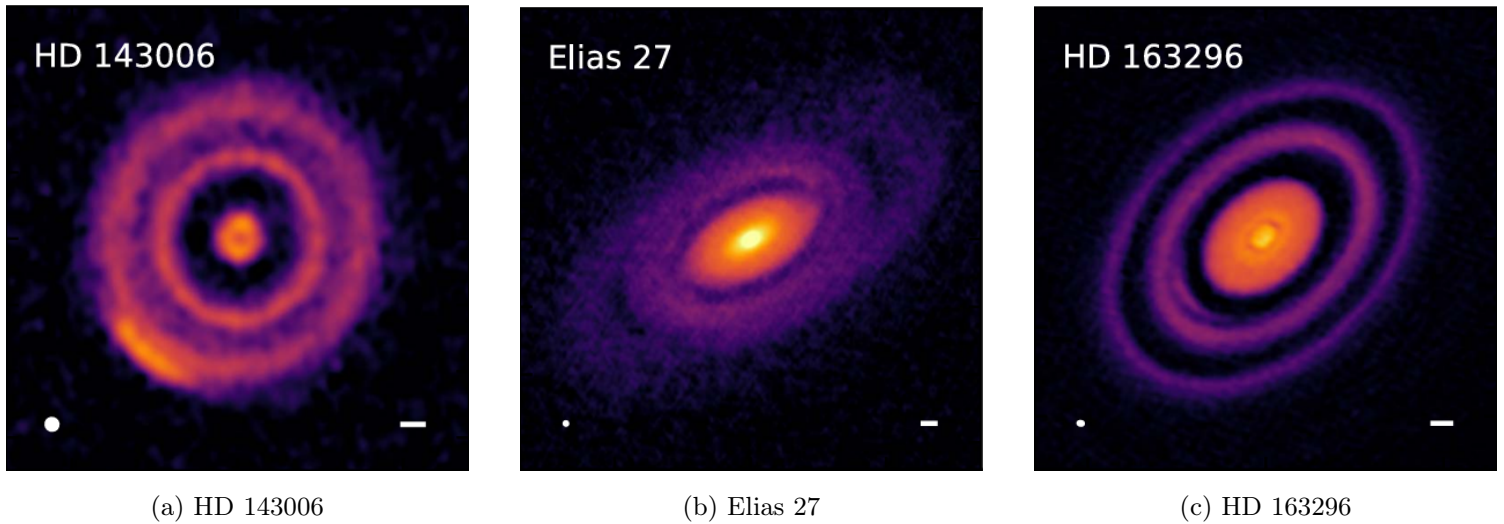


図 1.4: ダスト連続波で得られた非軸対称構造を持つ原始惑星系円盤 (Andrews et al., 2018)。

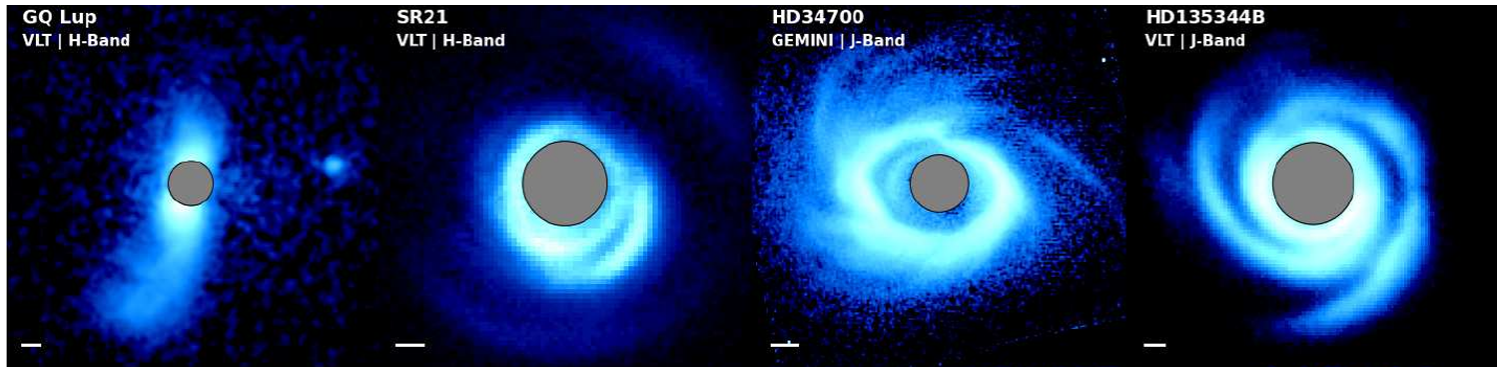


図 1.5: 光学～近赤外 (H/J バンド) の散乱光観測で得られたスパイラル構造を示す原始惑星系円盤の例 (Benisty et al., 2023)。灰色のマスキは中心星および内側領域を覆っている。

1.2 対象天体: IM Lup

本研究の対象天体である IM Lup は古典的 T Tauri 型星 (Class II) に分類され、明瞭な $m = 2$ スパイラルを持つ原始惑星系円盤として代表的である。IM Lup の主要な中心星パラメータを表 1.2 にまとめる。

IM Lup のスパイラルの成因については、主に惑星駆動説と重力不安定 (GI) 駆動説の間で長年議論がなされてきた。ケプラー回転からの局所的な逸脱 (kink) は惑星の間接的証拠となりうると考えられており、Pinte et al. (2020) は中心星から約 117 au に位置する kink が、ダスト連続波で観測されるスパイラルの先端付近に対応する可能性を示し、巨大惑星に

Parameter	Symbol	Value	Reference
距離	d	158 pc	(1)
スペクトル型	SpT	K5	(2)
質量	$M_{\star}$	$1.1 M_{\odot}$	(3)
年齢	t	~ 1 Myr	(3)
有効温度	T_{eff}	4350 K	(4)

表 1.2: IM Lup の中心星パラメータ。(1) [Gaia Collaboration et al. \(2023\)](#) (2)[Andrews et al. \(2018\)](#) (3)[Oberg et al. \(2021\)](#) (4)[Alcalá et al. \(2017\)](#)

よる駆動を示唆した。

一方で、IM Lup 円盤は質量が大きく、重力不安定が発生し得る条件を満たしていることも知られている。IM Lup 円盤の質量は $M_{\text{disk}} \approx 0.1 M_{\odot}$ と推定されて、Toomre の Q パラメータは円盤全体にわたって $Q \sim 1\text{--}2.5$ と見積もられている ([Lodato et al., 2023](#))。第 1.1.2 節で述べたように、 $Q \sim 1$ は円盤が重力不安定となり得ることを示す指標であり、このような条件下では円盤の自己重力によってスパイラル構造が形成され得る。[Speedie & Dong. \(2022\)](#) は、kink の惑星候補位置から理論式を用いて予測されるスパイラル軌跡と、残差に見られるダストスパイラルの位置関係を比較し、単純な対応づけでは一致しない場合があることを示した。特に IM Lup などで見られる概ね対称な 2 本腕スパイラルは、理論的には比較的大きな惑星質量比 ($q \sim 0.01$ 以上) を要する一方、kink 振幅から推定される質量比は $q \sim 0.001\text{--}0.005$ 程度であり、この点で GI による駆動の方がより自然に説明できる可能性にも言及している。ただし、同論文では kink 解析が鉛直構造を考慮していないことについても改善の余地があるとし、惑星駆動を完全に否定するものではない。

また、GI を支持する観測的兆候も複数報告されている。CN 輝線観測からは円盤上層における強い乱流が検出されており ([Paneque et al., 2024](#))、またダスト円盤の鉛直方向の広がりも示唆されている ([Bosman et al., 2023](#))。加えて、[Ueda et al. \(2024\)](#) は、GI によって制御された表面密度分布を仮定することで、IM Lup の赤外偏光およびミリ波連続波観測結果を整合的に説明できることを示した。

一方で、これらの兆候だけではスパイラルの駆動機構を一意に特定することは難しい。そこで近年では、複数エポックにわたる観測からスパイラルの角速度を直接測定する解析が、スパイラルの起源を判別する有効な手法として注目されている。惑星によって駆動されるスパイラルは、惑星の軌道角速度に対応した半径によらない一定の角速度で剛体回転することが理論的に予測されている ([Bae & Zhu., 2018](#); [Ogilvie & Lubow., 2002](#))。一方で、GI によって励起されるスパイラルは円盤の回転に強く結び付いた振る舞いをし、局所ケプラー回転を示すことが理論的に予測されている ([Kratte & Lodato., 2016](#))。この性質を観測的に検証することで惑星駆動と GI 駆動を区別できる。実際に、複数エポック観測によってスパイラルの回転を捉え、惑星駆動を示唆した例がいくつか報告されている。例えば [Ren et al. \(2020\)](#) は MWC 758 において、約 5 年間の散乱光観測 (Y - band) を用いて、スパイラルの剛体回転を検出し、その回転速度からスパイラルを駆動する惑星の存在を示唆した。また [Xie et al. \(2024\)](#) は SAO 206462 に対する約 7 年間の散乱光観測 (J - band) を用いてスパイラルの角速度を測定することで、惑星駆動として整合的であることを示し、ギャップやフィラメントの位置との対応を議論した。これらの研究は、スパイラルの時間発展を追跡することが強力な判別手段であることを示している。

このような背景のもと、[Yoshida et al. \(2025\)](#) は 2017–2024 年に取得された複数エポックの ALMA ダスト連続波観測を用いて、IM Lup 円盤のスパイラル構造の時間発展を解析した。得られたスパイラルの角速度 (図 1.6) は局所ケプラー回転と整合的であり、スパイラルが GI によって駆動されていることを強く支持した。

こうした ALMA による観測結果の理解を深めるため次節では、ダスト連続波や干渉計の基礎について整理する。

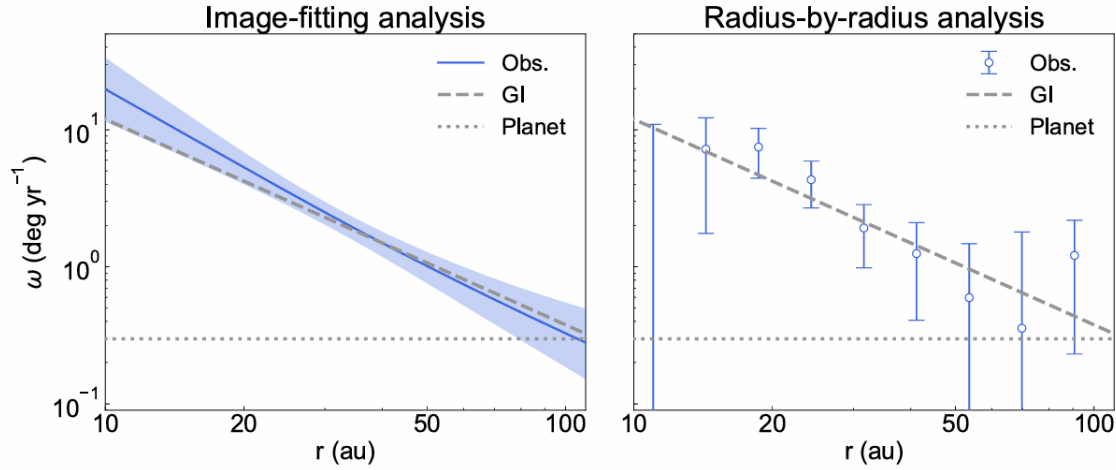


図 1.6: Yoshida et al. (2025) で得られたスパイラルの角速度。(同論文から転載) 同論文ではスパイラルの角速度 $\omega(r)$ を 2 通りの手法で推定した。Image-fitting では 2017 年の高解像度画像を基準とし、 $\omega(r)$ をモデルを仮定して他エポックへ回転・畳み込みを施し、画像全体の尤度比較から $\omega(r)$ を推定した。radius-by-radius では各半径 r ごとに方位角方向のシフト量 ($\theta \rightarrow \theta - \omega \Delta T$) を直接探索し、エポック間の残差 (χ^2) が最小となる $\omega(r)$ を求めた。点線は局所ケプラー回転 ($\omega \propto r^{-1.5}$) を示す理論直線と存在が予想されている 117au 付近の巨大惑星による駆動を示す理論直線。

1.3 観測の基礎：ダスト連続波と電波干渉計

1.3.1 ダスト連続波

前述の通り、原始惑星系円盤は惑星形成の現場と考えられており、円盤の赤道面に沈殿したダストをとらえることは惑星形成の理解において非常に重要である。ダスト連続波の画像は輝度 I_ν の分布として得られる。そこで本節では、 I_ν が円盤中のダスト柱密度や温度、吸収係数とどのように関係するかを、シリーズ現代の天文学 第 16 巻 (2020) に基づき整理する。

輻射輸送の基礎

輝度 I_ν はある方向から来る放射が、単位時間・単位面積・単位立体角・単位周波数幅あたりに運ぶエネルギーであり、 $[\text{Wm}^{-2} \text{ Hz}^{-1} \text{ sr}^{-1}]$ の次元を持つ。

放射・吸収能力を持つ物質中を距離 ds 通過する電磁波の変化は、

$$\frac{dI_\nu}{ds} = \varepsilon_\nu - \kappa_\nu I_\nu \quad (1.9)$$

と表され、これを輻射輸送方程式という。ここで ε_ν $[\text{Wm}^{-3} \text{ Hz}^{-1} \text{ sr}^{-1}]$ は一定量の物質が周波数 ν の放射を出す能力（放射率）を表し、 κ_ν $[\text{m}^{-1}]$ は一定量の物質が周波数 ν の放射をどれだけ吸収するかを表す（吸収係数）。ここで、放射と吸収が釣り合う場合 $dI_\nu/ds = 0$ となるため、

$$I_\nu = \frac{\varepsilon_\nu}{\kappa_\nu} \equiv S_\nu \quad (1.10)$$

が成り立つ。ここで物質の性質 ($\varepsilon_\nu, \kappa_\nu$) のみに依存するこの S_ν を源泉関数と呼ぶ。特に物質が温度 T の黒体放射と熱平衡にある場合、周囲の放射場は温度 T のプランクの放射式 B_ν で表され、物質の有無にかかわらず、黒体放射として性質が変わらないため、

$$S_\nu = B_\nu(T) \quad (1.11)$$

が必要。一様な物質中 ($\varepsilon_\nu, \kappa_\nu$ が一定) では、新たな変数 $d\tau_\nu = \kappa_\nu ds$ を用いて (1.9) を書き換えると、

$$\frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = S_\nu - I_\nu \quad (1.12)$$

と表せ、一般解は、背景光を $I_\nu(0)$ とすると、

$$I_\nu = I_\nu(0) \exp(-\tau_\nu) + S_\nu[1 - \exp(-\tau_\nu)] \quad (1.13)$$

となる。物質が温度 T の輻射と熱平衡にあるとき (1.11) より、

$$I_\nu = I_\nu(0) \exp(-\tau_\nu) + B_\nu(T)[1 - \exp(-\tau_\nu)] \quad (1.14)$$

ここで τ_ν は $\tau_\nu = \int \kappa_\nu ds$ で定義される量で光学的厚みという。

ダスト連続波

電波領域でのダストからの放射の場合、光学的に薄い ($\tau_\nu \ll 1$) 場合がほとんどである。寄与が小さいとして背景光を無視すると、ダストが単一温度 T で熱平衡である場合、観測される輝度 I_ν は式 (1.14) より、

$$I_\nu \approx \tau_\nu B_\nu(T) \quad (1.15)$$

と表せる。ダストに対しては習慣的に、ガスを含む星間物質単位質量あたりの吸収係数で収量を定量化することが多い。そこで単位質量あたりの吸収係数 $\kappa_{\rho\nu}$ [$\text{cm}^2 \text{g}^{-1}$] とし、星間物質の密度を ρ [g cm^{-3}] とすると、 $\kappa_\nu = \kappa_{\rho\nu} \rho$ と表せる。また、光学的厚みは

$$\tau_\nu = \int \kappa_\nu ds = \kappa_{\rho\nu} \int \rho ds \quad (1.16)$$

で表せる。最右辺の積分の部分は星間物質の柱密度に対応しており、光学的厚みが柱密度に比例することを表している。また、電波領域の吸収係数は、

$$\kappa_{\rho\nu} = 0.1 \times \left(\frac{250 \mu\text{m}}{\lambda} \right)^\beta \quad (1.17)$$

がしばしば用いられる。 β は周波数依存性を表す指数で、0-2 の値をとる。理論的には波長に比べ十分にダストのサイズが小さいときは $\beta \approx 1.7$ になり、大きさが波長と同程度でかつ不規則な形状をしていると、 $\beta = 1$ 程度になると考えられている。式 (1.16) を用いると式 (1.15) は、

$$I_\nu \approx \kappa_{\rho\nu} B_\nu(T) \int \rho ds \quad (1.18)$$

となり、輝度が柱密度に比例するというを表している。電波領域で観測された原始惑星系円盤に見られる同心円状の明暗（リング・ギャップ）がダスト柱密度の変化と対応しているということが重要である。

一方、ALMA のような電波干渉計が直接測定するのは輝度そのものではなくビジビリティである。次節では、干渉計の観測量であるビジビリティと輝度分布の関係を整理する。

1.3.2 電波干渉計の基礎

ALMA (Atacama Large Millimeter/submillimeter Array) は南米チリの標高約 5,000 m に建設された電波干渉計であり、サブミリ波 (0.1-1 mm) からミリ波 (1-10 mm) を観測する。干渉計の原理の概観を図 1.7 に示す。

干渉計では、2 台のアンテナで受信した電場（電圧）信号 $V_1(t)$, $V_2(t)$ の相互相関を計算する。天体の方向を $\mathbf{s}$ 、天球上の微小方向ずれを (l, m) で表すと、基線ベクトル $\mathbf{D}$ に対する幾何学的遅延は

$$\tau_g = \frac{\mathbf{D} \cdot \mathbf{s}}{c} \quad (1.19)$$

で与えられる（図 1.7）。実際の相関器では、この遅延を補償する遅延時間 τ_i を与えた上で、遅延 τ に対する相互相関関数

$$C(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} V_1(t - \tau_i) V_2^*(t - \tau) dt \quad (1.20)$$

を計算する。さらに、 $C(\tau)$ をフーリエ変換した

$$\hat{C}(\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} C(\tau) \exp(-2\pi i \nu \tau) d\tau \quad (1.21)$$

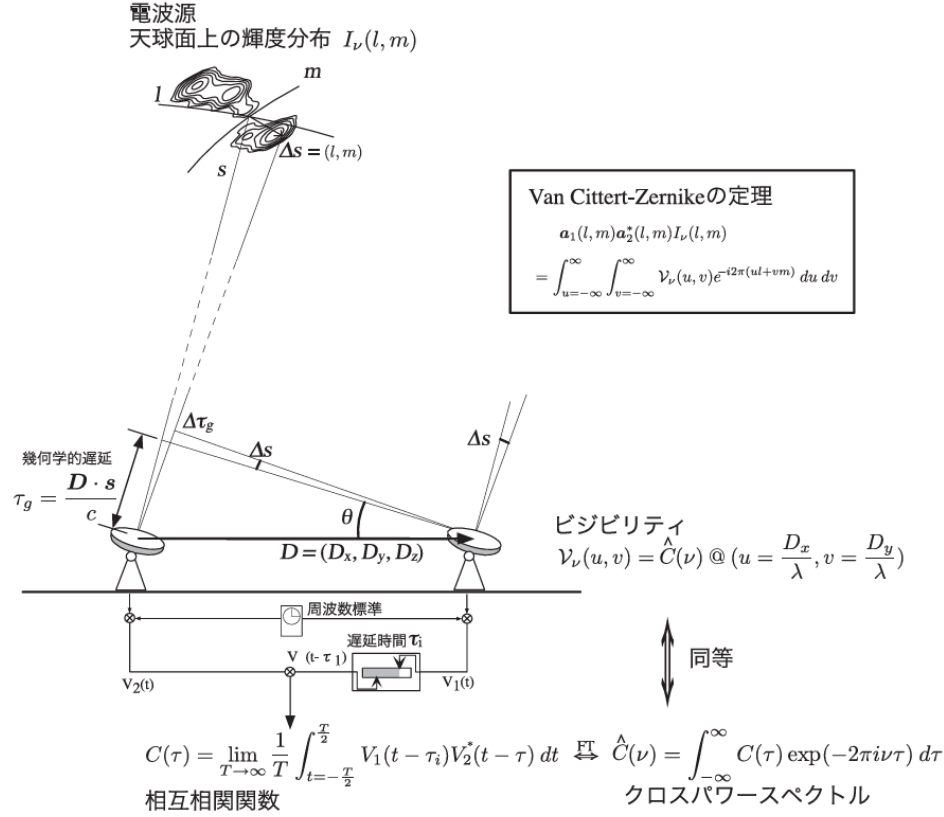


図 1.7: 干渉計の原理図。干渉計サマースクール (2005) より転載。

をクロスパワースペクトルと呼ぶ (図 1.7)。この $\hat{C}(\nu)$ は、空間周波数

$$u = \frac{D_x}{\lambda}, \quad v = \frac{D_y}{\lambda} \quad (1.22)$$

における複素ビジビリティ $V(u, v)$ に対応する。

ビジビリティと天球上の輝度分布の関係は Van Cittert-Zernike の定理で与えられる。アンテナの複素利得を $a_1(l, m)$, $a_2(l, m)$ 、天球上の輝度分布を $I_\nu(l, m)$ とすると、

$$V(u, v) = \iint a_1(l, m) a_2^*(l, m) I_\nu(l, m) \exp\{-2\pi i(ul + vm)\} dl dm \quad (1.23)$$

となる。全ての (u, v) を測定できるなら

$$a_1(l, m) a_2^*(l, m) I_\nu(l, m) = \iint V(u, v) \exp\{2\pi i(ul + vm)\} du dv \quad (1.24)$$

により輝度分布を復元できる (図 1.7)。しかし実際には得られる (u, v) は有限である。観測してビジビリティが得られた (u, v) には 1、得られなかった (u, v) には 0 を与えるサンプリング関数を $B(u, v)$ とすると、観測されたビジビリティ V_{obs} は、真のビジビリティ $V(u, v)$ を用いて、

$$V_{obs} = B(u, v) V(u, v) \quad (1.25)$$

と表せる。この $B(u, v)$ を uv coverage と呼ぶ。真の輝度分布を $I(l, m)$ として観測されたビジビリティをフーリエ変換すると、

$$\begin{aligned} \text{FT}[V_{obs}(u, v)] &= \text{FT}[V(u, v) B(u, v)] \\ &= \text{FT}[V(u, v)] * \text{FT}[B(u, v)] \\ &= I(l, m) * b(l, m) \end{aligned}$$

$B(u, v)$ をフーリエ変換した $b(l, m)$ を合成ビーム (synthesized beam) と呼ぶ。この式からわかる通り、観測されたビジビリティから得られる像 (dirty image) は真の像と合成ビームの畳み込まれたものとなる (図 1.8)。

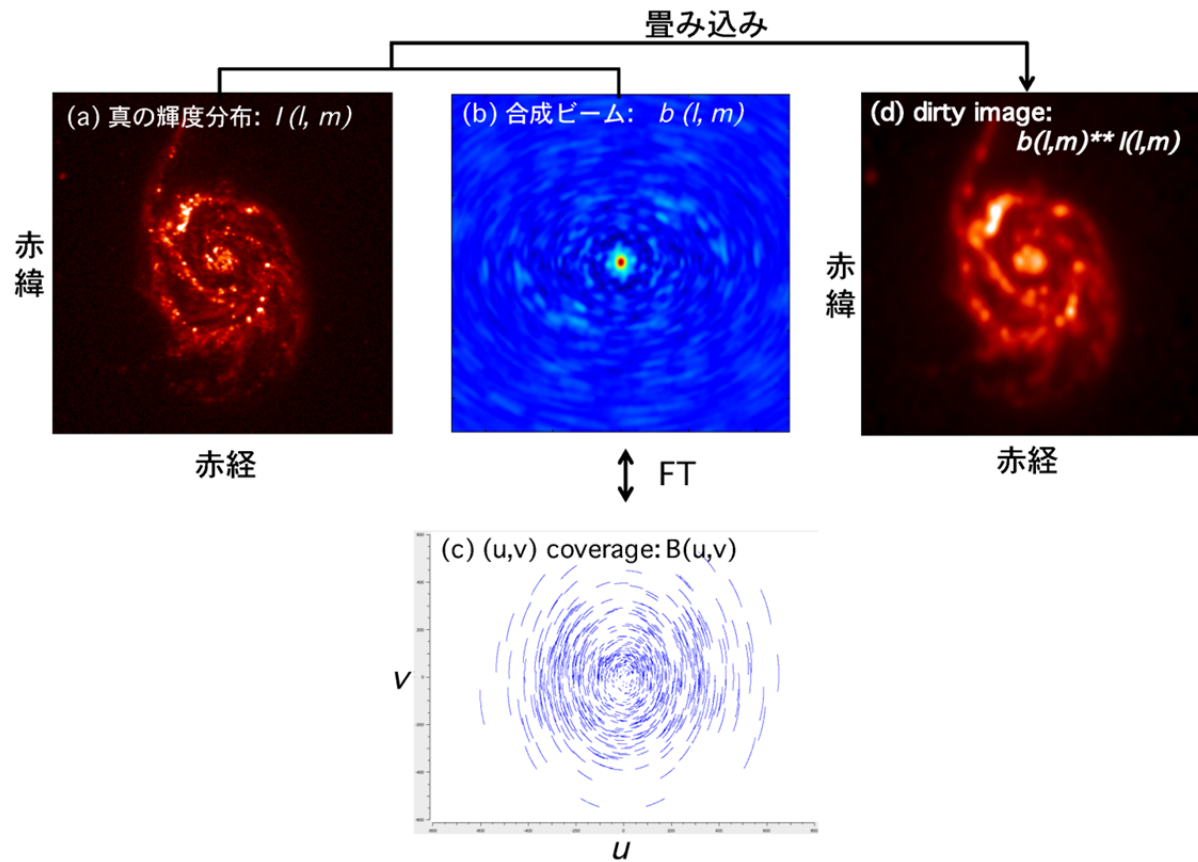


図 1.8: 干渉計による像合成の概念図。ALMA データ解析講習会資料 (2021) より転載。

以上から目的の画像を得るには、CLEAN などの deconvolution により畳み込みを解くことが必要である。これらを踏まえでは CLEAN の概要を簡単に説明する。

CLEAN

CLEAN には複数の種類があるが、ここでは最も基本的な Högbom CLEAN の考え方を説明する。このアルゴリズムのプロセスは以下の通りである (図 1.9)。

1. dirty image から最大強度を与える位置を探す。
2. その位置に、ピーク強度の gain 倍に対応する点源を CLEAN component を追加する。同時に、その点源を合成ビームで畳み込み残差画像から差し引き、残差画像を更新する。
3. 残差画像の最大値が所定の閾値以下になるまで、あるいは最大反復回数に達するまで繰り返す。
4. 得られた CLEAN component の集合に CLEAN ビームを畳み込み最終的な残差画像を加えて CLEAN image を得る。

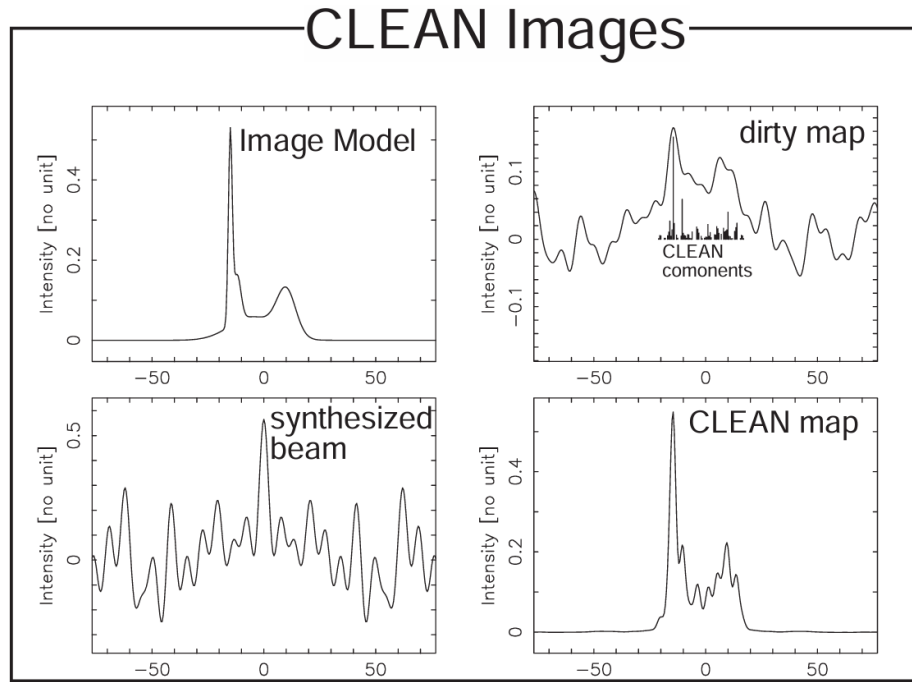


図 1.9: CLEAN の概念図。干渉計サマースクール (2005) より転載。

1.4 本研究の目的

前節で述べたように、輝度分布（画像）は CLEAN などの復元処理によって得られる。しかし、干渉計観測では (u, v) 空間のサンプリングが有限であり、重み付けや復元手順が影響を及ぼすため、得られる画像中の天体の見かけの形状はそれらの条件によって変わり得る。近年、原始惑星系円盤のデータ解析において、円盤の幾何学的パラメータ（中心位置、傾斜角、PA）を高精度に推定することの重要性が指摘されているが (Aizawa et al., 2024; Aizawa & Orihara, 2026)、特にリングやスパイラルなどの構造をもつ円盤では、画像から円盤の幾何学的パラメータを決める際に、構造そのものが推定を系統的にずらす可能性がある。そこで、Aizawa et al. (2024) は、幾何学的に薄い軸対称円盤を仮定し、ビジビリティから直接、円盤の幾何学的パラメータと軸対称輝度分布を同時に推定する手法 **protomidpy** を提案した。同研究では、幾何学的パラメータにわずかな誤差があるだけで、軸対称成分を差し引いた残差画像中に偽の非軸対称構造が現れ得ることを示し、幾何学的パラメータの精密な推定が非軸対称構造の正確な抽出と解析に不可欠であることを指摘している。実際に Aizawa et al. (2025) は、画像から幾何学的パラメータが推定された DSHARP 天体 (Huang et al., 2018a) を **protomidpy** により再解析し、IM Lup を含む複数天体で Huang et al. (2018a) と幾何学的パラメータに差が生じ得ること、またその差が残差画像に影響し得ることを示した。一方、Yoshida et al. (2025) では DSHARP に基づく幾何学的パラメータが用いられている。

以上を踏まえ、本研究では IM Lup のダスト連続波データに対して **protomidpy** を適用し、円盤の幾何学的パラメータと軸対称成分をデータから再評価した上で、軸対称成分を差し引いた残差に現れるスパイラル構造の角速度を測定することが目的である。IM Lup は動径方向に強い輝度勾配を持つため、スパイラル成分のみを抽出することで、スパイラルの位相の決定精度向上を図る。

本論文の構成は以下のようになっている。まず、2 章で解析に用いるデータとその前処理について説明する。3 章では軸対称モデリングと残差画像作成、角速度測定といった解析手法について説明する。4 章では解析により得られた結果を示し、5 章で結果の考察を行う。また appendix では、**protomidpy** の詳細と誤差の定式化について説明する。

第 2 章 観測データ

IM Lup の円盤は、2017 年、2019 年、2024 年に高分解能観測が行われた。2017 年に DSHARP (Andrews et al., 2018) で得られたものを用いる。2019 年のデータは、ALMA のプロジェクト MAPS (Oberg et al., 2021) で得られた観測周波数、観測日が異なる 2019a , 2019b の二つを用いる。Yoshida et al. (2025) と同様に、この 2 つは別エポックとして扱う。2024 年のデータは Yoshida et al. (2025) で得られたものを用いる。以降、各エポックデータを単に 2017 , 2019a , 2019b , 2024 と表記する。本研究で用いる Measurement Set (MS) のうち、2019a , 2019b , 2024 については著者らのご厚意により Yoshida et al. (2025) で用いられたセルフキャリブレーション後のデータ一式の提供を受けた。2017 については DSHARP により公開されている Final calibrated MS を用いた (<https://almascience.eso.org/almadata/lp/DSHARP>)。それぞれのキャリブレーション済みの MS に対して第 3.1.3 節で説明する前処理を施し、CLEAN した画像を図 2.1 に示す。また、各エポックの概要を表 2.1 にまとめる。

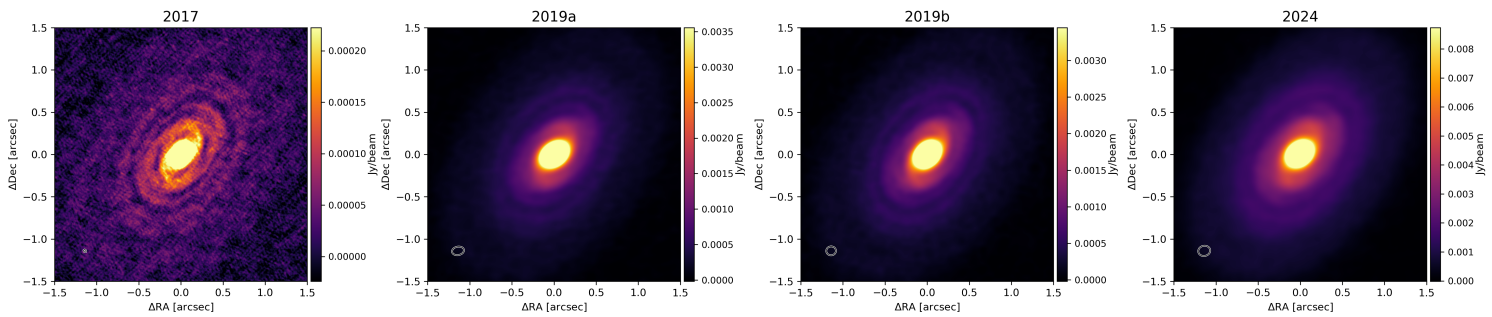


図 2.1: 各エポックの観測データから作成した IM Lup 連続波イメージ。左下の楕円はビームサイズを表す。

Epoch	Date [MJD]	Frequency (GHz)	Band	uv range ($k\lambda$)	Project ID	Reference
2017	2017 Oct 10 [58036]	239	6	12 – 11976	2016.1.00484.L	(1)
2019a	2019 Aug 13 [58708]	226	6	11 – 2743	2018.1.01255.L	(2)
2019b	2019 Aug 20 [58715]	257	6	13 – 2912	2018.1.01255.L	(2)
2024	2024 Mar 22 [60391]	330	7	16 – 2772	2023.1.00525.S	(3)

表 2.1: IM Lup の ALMA 観測の概要。Yoshida et al. (2025) Table 1 を基に作成。uv range は 2 つのアンテナ間の距離（基線長）を、観測波長 λ で規格化したもの。2017 年のデータについては、DSHARP で取得されたデータに加えて、2014–2015 年に取得された複数の短基線観測が含まれている。(1) DSHARP (Andrews et al., 2018) (2) MAPS (Oberg et al., 2021) (3) Yoshida et al. (2025).

第 3 章 解析手法

本章では解析手法を示す。まず軸対称モデリングの説明と残差抽出方法を述べ、次に残差画像からスパイラル位相を測定し角速度を推定する手順を説明する。

3.1 軸対称モデリングと残差画像作成

3.1.1 軸対称円盤モデリング

原始惑星系円盤における非軸対称成分として見られるスパイラルや形成途中の惑星、周惑星円盤（CPD）は円盤全体の連続波放射に対して微弱であるため、その解析は簡単ではない。[Jennings et al. \(2020\)](#) は幾何学的に薄い軸対称円盤を仮定し、軸対称成分をビジビリティから直接、高精度に復元することを目的とした **Frankenstein**（以下 frank）を提案した。frank で得られた軸対称モデルを観測データから減算することで、残差画像から非軸対称成分を抽出できる ([Andrews et al., 2021](#); [Curone et al., 2025](#))。幾何学的に薄い軸対称円盤では、ビジビリティ $V(q)$ と軸対称輝度分布 $I(r)$ の関係がハンケル変換で

$$V(q) = 2\pi \int_0^\infty I(r) J_0(2\pi qr) r dr \quad (3.1)$$

と表される。ここで $q = \sqrt{u^2 + v^2}$ は deprojection 後（円盤の傾きを補正し、真上から見た状態に変換したもの）の空間周波数（ u, v ）面での距離（半径）を表し、 J_0 は 0 次のベッセル関数である。

一方で frank に基づく解析では、中心位置・傾斜角・位置角（PA）などの幾何学的パラメータや、過学習を抑制する正則化のハイパーパラメータを事前に固定する必要がある。これらにわずかな誤差があるだけでも、軸対称成分を差し引いた残差に偽の非軸対称構造が現れ得ることが指摘されている。

この問題を解決するため、[Aizawa et al. \(2024\)](#) は、円盤の幾何学的パラメータと軸対称輝度分布、正則化に用いるガウス過程（GP）のハイパーパラメータを観測データから同時に推定する手法 **protomidpy** を提案した。同論文では過学習を防ぐため、ガウス過程カーネルとして次の RBF カーネルを採用している

$$K(r, r') = \alpha \exp\left[-\frac{(r - r')^2}{2\gamma^2}\right]. \quad (3.2)$$

この GP のハイパーパラメータを含む、すべてのパラメータを同時に最適化することで、人的バイアスを抑えつつ、軸対称成分や幾何学的パラメータを高精度に推定することが可能となる。以上の理由から、本研究では幾何学的パラメータと軸対称成分の精密な推定を目的として **protomidpy** に基づく軸対称モデリングを採用した。ただし、**protomidpy** は frank と比較して計算コストが高いこと、および輝度分布に対して非負条件を課すことができないという点に注意が必要である。

3.1.2 パラメータ推定

図 3.1 に本研究で用いる座標系を示す。**protomidpy** では、以下のパラメータを観測データから同時に推定する。パラメータ推定手法の詳細は Appendix B に示す。

- 観測位相中心から円盤中心までのオフセット ($\Delta x, \Delta y$)

- 視線に対する円盤の傾斜角 i
- 天球面上で北を 0° とし、東回りに円盤の長軸方向まで測った位置角 PA
- 軸対称輝度プロファイル $I(r)$
- 式 (3.2) における GP のハイパーパラメータ (α, γ)

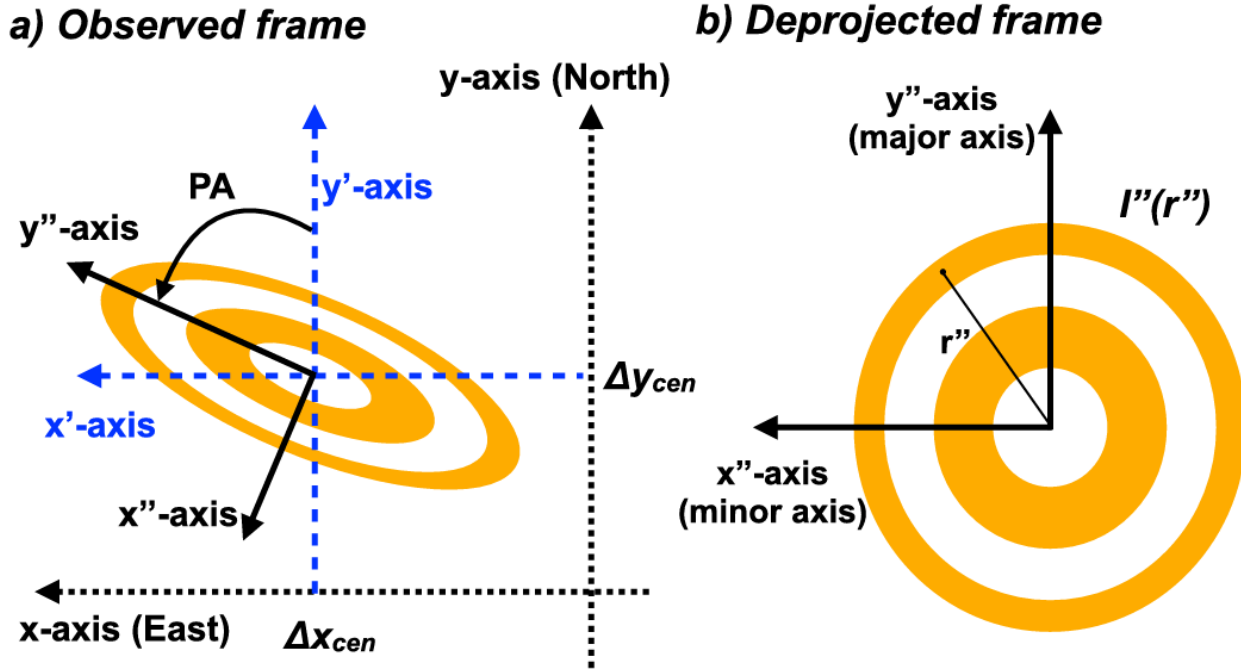


図 3.1: 観測座標系と deprojected 座標系の関係の概念図。Aizawa et al. (2024) より転載。得られた幾何学的パラメータを用いて、観測座標系 (x, y) で記述されたデータを、(i) $(\Delta x, \Delta y)$ により円盤中心へ平行移動し、(ii) PA だけ回転して長軸方向 (y'') と短軸方向 (x'') に揃え、(iii) 投影効果を補正するため $x'' \rightarrow x'' / \cos i$ として deprojection を行う。これにより、円盤面内の動径座標 $r'' = \sqrt{(x'')^2 + (y'')^2}$ を定義し、軸対称成分 $I(r'')$ を扱う。

3.1.3 前処理

protomidy (Aizawa et al., 2024) を適用する、前提として Aizawa et al. (2024) に従い、各 MS に対して以下の平均化と重み修正を行った。

1. 周波数・時間平均化：計算負荷を軽減しつつ連続波として扱うため、各 spectral window を 1 チャンネルに平均化し、さらに 30 秒の時間平均を施した。
2. ビジビリティ重みの再スケーリング：MS に記録されたビジビリティ重みは、統計的に過大評価されている場合があることが指摘されている (Aizawa et al., 2024)。この補正のため、まず円盤が軸対称であると仮定してビジビリティを deprojection し、空間周波数 q をビン分割し、各ビンにおけるビジビリティの実部を平均・補間することで、簡単な軸対称モデル V_{model} を作成する（軸対称であるため、モデルの虚部は 0 とみなす）。続いて、各観測データに対して規格化した残差 $(V_{\text{real, data}} - V_{\text{model}}) / \sigma$ （誤差 σ は重み w を用いて $1/\sqrt{w}$ と表される）を計算し、空間周波数 q の各ビン内でその標準偏差を評価する。MS に記録された重みが適切であれば、各 q ビン内におけるこの規格化残差の標準偏差は 1 程度になるはずである。重みは誤差の逆二乗に比例するため、重みの補正係数 (Weight factor) を各 q ビンにおける標準偏差の中央値の 2 乗として定義し、MS に記録された重みをこの値で割ることで補正した。各エポックで得られた Weight factor は表 4.1 に示す。

3.1.4 残差画像

本研究の残差画像作成手順は [Aizawa et al. \(2024\)](#) の枠組みに基づく。まず、第 3.1.2 節で推定した中心オフセット $(\Delta x, \Delta y)$ を用いて CASA の `fixvis` により位相中心を円盤中心へ補正する。次に、観測ビジビリティ $V_{\text{obs}}(u, v)$ から、最適化された軸対称モデルに対応するビジビリティ $V_{\text{model}}(u, v)$ を減算し、残差ビジビリティ

$$V_{\text{res}}(u, v) = V_{\text{obs}}(u, v) - V_{\text{model}}(u, v) \quad (3.3)$$

を得る。ここで、輝度分布 $I(x, y)$ は $(x, y) \rightarrow (-x, -y)$ 変換に対して、偶対称成分 $I_{\text{even}}(x, y)$ と奇対称成分 $I_{\text{odd}}(x, y)$ に分解でき、

$$I_{\text{even}}(x, y) = \frac{1}{2} [I(x, y) + I(-x, -y)] \quad (3.4)$$

$$I_{\text{odd}}(x, y) = \frac{1}{2} [I(x, y) - I(-x, -y)] \quad (3.5)$$

と表す。これらは $I_{\text{even}}(x, y) = I_{\text{even}}(-x, -y)$, $I_{\text{odd}}(x, y) = -I_{\text{odd}}(-x, -y)$ を満たす。干渉計で観測される複素ビジビリティ $V(u, v)$ を

$$V(u, v) = \iint I(x, y) \exp[-2\pi i(ux + vy)] dx dy \quad (3.6)$$

と定義すると、偶対称・奇対称成分はそれぞれビジビリティの実部・虚部と次のように対応する。 ([Aizawa et al., 2024](#)) :

$$\Re[V(u, v)] = \iint I_{\text{even}}(x, y) \exp[-2\pi i(ux + vy)] dx dy \quad (3.7)$$

$$\Im[V(u, v)] = \iint I_{\text{odd}}(x, y) \exp[-2\pi i(ux + vy)] dx dy \quad (3.8)$$

したがって、残差ビジビリティ $V_{\text{res}}(u, v)$ に対して、実部（虚部）のみを用いてフーリエ変換することで、残差の偶対称（奇対称）成分を抽出できる。IM Lup のスパイラルは $m = 2$ が卓越することが知られているため ([Aizawa et al., 2025](#))、本研究では偶対称成分に着目して解析を行う。

また、本研究で扱うデータは観測周波数や uv range が異なるため、各エポックの角分解能が異なり、残差構造の見え方や角速度推定に系統差が入り得る。そこで角速度解析に用いる deprojected 残差画像（円盤の傾きを補正し、真上から見た状態に変換したもの）に対し、共通ビームとして FWHM 150 mas の円形ビームで畳み込みを行った。150 mas は、複数エポック間で同一の分解能に揃えた上で比較するという [Yoshida et al. \(2025\)](#) の方針に合わせたものであり、最も角分解能が悪いデータに合わせている。

画像化は、推定した幾何学的パラメータ (i, PA) を用いて空間周波数領域で deprojection を施した後、残差ビジビリティに対して CASA の `tclean` (CLEAN) を適用して行う。CLEAN は DSHARP の公開スクリプトを基に、`specmode="mfs"`、`deconvolver="multiscale"`、`briggs` 重み付けで実行し、停止条件は [Aizawa et al. \(2024\)](#) に従い `nsigma=3.5` とする。共通設定として `cell=0.003 arcsec`、`imsize=3000`、`scales=[0,10,50,150,300,450]` を用いる。各エポックの残差画像は第 2 章で述べた共通ビーム 150 mas に揃えて解析するため、CLEAN 時の重み付け (`robust`) と `uvtaper` を調整する (表 3.1)。2017 の `uvtaper` は [Yoshida et al. \(2025\)](#) に倣った。また、比較のため、[Yoshida et al. \(2025\)](#) と同一の幾何学的パラメータ ($i = 47.5^\circ$, $\text{PA} = 144.5^\circ$; [Huang et al. 2018a](#)) に固定して得た軸対称モデルから残差画像を作成する。

表 3.1: 残差画像作成に用いた imaging 設定

	2017	2019a	2019b	2024
robust	0.5	0.0	0.2	0.0
uvtaper	0.08''	—	—	—

3.2 スパイラル位相と角速度の推定手法

本節では、残差画像からスパイラル構造の角速度を測定する手法について述べる。ただし測定しているのは、個々の物質要素の軌道運動そのものではなく、残差画像に現れる支配的なスパイラルパターンの位相の変化であることに注意されたい。

得られた残差画像に含まれるスパイラル構造を定量化するため、極座標 (r, θ) における残差輝度分布 $I(r, \theta)$ を方位方向にモード分解（フーリエ級数展開）する (Aizawa et al., 2025)。

$$I(r, \theta) = \sum_{m=0}^{\infty} I_m(r) \cos[m(\theta - \phi_m(r))]. \quad (3.9)$$

ここで m は方位モード数、 $I_m(r)$ は m 次モードの振幅、 $\phi_m(r)$ はその位相である。各半径 r における角度方向の輝度分布 $I(r, \theta)$ を N_θ 点で等間隔にサンプリングし、 $\theta_k = 2\pi k/N_\theta$ ($k = 0, 1, \dots, N_\theta - 1$) とする。 $m \geq 1$ に対し、半径 r における m 次モードの非正規化離散複素フーリエ係数 C_m を

$$C_m \equiv \sum_{k=0}^{N_\theta-1} I(\theta_k) e^{-im\theta_k} \quad (3.10)$$

と定義する。残差輝度分布が式 (3.9) で記述されるとき、 m 次成分のみを取り出すために式 (3.9) の $I_m(r) \cos[m(\theta - \phi_m(r))]$ についてオイラーの公式を用いると

$$I_m(r) \cos[m(\theta - \phi_m)] = \frac{I_m(r)}{2} \left(e^{im(\theta - \phi_m)} + e^{-im(\theta - \phi_m)} \right)$$

と書ける。これを式 (3.10) に代入して C_m を計算すると

$$\begin{aligned} C_m(r) &= \sum_{k=0}^{N_\theta-1} \frac{I_m(r)}{2} \left(e^{im(\theta_k - \phi_m)} + e^{-im(\theta_k - \phi_m)} \right) e^{-im\theta_k} \\ &= \frac{I_m(r)}{2} \left[e^{-im\phi_m} \sum_{k=0}^{N_\theta-1} 1 + e^{im\phi_m} \sum_{k=0}^{N_\theta-1} e^{-i2m\theta_k} \right]. \end{aligned} \quad (3.11)$$

式 (3.11) 括弧内の第二項目は等比級数の和を考えると消えるので、

$$C_m(r) = \frac{N_\theta}{2} I_m(r) \exp[-im\phi_m(r)] \quad (3.12)$$

となる。したがって、 m 次モードの振幅 $I_m(r)$ および位相 $\phi_m(r)$ は

$$I_m(r) = \frac{2}{N_\theta} |C_m(r)|, \quad (3.13)$$

$$\phi_m(r) = -\frac{1}{m} \arg(C_m(r)) \quad (3.14)$$

で与えられる。

本研究では $m = 2$ 成分に着目し、各エポック t_i において位相 $\phi_2(r, t_i)$ を求める。得られた $\phi_2(r, t_i)$ を時間 t_i に対して線形回帰し、その回帰直線の傾きから角速度を推定した。角速度の符号の定義は式 (C.35) とする。なお、重み付き線形回帰の定式と角速度の誤差推定法は Appendix C にて述べる。

第 4 章 結果

本章では、軸対称モデリングおよびスパイラル解析の結果を示す。まず、軸対称モデリングによって推定された円盤の幾何学的パラメータ、モデル輝度分布および重み補正係数を示す。次に、得られた残差画像の特徴を示し、最後にスパイラル構造の角速度測定結果について述べる。

4.1 推定された幾何学的パラメータと輝度の軸対称成分

protomidpy による各パラメータの推定結果を表 4.1 にまとめた。ただし、 $(\Delta x_{\text{cen}}, \Delta y_{\text{cen}})$ は各観測における MS の位相中心からのズレであり、Weight factor は第 3.1.3 節で定義したビジビリティ重みのスケール係数である。

表 4.1: **protomidpy** で推定された IM Lup の各パラメータと Weight factor。

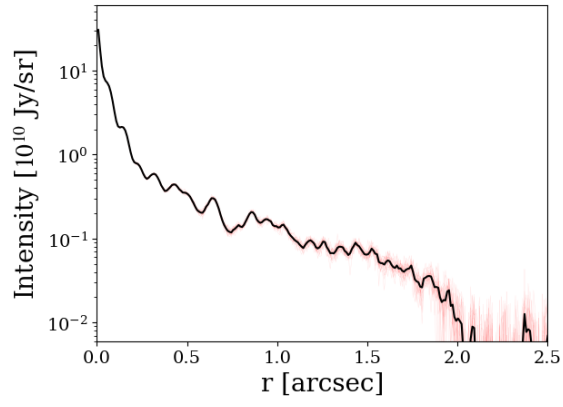
Epoch	Δx_{cen} (mas)	Δy_{cen} (mas)	$\cos i$	i (deg)	PA (deg)	γ (arcsec)	$\log_{10} \alpha$	Weight factor
2017	$1.12^{+0.051}_{-0.052}$	$-0.70^{+0.052}_{-0.051}$	$0.638^{+0.0006}_{-0.0006}$	$50.36^{+0.04}_{-0.04}$	$143.86^{+0.062}_{-0.062}$	$0.071^{+0.004}_{-0.003}$	$2.42^{+0.291}_{-0.237}$	2.9636
2019a	$-3.47^{+0.062}_{-0.062}$	$-0.98^{+0.056}_{-0.056}$	$0.632^{+0.0006}_{-0.0006}$	$50.80^{+0.04}_{-0.04}$	$143.62^{+0.054}_{-0.055}$	$0.260^{+0.009}_{-0.008}$	$3.68^{+0.124}_{-0.119}$	2.1411
2019b	$-1.16^{+0.057}_{-0.056}$	$-1.62^{+0.055}_{-0.055}$	$0.634^{+0.0004}_{-0.0004}$	$50.65^{+0.03}_{-0.03}$	$144.35^{+0.062}_{-0.062}$	$0.148^{+0.005}_{-0.005}$	$1.64^{+0.201}_{-0.200}$	2.1257
2024	$6.55^{+0.059}_{-0.058}$	$4.72^{+0.056}_{-0.055}$	$0.644^{+0.0004}_{-0.0004}$	$49.91^{+0.03}_{-0.03}$	$143.71^{+0.035}_{-0.034}$	$0.432^{+0.035}_{-0.028}$	$4.69^{+0.140}_{-0.128}$	3.5167

各エポックで独立に推定した i および PA は互いに近い値を示しており、平均 $i = 50.43^\circ$ 、 $\text{PA} = 143.9^\circ$ で幾何の推定結果が概ね一貫していることが確認された。得られた推定値は、[Paneque et al. \(2024\)](#) で CN 放射モデルから得られた幾何学的パラメータの $i = 50.53^\circ$ 、 $\text{PA} = 143.76^\circ$ と概ね等しい値を示した。ただし、2024 の $\cos i$ や 2019b の PA が他のエポックと比較して少し値が異なることも確認できる。

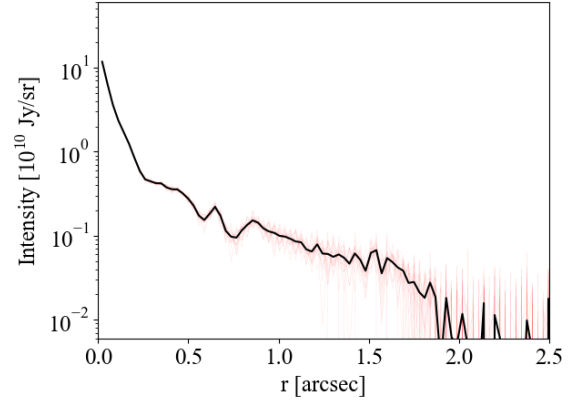
前述の通り、[Yoshida et al. \(2025\)](#) では、[Huang et al. \(2018a\)](#) において 2017 年のイメージから推定した幾何学的パラメータ（以降、DSHARP 幾何とする）の $i = 47.5^\circ$ ($\cos i = 0.676$)、 $\text{PA} = 144.5^\circ$ を全エポックに共通に採用していた。DSHARP 幾何と比較すると、本研究で推定された幾何パラメータ（以降、protomidpy 幾何とする）の各エポックの値は、傾斜角 i で $+2.41^\circ \sim +3.30^\circ$ 、位置角 PA で $-0.88^\circ \sim -0.15^\circ$ の差を示した。[Aizawa et al. \(2024\)](#) が示したように、この程度の幾何学的パラメータの差であっても、残差画像に違いを生じさせる可能性がある。本研究では残差画像に現れるスパイラルの位相から角速度を推定するため、この差は位相推定にも影響し得る。

ここで、得られたエポック間の傾斜角や PA の 1° 未満の違いは、観測周波数差に伴う放射面高さの差を反映している可能性がある。[Yoshida et al. \(2025\)](#) では、比較している画像がいずれも mm 波長帯であり、midplane 近傍の比較的大きなダストを主にトレースすると考えられるため放射面の差の効果は小さい可能性が高いとして解析している。本研究もこの枠組みで解析しており、この点を考察で再検討することを前提に、まずは各エポックで最も整合的に推定された幾何パラメータを用いて解析を行う。

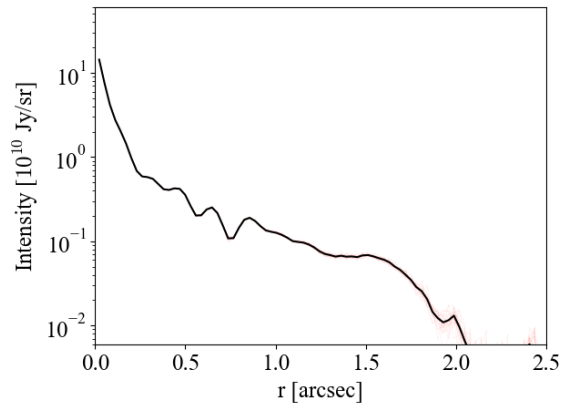
次に、推定された 1 次元輝度分布を図 4.1 に示す。2017 年の結果は [Aizawa et al. \(2025\)](#) で得られた輝度分布と整合していた。また、全エポックにおいて半径方向の大局的な起伏構造（リング・ギャップに対応する明暗の変化）は概ね共通しており、主要な軸対称構造が一貫して推定されていることが分かる。ただし 1 arcsec 以遠は推定が不安定になりやすいことが確認できる。2017 は角分解能が最も良いため他エポックに比べてより細かい構造をとらえていると考えられる。



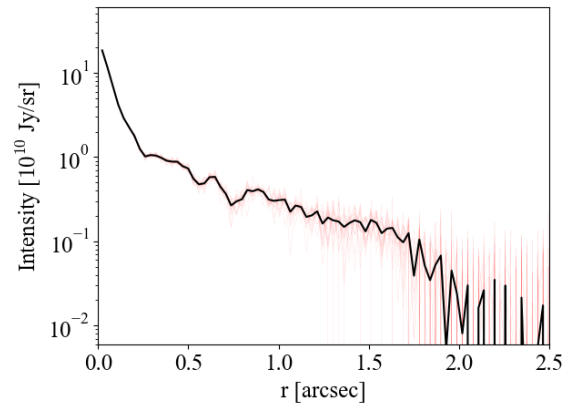
(a) 2017



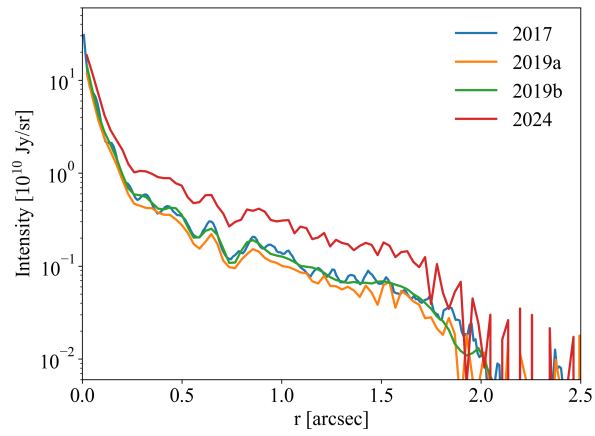
(b) 2019a



(c) 2019b



(d) 2024



(e) Band 6 比較

図 4.1: 推定された各エポックの 1 次元輝度プロファイル (a)–(d) および Band 6 における比較 (e)。(a)–(d) の赤線は事後分布から得られた 20 本のサンプルを表す。

4.2 残差画像

第 3.1.4 節の手順で作成した残差画像を図 4.2 に示す。次に、角速度を測定するために共通ビームにそろえた偶対称残差を図 4.3 に示す。また、DSHARP 幾何で固定し推定した軸対称輝度を差し引いた残差と比較する。

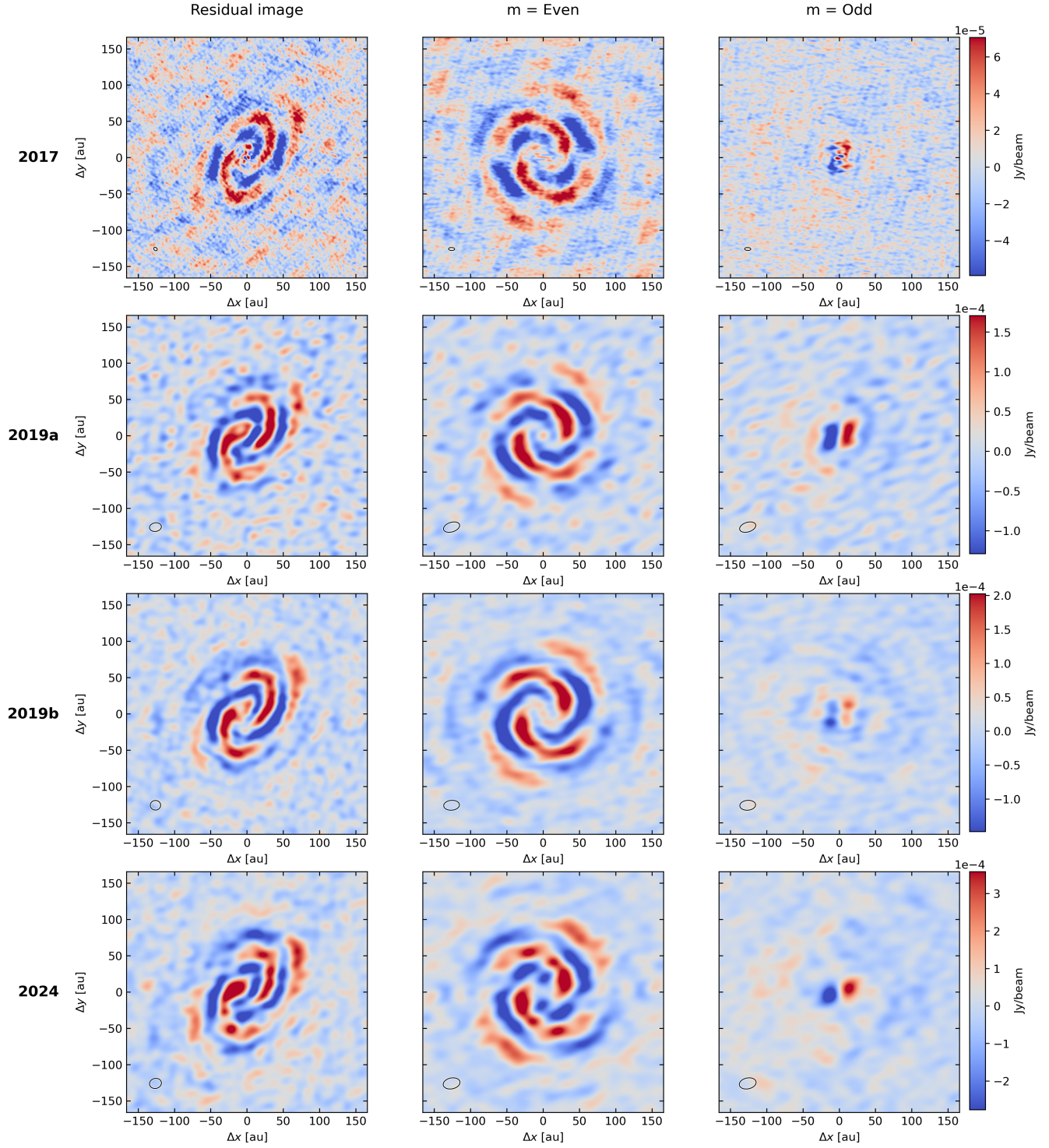


図 4.2: 得られた残差画像。左から Residual image、deprojection 後の Even (偶対称成分)、deprojection 後の Odd (奇対称成分)。解析に用いる偶対称成分のビームサイズは、2017 : 54×27 mas , 2019a : 146×83 mas , 2019b : 138×86 mas , 2024 : 149×95 mas 。

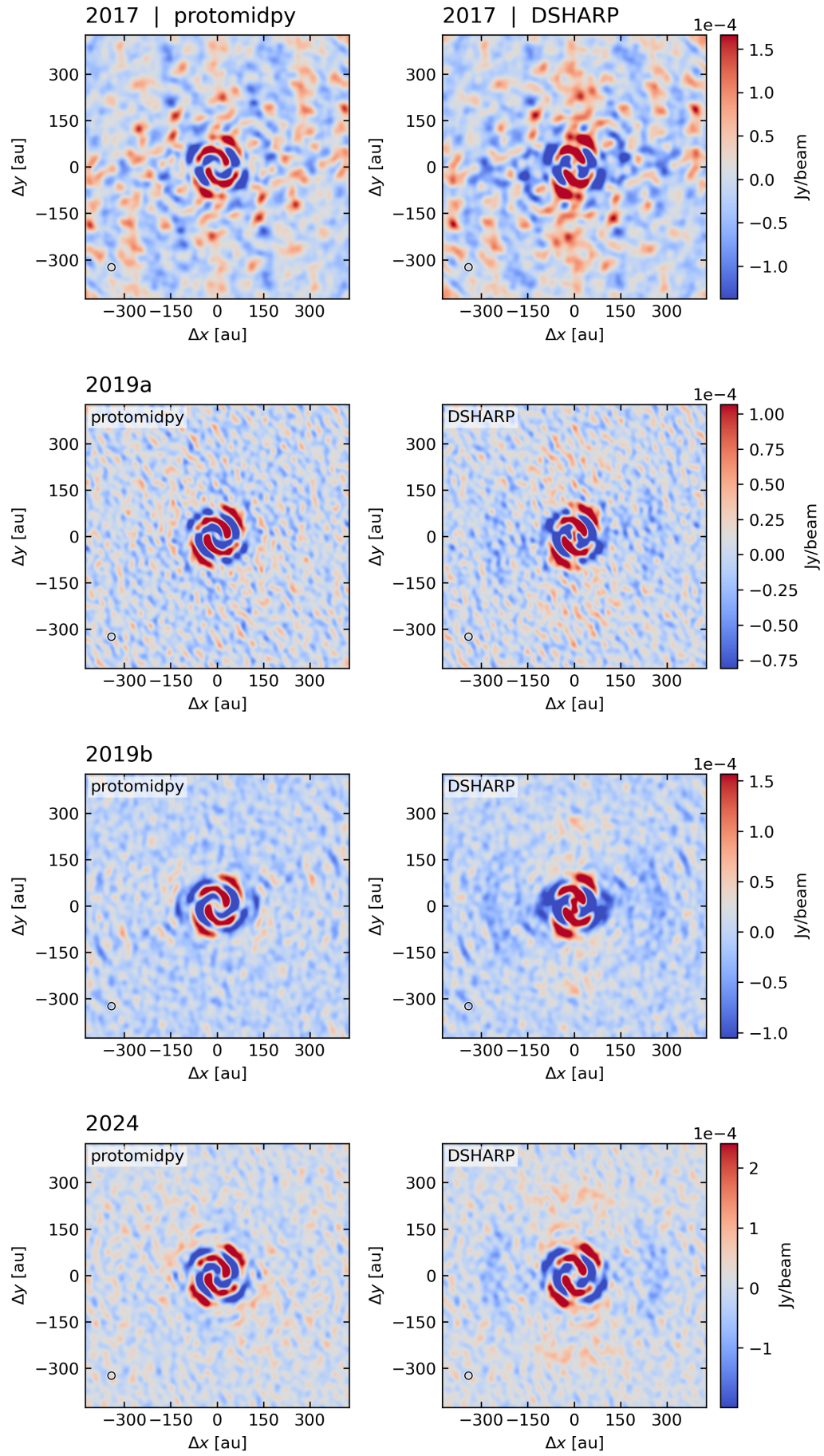


図 4.3: protomidpy 幾何と DSHARP 幾何それぞれを用いて作成した残差の偶対称成分の比較。ただし共通ビーム 150 mas で揃えた。

図 4.2 より各エポックでスパイラル構造が抽出できていることが確認でき、観測周波数の違いによってスパイラルの大局的形状が大きく変化する様子は見られなかった。2017 の残差画像は Aizawa et al. (2025) と同様の残差が得られ、本解析の残差作成手順が先行研究と整合的であることを示す。2017 は他エポックに比べてビームが小さく、微細な構造が見て取れる。偶対称成分には明瞭な $m = 2$ スパイラルが全エポックで一貫して現れている。また、Aizawa et al. (2025) で議論されている bar-like structures が 2017 だけでなく 2019b でもはっきりと確認された。しかし、ビームの影響でもこのような構造が現れうるため、その起源や詳細については慎重な議論が必要である。一方、奇対称成分には中心付近の局所的な残差は全エポックで見られるものの、明瞭な他モードのスパイラル構造は確認されない。このことは、IM Lup は $m = 2$ スパイラルが支配的であることを支持し、これまでの見解や Aizawa et al. (2025) の結果とも整合的である。また、この中心付近の局所的な残差は、鉛直方向に厚みを持ったダスト分布に起因すると考えられ、この解釈は、IM Lup 内側領域におけるダストの鉛直構造を示唆する Bosman et al. (2023) の結果と整合的である。この厚みの解析は、円盤内の乱流強度 (α パラメータ) やダストの成長段階 (ストークス数) に対して制約を与え得る可能性があり、円盤環境解明において重要な意義がある。これについては、本研究の目的とは異なる側面があるため、今後、独立した考察や検証が必要である。

図 4.3 より、protomidpy 幾何の残差に比べ、DSHARP 幾何の残差では全エポックで中心付近に強い残差が現れるほか、スパイラル外側 (150–300 au 付近) に $m = 2$ の交互の強弱パターンが認められる。この特徴的なパターンは、Aizawa et al. (2024) で指摘されている傾斜角 i の不整合により残差に現れるパターンと同様である。このパターンの定量的な評価を次節で行う。

4.3 $m = 2$ の強度・位相

ここでは前節で得られた、図 4.3 の残差画像に対して第 3.2 節で述べたフーリエ解析で計算した $m = 2$ スパイラルの強度と位相を示す。まず各幾何学的パラメータを用いた残差から得たスパイラル強度を図 4.4 に示す。

幾何によらずスパイラル強度の半径に対する変化の様子は概ね一貫している。半径方向には、30–40 au , 60 au , 90 au 付近に強度ピークが見られ、50, 70 au 付近で強度が低下することが確認された。これらの特徴は Aizawa et al. (2025) において 2017 の解析で報告されたが、少なくとも本研究で扱った 4 エポック間の比較では、周波数や年代によらず見られることがわかった。Aizawa et al. (2025) では、これらのスパイラル強度や位相の変化 (図 4.3)、deflection と関連づけてリングやギャップの存在について議論している。また、2024 年 (Band 7) の $m = 2$ 強度は、Band 6 の各エポック (2017, 2019a, 2019b) より大きいことがわかる。幾何の違いによる差としては、DSHARP 幾何を用いて作成した残差から得られる $m = 2$ 強度の方が、protomidpy 幾何の場合より全体的にやや大きい傾向が見られた。

次に、図 4.5 に得られた $m = 2$ 位相を示す。protomidpy 幾何では推定されたスパイラル位相 $\theta(r)$ が半径 r に対して概ね単調増加する挙動を示す。一方、DSHARP 幾何では 2017, 2019a, 2019b において内側の半径帯で $d\theta/dr$ の符号が反転しており、 $\theta(r)$ が非単調となる挙動が見られる。しかし、2024 では $\theta(r)$ は概ね単調増加であり、上記の非単調性は顕著ではない。また、 ~ 80 au 付近では位相の半径方向の急激な変化が見られたり、その振る舞いが幾何ごとに異なることが分かる。

参考のため、共通ビームに揃える前の角度分解能で得られた残差画像から得られた位相を図 ?? に示す。図 ?? と比較すると、各幾何における位相の半径方向変化の大局的な傾向は概ね保たれている。特に DSHARP 幾何で見られる非単調な振る舞いは、共通ビームへそろえる前の残差においても確認でき、共通ビーム畳み込みによって新たに生じた特徴ではないことが分かる。また、共通ビームへ畳み込んだ場合に比べて、特に 2017 では分解能が高く $\theta(r)$ の細かな変化がより明瞭に見られ、位相推定が分解能やビーム形状の差の影響を受けやすいことが示唆される。さらに、protomidpy 幾何では、図 ?? で見られた位相の不連続的な変化が、より連続的かつ単調増加に近い振る舞いとして確認できる。

ここで、図 4.3 で見られたスパイラル構造の外に見られる特徴的なパターンに対してその $m = 2$ 強度や位相を確認する。150 au $\sim$ 300 au の $m = 2$ 強度と位相を図 4.6 に示す。また、図 4.6a における $m = 2$ 成分の強度比 (DSHARP 幾何 / protomidpy 幾何) を評価した結果を図 4.7 に示す。特に顕著にパターンが見られた外側領域では、多くの半径で DSHARP 幾何の残差における $m = 2$ 強度のほうが大きいことが確認できる。また、図 4.6b を見ると DSHARP 幾何を用いた残差から得られた位相は概ね揃っていることが確認できる。得られた位相 $\phi_2(r)$ が半径方向にどの程度揃っているかを、コヒーレンスとして評価した。ここでコヒーレンスは、半径ごとに得られた位相 $\phi_2(r)$ を単位ベクトル $e^{i\phi_2(r)}$ とみな

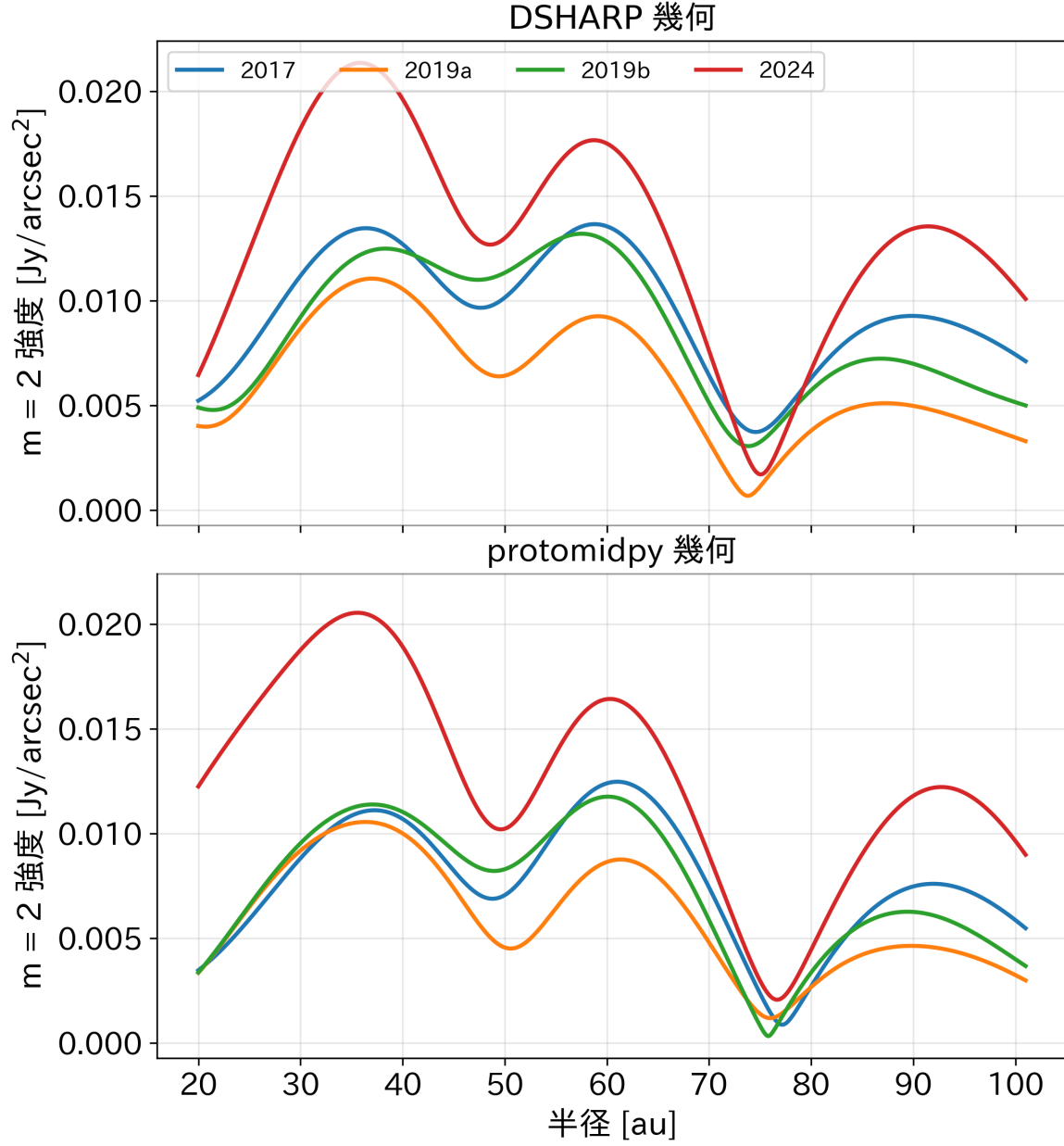
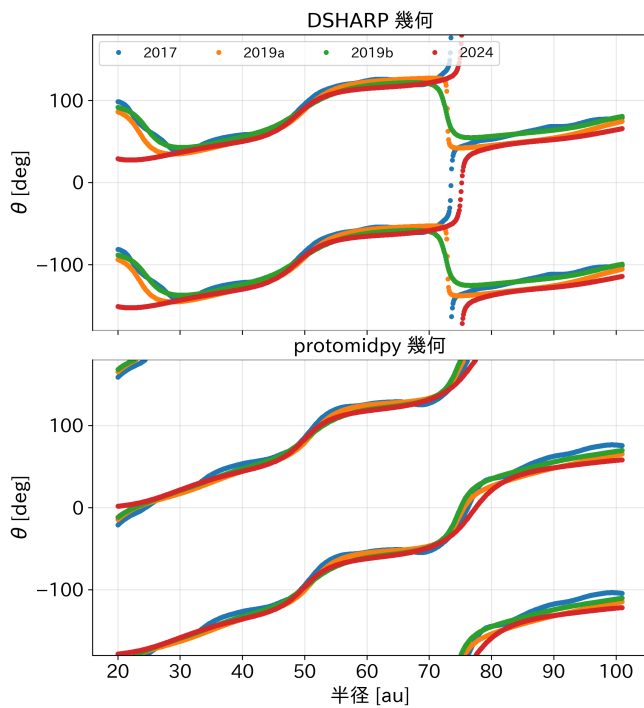


図 4.4: 各幾何学的パラメータを用いて作成した残差から得た $m = 2$ スパイラルの強度。

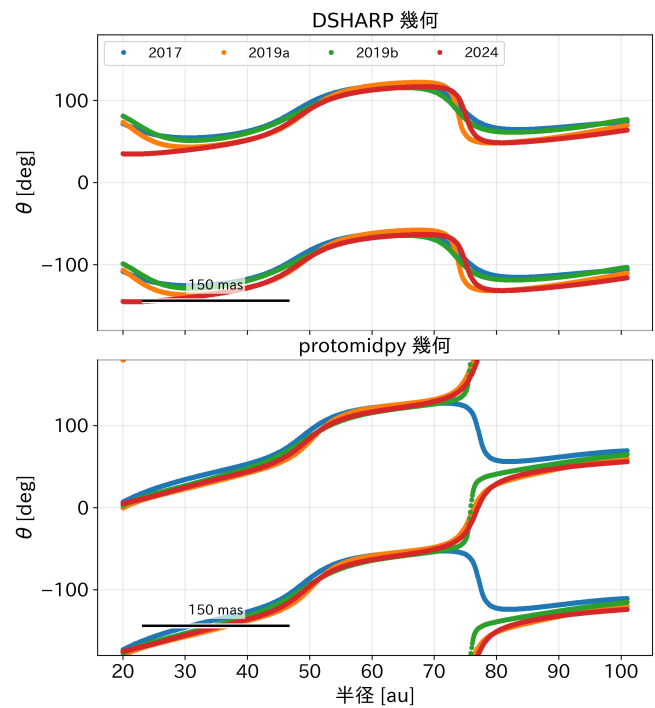
し、それらの平均ベクトル長

$$R = \left| \left\langle e^{i\phi_2(r)} \right\rangle \right| \quad (0 \leq R \leq 1)$$

で定義する。 $R \simeq 1$ は、対象とした半径範囲にわたり $\phi_2(r)$ がほぼ一定で、位相が強く整列していることを意味する。解析の結果を図 4.8 に示す。特に残差と強度が強く見られた 150 ~ 300 au で DSHARP 幾何の残差では高いコヒーレンスが得られ、protomidy 幾何の残差では全エポックで一貫して相対的に低い値を示した。これは、偽の非軸対称成分により高いコヒーレンスを示していることと整合的である。

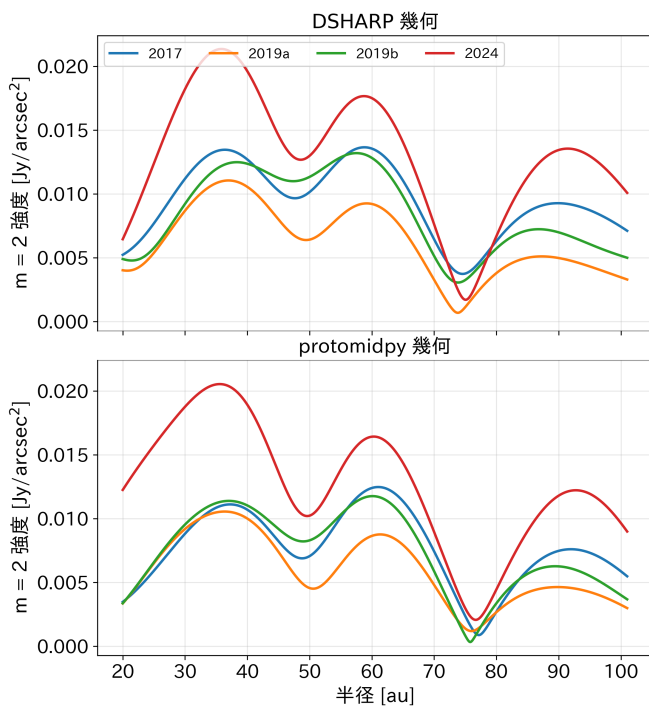


(a) 共通ビーム補正前

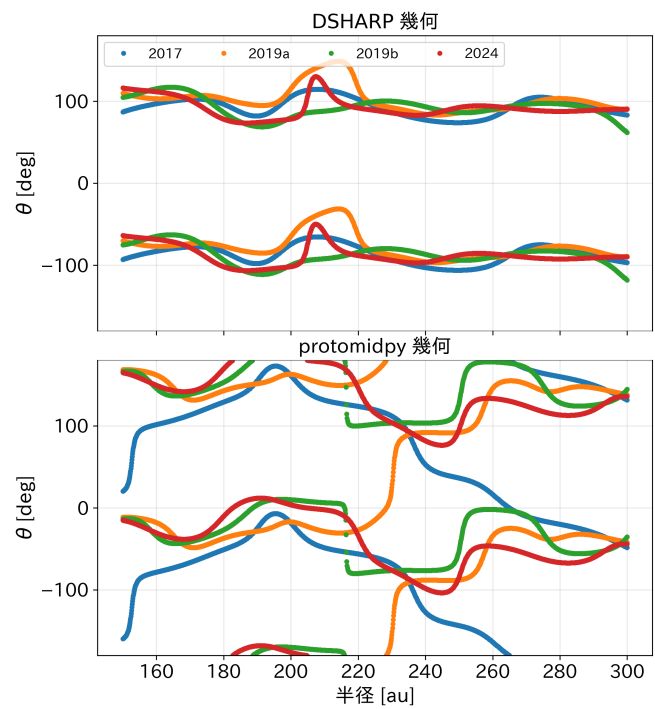


(b) 共通ビーム補正後

図 4.5: 各幾何学的パラメータごとに得られた $m = 2$ 位相の比較。左は元の解像度、右は共通ビーム（150 mas）による畳み込み後の結果を示す。



(a) $m = 2$ 強度 (150 – 300 au)



(b) $m = 2$ 位相 (150 – 300 au)

図 4.6: 外側領域（150–300 au）における $m = 2$ 成分の強度と位相。

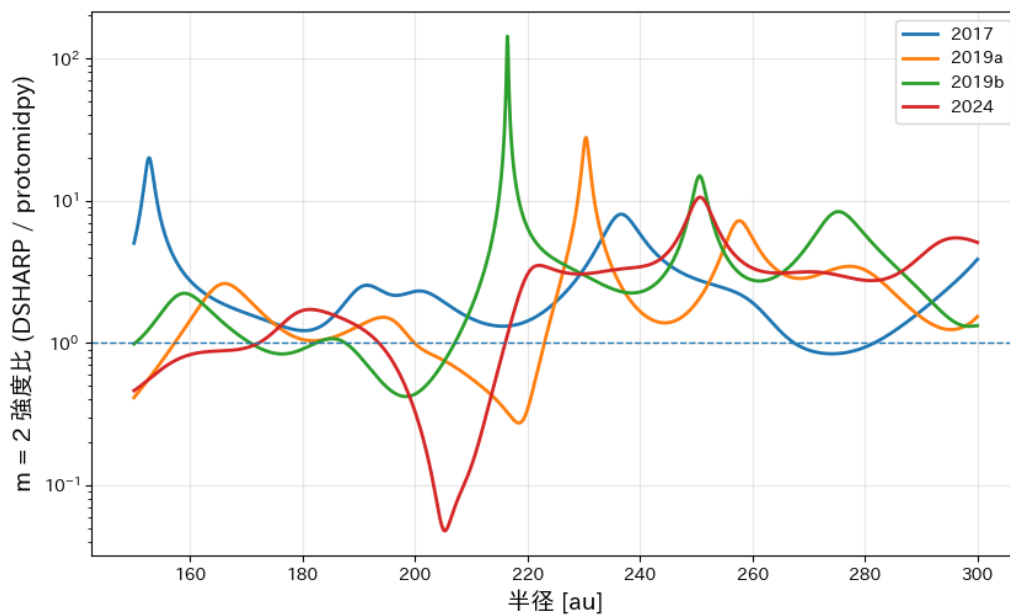


図 4.7: 外側領域での $m = 2$ 強度比 (DSHARP / protomidpy)。

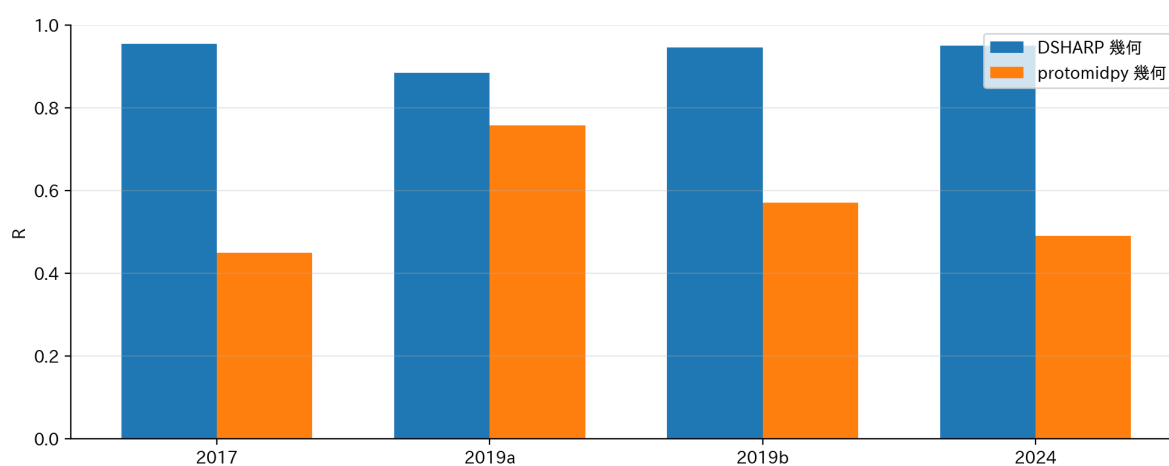


図 4.8: 150 – 300 au におけるコヒーレンス比較。

4.4 スパイラルの角速度

前節で作成した図 4.3 のそれぞれの幾何を用いて作成した残差画像に対して、第 3.2 節に示した手法を用いてスパイラル構造の角速度を測定した。図 4.9、図 4.10 に半径ごとの重み付き線形回帰の例を、図 4.11 に測定したスパイラルの角速度を示す。

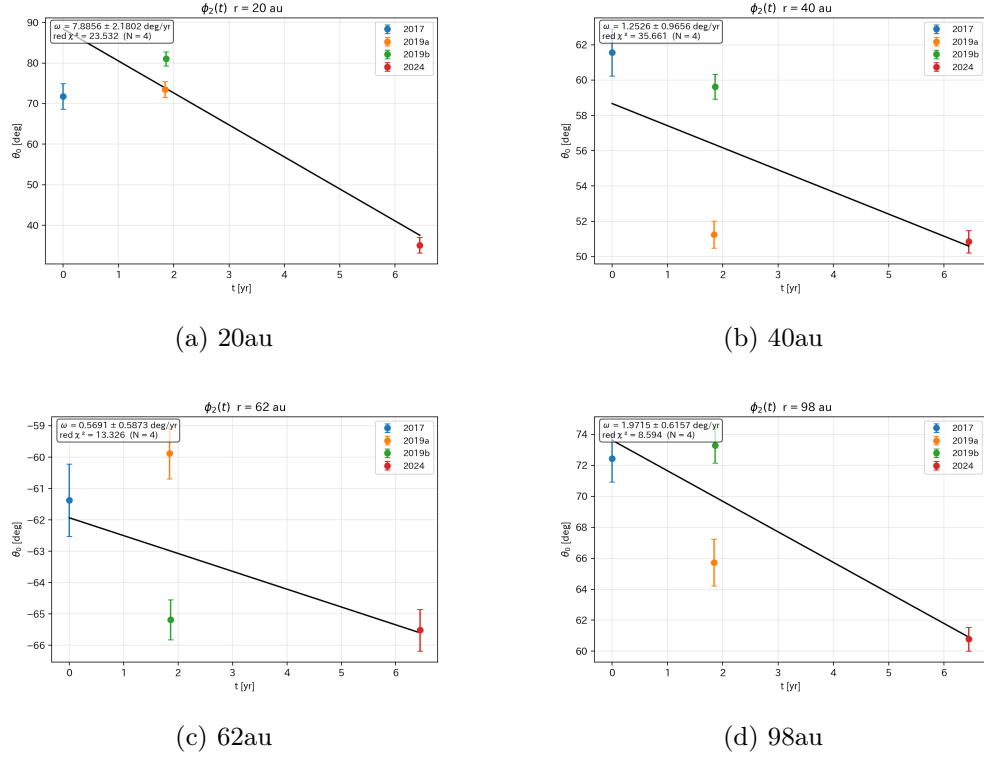


図 4.9: DSHARP 幾何を用いて作成した残差に対する半径ごとの重み付き線形回帰の例。

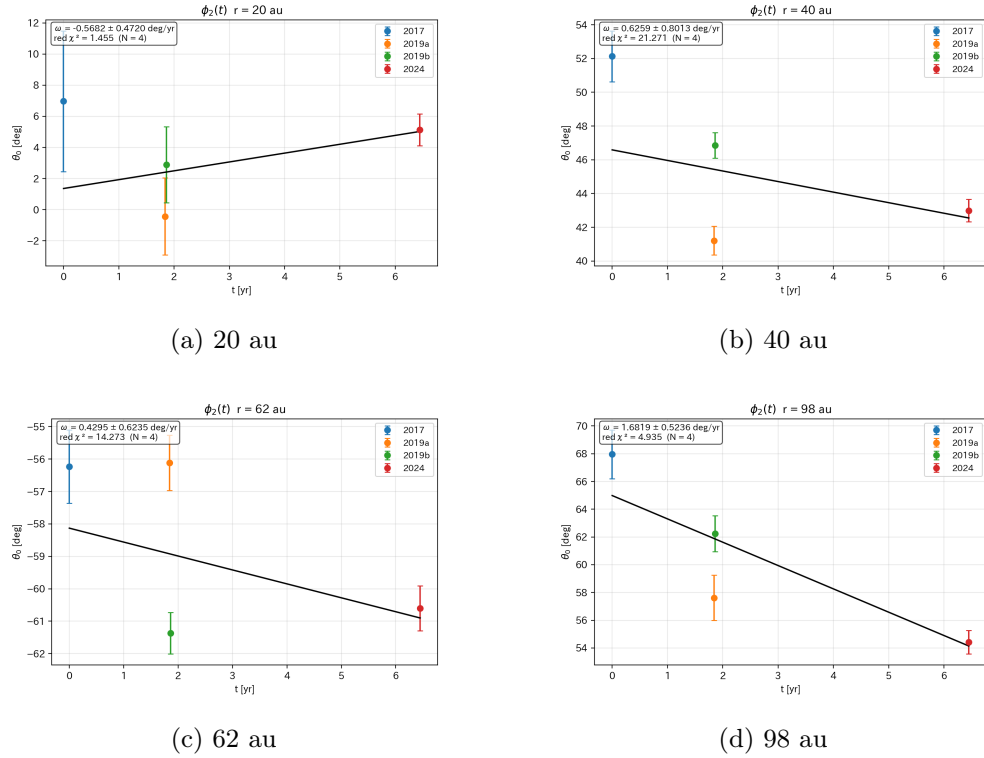


図 4.10: protomidy 幾何を用いて作成した残差に対する半径ごとの重み付き線形回帰の例。

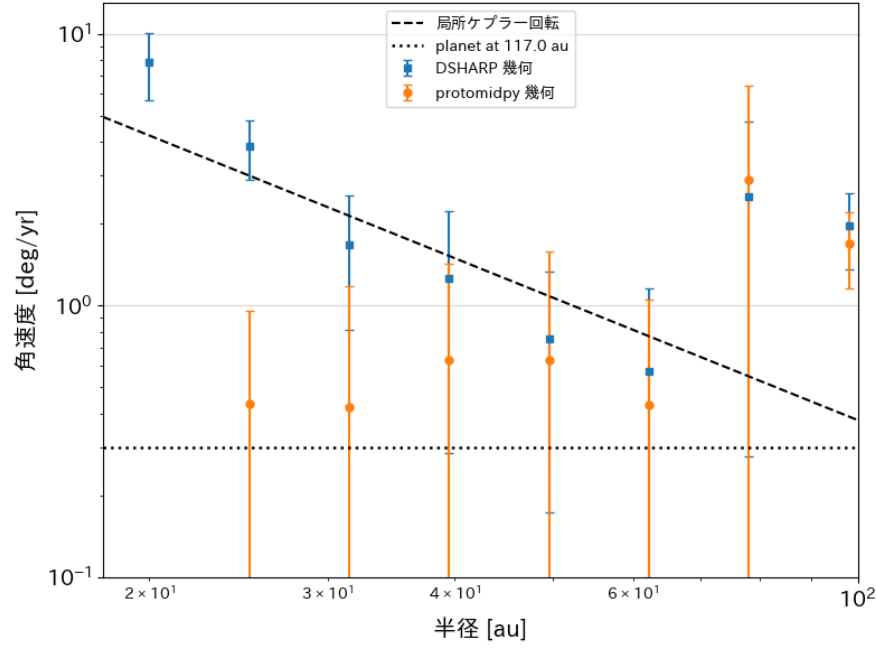


図 4.11: protomidpy 幾何と DSHARP 幾何を用いて測定したスパイラルの角速度。青点は DSHARP 幾何、オレンジ点は protomidpy 幾何を用いた残差解析の結果を示す。破線は局所ケプラー回転（中心星質量 $1.1 M_{\odot}$ ）の理論値である。

回帰例を見ると、半径によってばらつきはあるものの、両幾何とも全体として位相は時間とともに減少する傾向を示しており、スパイラルが時計回りに回転していることが確認できる。両幾何を比較すると、どの半径帯でもエポックごとの位相が数度以上異なっているが、特に 20 au や 40 au といった内側では差が大きくなっている。protomidpy 幾何の 20au では逆回転を示しているが、軸対称成分が差し引かれたことで最内側領域ではスパイラル本体の位相を抽出することが難しいためだと考えられる。エポック間に注目すると、2019a と 2019b は観測日が 7 日しか離れていないにもかかわらず、半径によっては位相の差が統計誤差では説明しきれない場合が見られる。また、各半径における位相の大小関係もエポック間で必ずしも一貫していない。これらの事実は、位相推定に統計誤差以外の系統的な不確かさが含まれていることを示唆する。要因の候補としては、キャリブレーションや CLEAN の方法、周波数が異なることが挙げられる。また、70–80 au 付近では、スパイラルの不連続的になり、(図 4.5b) スパイラルの強度が極小となるため (図 4.4) 同じ半径帯で局所的に強い $m = 2$ 強度をとらえてしまっているためである。そのため、残差解析におけるこの半径帯のスパイラルに対する解釈には注意が必要である。

次に、角速度について、図 4.11 を見ると、DSHARP 幾何を用いた残差解析（青）は局所ケプラー回転の理論直線と概ね整合的であり、Yoshida et al. (2025) の結果 (図 1.6) の傾向を再現している。一方、protomidpy 幾何を用いた残差解析（オレンジ）では、約 40 au 付近まで局所ケプラー回転の理論直線から誤差を考慮しても外れている。さらに、50 au 以遠では DSHARP 幾何の結果と誤差の範囲で整合的であるものの、代表値は全体として低い側へシフトする傾向が見られた。以上より、幾何学的パラメータによる違いによって、回転速度の測定が大幅に変動することが判明した。また、この結果から、エラーバーの範囲内では 1 deg yr^{-1} 以下程度のほぼ剛体回転的な角速度も排除されない。Yoshida et al. (2025) ではほぼ否定されていた 117au やそれよりも内側の Speedie & Dong. (2022) で提案された半径帯に存在するとされる惑星による駆動の可能性も示唆された。また Aizawa et al. (2025) で議論されているギャップや deflection の半径帯と重なる可能性もある。ただし、現時点では誤差が大きく、惑星駆動を積極的な支持には至らず、慎重な議論が必要である。

第 5 章 考察：先行研究との違いを探る

図 4.11 で見た通り、本研究で推定したスパイラルの角速度は、先行研究 Yoshida et al. (2025) で示された局所ケプラー回転の傾向と一致しない半径帯が存在した。一方で、DSHARP 幾何を採用した場合には、本手法においても Yoshida et al. (2025) と同様の傾向が得られた。したがって、本研究と先行研究の差は、解析手法そのものよりも、採用した幾何学的パラメータの違いに起因する可能性が高い。実際に、第 4.2 節で示したように、残差画像の見た目、 $m = 2$ 強度、コヒーレンス R の高さから、特に DSHARP 幾何を用いた場合には $m = 2$ 成分が強く現れる傾向があり、特徴的なパターンが見られているといえる。さらに、そのパターンは protomidy 幾何では弱くなり、ほぼ確認できないことから、ここで見られる $m = 2$ パターンは物理的構造というよりも、幾何の不整合に由来する幾何依存成分である可能性がある。

DSHARP 幾何を用いて作成した残差は偽の $m = 2$ 成分の影響を受けている可能性があることから、それぞれの幾何を用いた残差の強度差

$$\Delta I_{\text{geom}} \equiv I_{\text{DSHARP}} - I_{\text{protomidy}} \quad (5.1)$$

を幾何の不整合による artifact として仮定する。各エポックごとに artifact の $m = 2$ 強度を、protomidy 幾何の残差から得られた $m = 2$ スパイラルの強度と比較したものを図 5.1 に示す。

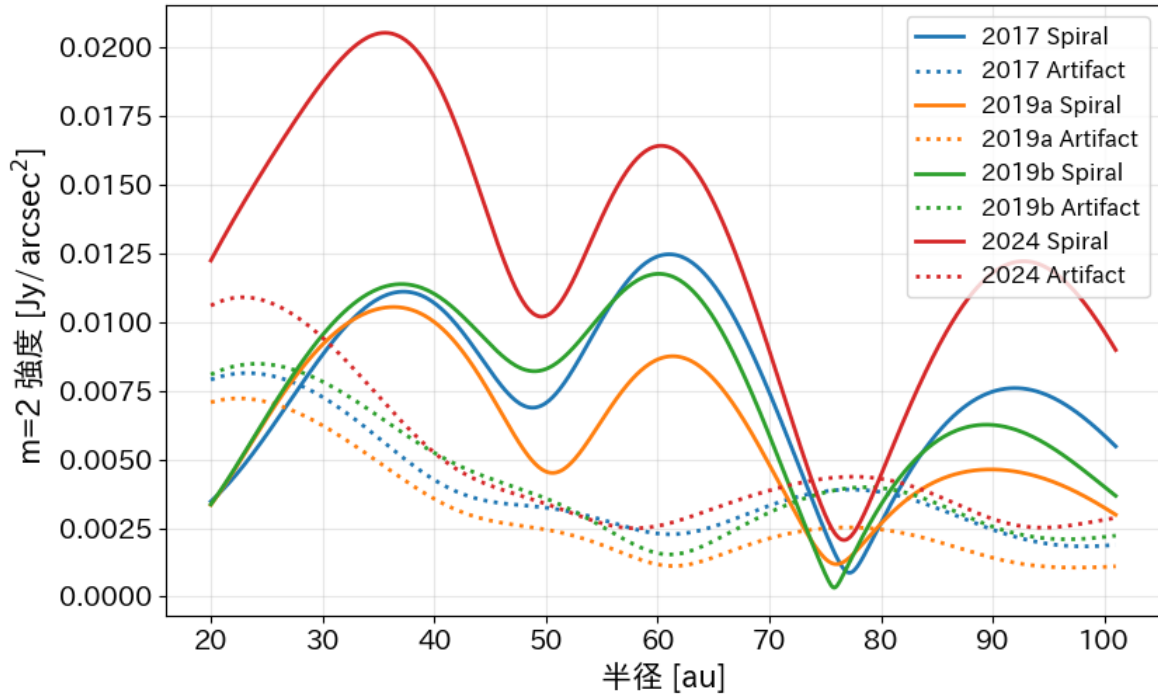


図 5.1: スパイラル強度 と artifact の $m = 2$ 強度比の比較。

図 5.1 より、2024 を除くエポックでは、特に内側領域でスパイラル信号に対して artifact の $m = 2$ 強度が相対的に大きいことが確認できる。第 4.3 節で述べたように、DSHARP 幾何を用いた解析でのみ、内側半径帯において $d\theta/dr$ の符号が反転する非単調な位相挙動が見られたが、この半径帯は artifact 強度が大きい領域と対応している。一般に GI や惑星によるスパイラルは trailing 形状になり、位相 $\theta(r)$ は半径に対して概ね単調に変化することが期待される (Cossins et al., 2009;

Bae & Zhu., 2018)。DSHARP 幾何で見られた位相の非単調挙動は trailing 形状と整合しにくい。一方、protomidpy 幾何を用いた場合には、同一の解析手順であっても位相の半径方向変化は概ね単調であり、trailing スパイラルに期待される挙動と整合的であった。これらの結果は、DSHARP 幾何を採用した解析では、幾何の不整合により artifact が内側領域で相対的に大きく、スパイラルパターンを歪めている可能性を示唆する。一方、2024 (Band 7) ではスパイラル信号自体の強度が artifact に比べ相対的に大きいため、大きく歪められにくかったと考えられる。以上から、DSHARP 幾何を用いた Yoshida et al. (2025) では、2024 とそれ以外のエポックで artifact に対する感度の違いにより、内側領域における角速度を過大に推定してしまい、結果として局所ケプラー回転と整合的に見える推定を与えたと結論づける。

本研究では、Yoshida et al. (2025) で採用された「共通ビームで畳み込んだうえで角速度を測定する」枠組みで解析を行い、結果として一貫した条件の下、位相の系統的な変化やエポック間の比較が可能であった。一方で、図 ?? と図 ?? を比較すると元の分解能のままの比較では、分解能の違いが位相推定に大きく影響し、解釈が難しくなる。一方で、図 ?? と図 ?? の比較が示すように、元の分解能のままエポック間比較を行うと、角度分解能の差が位相推定に大きく影響し、解釈が難しくなる。また、エポック間でスパイラル強度 (図 4.4) のピーク半径は概ね一致しているものの、特に Band 6 (2017, 2019a, 2019b) と Band 7 (2024) の間で推定された幾何パラメータが異なる点は、観測周波数の差に起因する放射面の違いを反映している可能性がある。さらに、図 4.10 から明らかなように、統計誤差だけでは説明できない散らばりが残っている。したがって、本解析では系統誤差を十分に取り込めておらず、角速度の不確かさを過小評価している可能性がある以上を踏まえると、スパイラルの角速度解析において同一の周波数帯で、かつ 2017 と同等の高分解能を有する観測データを複数エポックで蓄積することが重要である。これにより共通ビームに依存しない形で位相とその時間変化から、より高精度に角速度を推定できることが期待される。

第 6 章 まとめと今後の展望

まとめ

本研究では、ビジビリティデータから円盤の幾何学的パラメータ（中心位置、傾斜角、PA）と軸対称輝度分布を同時に高精度で推定できる **protomidpy** を用い、IM Lup の幾何学的パラメータを再評価した。さらに、得られた軸対称モデルを差し引いて作成した残差画像に対し、 $m = 2$ 成分の位相解析に基づいてスパイラルの角速度を測定した。本研究で得られた主な結果を以下にまとめる。

- **幾何学的パラメータの再評価**：推定された傾斜角および PA は、先行研究で採用された値と数度程度の差を示した。
- **残差および位相の整合性**：先行研究の幾何学的パラメータを固定して作成した残差に比べ、本研究で推定した幾何学的パラメータを用いた残差の方が、残差構造および位相 $\phi_2(r)$ の半径依存がより自然で、一貫した挙動を示した。2024 (band 7) ではスパイラル強度が強いため artifact に左右されにくく、[Yoshida et al. \(2025\)](#) では artifact により歪められたスパイラルから角速度を測定することで局所ケプラー回転と整合的な結果が得られてしまったと考える。
- **パターン速度の測定結果**：推定されたパターン速度は局所ケプラー回転の理論予測から外れる半径帯が見られ、GI 駆動でない可能性が示唆され、他の駆動要因の可能性も含めて検討が必要であることが示唆された。

今後の展望

本研究で解析に用いたデータのうち、 10^4 k λ を超える長基線成分を含む高分解能データは 2017 のみであることや、周波数の差による放射効果をなるべく減らすために、今後は同周波数帯で 2017 と同等の空間分解能をもつ観測データを複数エポックで蓄積し、角速度解析の精度を上げることが重要である。また、解析を洗練（位相推定、誤差評価）させ、角速度の推定のフレームワークを確立させるとともに、他のスパイラルを持つ天体にも応用し、その起源を特定したい。

謝辞

本研究を進めるにあたって多くの方々のご指導、お力添えをいただきました。この場をお借りして感謝申し上げます。

百瀬宗武教授は私が原始惑星系円盤の研究に取り組むきっかけを与えてくださいました。ゼミや報告会では天文学や物理の面白さをより深めてくださいました。チリでもどうかお体に気を付けてお過ごしください。逢澤正嵩助教には、イレギュラーな形でご指導をお願いすることになったにもかかわらず、親身に研究の相談にのってください、丁寧にご指導くださいました。先生のご指導の下、まさに最先端の研究を茨城大学で行えていることを心から幸せに思います。米倉覚則教授には、電波天文の基礎を丁寧に教えていただいただけでなく観望会にも招待していただき貴重な経験をさせていただきました。先生方のご指導のおかげでなんとか卒業論文を書くことができました。1年間、本当にありがとうございました。

また本研究を進めるにあたり、解析データ一式を提供してくださった国立天文台の吉田有宏様には深く感謝申し上げます。

先輩方にも研究のご相談にのっていただいただけでなく、普段からフレンドリーに接してくださり心地よい研究室ライフをおくることができました。特に博士後期課程の森泉さんはお世話になりました。森泉さんのおかげで、よりいっそう天文学、物理、星、(石?)を好きになれた気がします。また、親愛なる同期の皆様、私は同期の皆さんに本当に恵まれたと思います。8人いる中で6人この研究室を去ってしまうのがとても寂しいです。一人一人に謝辞を述べていきたいところですが、それを書くにはこの余白は狭すぎるのでまた次回の機会にしたいと思います。またみんなで飲みにも行きましょう。最後にここまで大学に通わせてくれた家族の皆さんに感謝申し上げます。

第 A 章 角速度解析

本章では、本文で扱った「各エポックで最適化された幾何学的パラメータで deprojection した 4 つの残差」の解析結果を踏まえ、軸対称成分を差し引かず deprojection のみを行った画像に対する解析、幾何を固定した解析、一部エポックのみを用いる解析の結果と比較する。

A.1 deprojection のみの解析

軸対称成分を差し引かず各エポックで得られた幾何学的パラメータで deprojection のみを行った画像に対する解析結果を図 A.1 に示す。ただし、`uvtaper` や `robust` の設定は残差画像作成と同様に行った。得られた結果は、代表値のみを見ると局所的ケプラー回転と整合的とは言えず、剛体回転とも解釈できる。70 ~ 80 au では図 4.4 で確認できるように $m = 2$ 強度が弱く不安定な半径帯のため角速度が範囲内に表示されていない。図 4.11 と比較すると全体的により早い角速度が得られていることが確認できる。ここで、スパイラルのみ残差画像を用いるとスパイラルのみに対して角速度を測定することになるが、本節の解析はスパイラル以外の成分の影響がより強く影響しうることには注意が必要である。

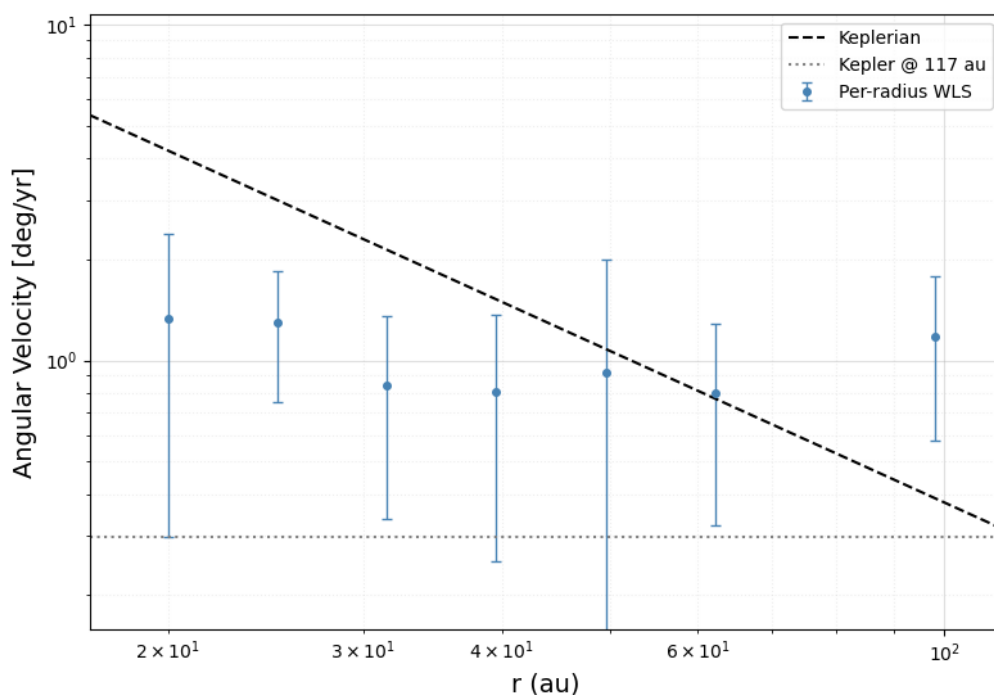


図 A.1: 軸対称成分を差し引かずに求めた角速度

A.2 幾何を固定した解析

Yoshida et al. (2025) では、DSHARP 幾何を全エポック共通幾何として解析を行った。これに対して本文では各エポックで最適化された幾何学的パラメータを用いた点で差異がある。そこで本節では、protomidy により得られた幾何から 4 エポックの平均と平均 $\pm 1\sigma$ で固定した結果を以下に示す。ただし、PA は DSHARP で推定されたものと同様の値が得られているため、平均値の 143.9° で固定した。図 A.3 で局所ケプラー回転に近い傾向は示したものの今回採用した 3 つの傾斜角の値では誤差の範囲で理論直線から外れていることが確認できる。また代表値のみを見ると図 4.11 と比べ速い回転速度が得られ、 $1 \sim 2 \text{ deg/yr}$ の剛体回転とも解釈できる結果が得られた。

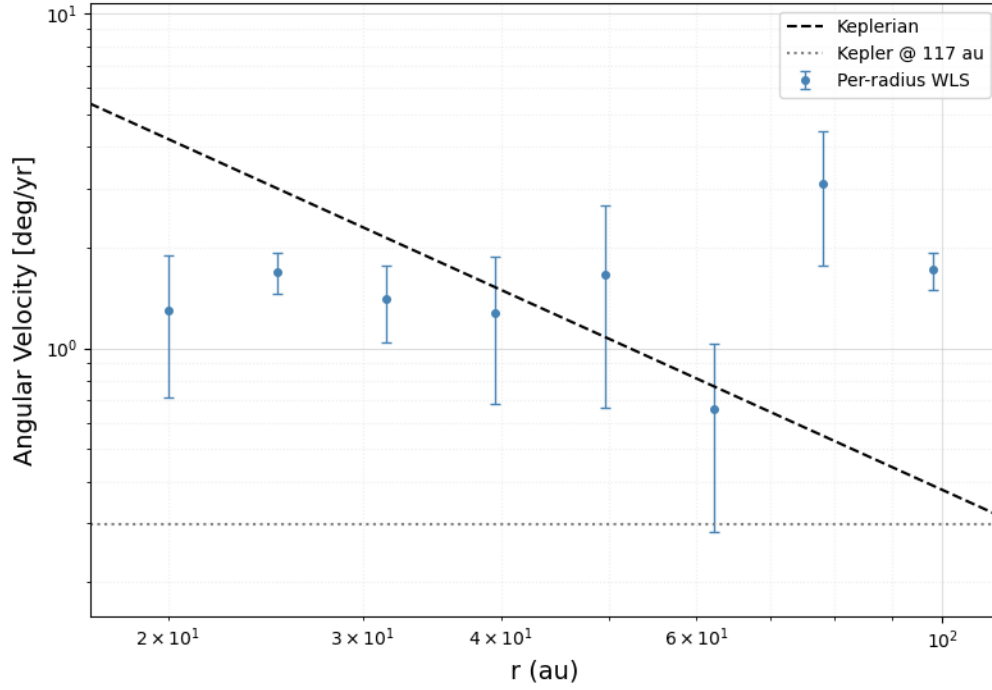


図 A.2: $i = 50.43^\circ$ (平均値) で固定して得られた角速度

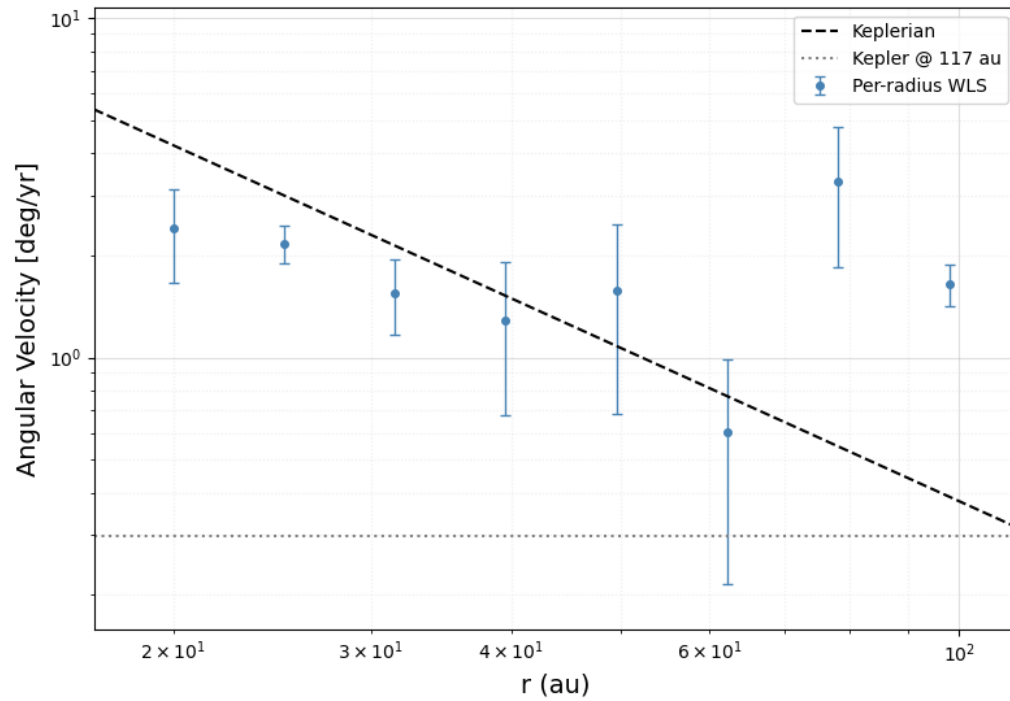


図 A.3: $i = 50.04^\circ$ (平均値 -1σ) で固定して得られた角速度

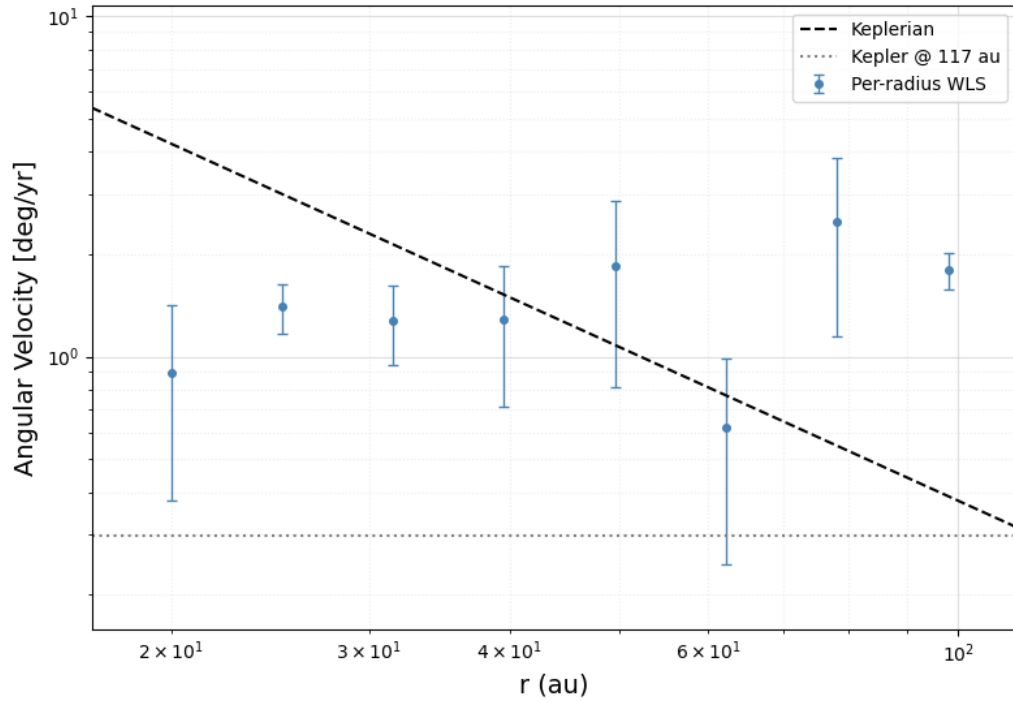


図 A.4: $i = 50.82^\circ$ (平均値 $+1\sigma$) で固定して得られた角速度

A.3 一部エポックを用いた解析

本節では、4 つすべてのエポックを用いて解析を行ったが、図 4.10 で確認した通り、2019 の 2 つの位相差が大きいことや、全体として位相の時間変化が完全に直線に従っている半径が少ないことが確認された。そこで 2 エポック、3 エポックのみを用いて得られる角速度を確認する。ただし、幾何学的パラメータは各エポックで最適化されたものを用いた。また、2 エポックの解析では誤差膨張が適用されていないことに注意が必要である。まず、図 ?? を見ると 2024 を含む解析では概ねこれまでと同様の解析結果が得られた。一方で 2017 と 2019 のみを用いた解析ではこれまでとは異なり、3 deg/yr 以上の剛体回転的な傾向が確認された。ただし、どのペアによる解析でも局所ケプラー回転と整合的といえるものは見られなかった。図から確認できるように 2 エポックのみでは、扱うエポックで結果が大きくことなり不安定であるといえる。次に、図 ?? を確認すると 2017 と 2019 のみを用いた解析（青）以外はこれまでと同様の角速度が確認できる。2017 と 2019 のみを用いると 3 ~ 5 deg/yr 程度の剛体回転的な傾向が確認できる。ただし、その 3 エポックを用いた解析でも局所ケプラー回転と整合的な結果は得られなかった。

A.4 解析の不確かさ

前節までの結果から、本研究で protomidpy を用いることにより得られた幾何学的パラメータを用いると局所ケプラー回転と不整合な結果が得られることが再確認できた。一方で、第 A.3 節で確認した通り、一部エポックのみで解析を行うと結果が異なる場合があり、特に Yoshida et al. (2025) で確認されている通り、2019 の 2 つのデータによる不確かさの影響が大きいと考えられる。そのため、図 4.10 や本章の結果を含め、得られた角速度からその起源を明確に特定することは現段階では難しいと考える。そのため、第 6 章で述べた通り、周波数帯を揃えた高分解能の追観測を増やしていくことが重要である。

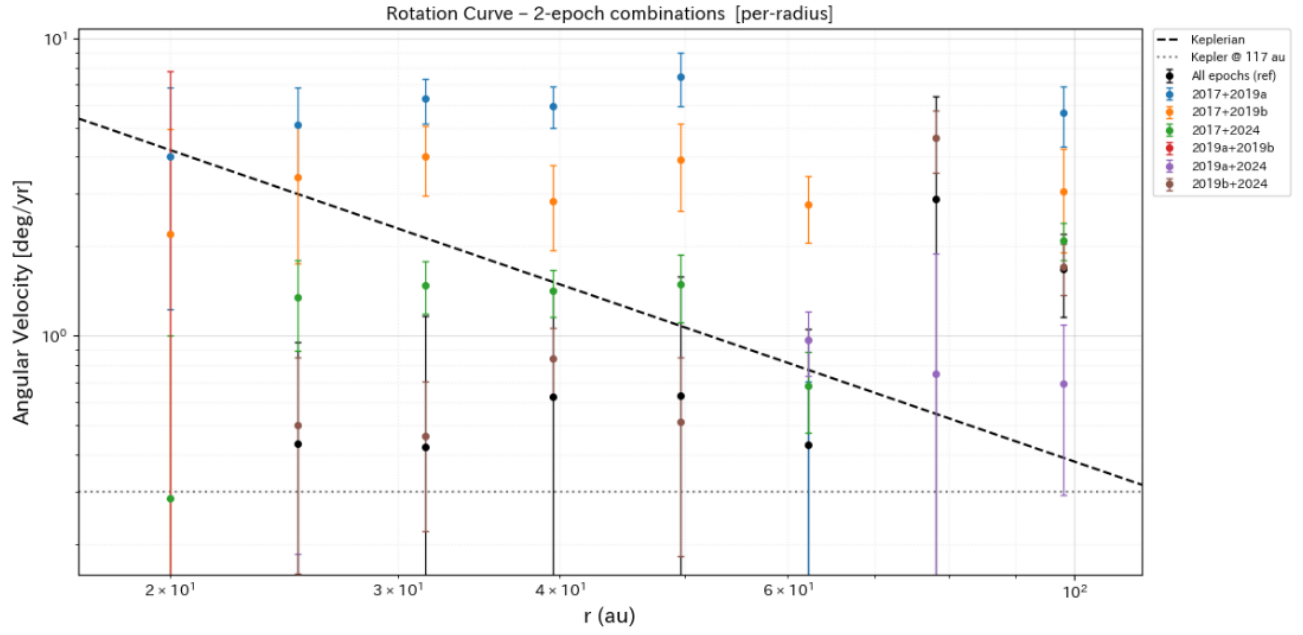


図 A.5: 2 エポックのみを用いて測定した角速度

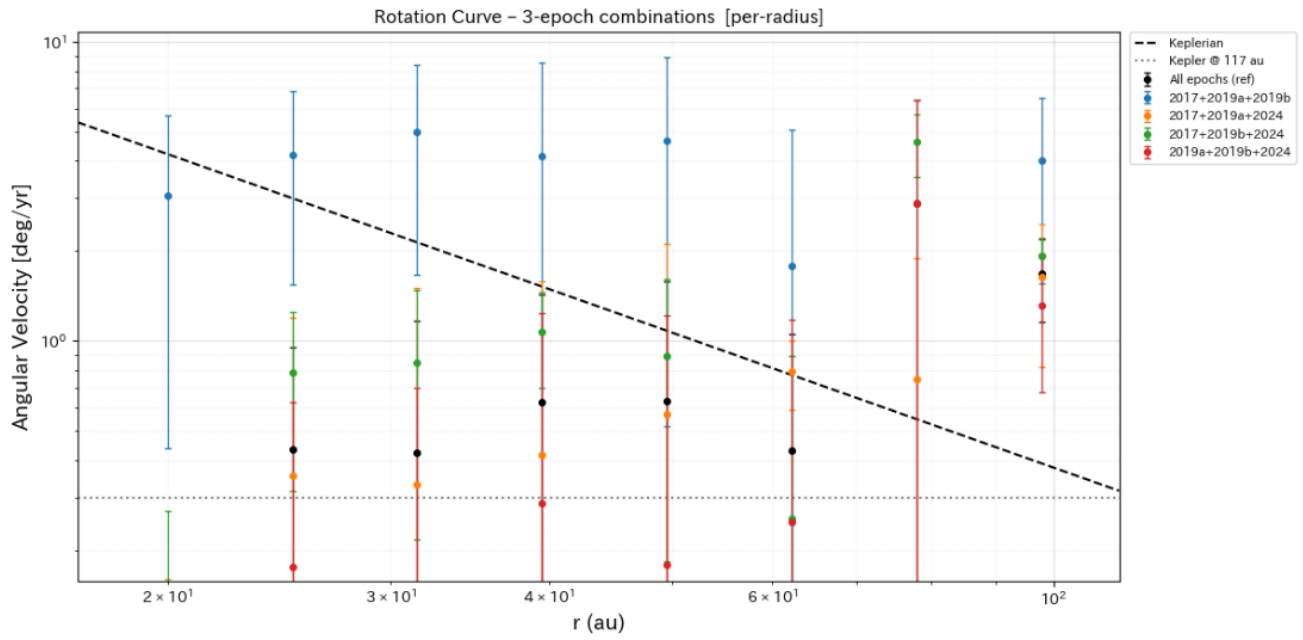


図 A.6: 3 エポックのみを用いて測定した角速度

第 B 章 protomidpy

本章では、[Aizawa et al. \(2024\)](#) で提案された **protomidpy** の考え方を、最小限に絞ってまとめる。目的は、スパイラルなどの微弱な非軸対称構造を議論するために、まず軸対称成分と幾何学的パラメータ（中心・傾斜・PA）を観測ビジビリティから高精度に推定し、観測から差し引いた残差を得ることである。

B.1 概要

1. 軸対称モデル（輝度プロファイル）と幾何学パラメータを、画像上ではなくビジビリティ空間で推定する。
2. 推定においては、軸対称プロファイルを自由にし過ぎると過学習を起こすため、**ガウス過程（GP）** で滑らかさを事前分布として与える。
3. 得られた軸対称モデルを観測ビジビリティから引き、残差ビジビリティをイメージングして残差画像を作る。

幾何のわずかなズレが残差に偽の $m = 1, 2$ 成分を作り得るため、すべてのパラメータを同時推定することで、frank で起こり得る人的バイアスの影響を減らすことができる点が重要である。

B.2 推定するパラメータ

protomidpy で扱う推定量は

$$\mathbf{a} \equiv \{I(r_k)\}_{k=1}^N \quad (\text{半径グリッド上で離散化した軸対称輝度プロファイル}), \quad (\text{B.1})$$

$$\mathbf{g} \equiv (x_{\text{cen}}, y_{\text{cen}}, \cos i, \text{PA}) \quad (\text{中心・傾斜・PA}), \quad (\text{B.2})$$

$$\boldsymbol{\theta} \equiv (\alpha, \gamma) \quad (\text{式 (3.2) の GP ハイパーパラメータ}) \quad (\text{B.3})$$

である。ここで $(x_{\text{cen}}, y_{\text{cen}})$ は観測の位相中心からのオフセット、傾斜角 i は視線と円盤法線のなす角、PA は北から東回りに測った長軸の位置角である。

B.3 観測ビジビリティとモデルの関係

軸対称円盤のビジビリティ

幾何学的に薄い軸対称円盤の複素ビジビリティは、deprojection 後の空間周波数 q に対するハンケル変換で与えられる

$$V(q) = 2\pi \int_0^\infty I(r) J_0(2\pi q r) r dr. \quad (\text{B.4})$$

つまり、プロファイル $I(r)$ を決めれば $V(q)$ が決まる。半径を r_k ($k = 1, \dots, N$) で離散化すると、 $V(q)$ は各半径ビンの寄与の足し合わせとして近似できる。このとき観測点 $j = 1, \dots, M$ (各 (u_j, v_j)) において

$$V_j \simeq \sum_{k=1}^N H_{jk}(\mathbf{g}) a_k, \quad (\text{B.5})$$

と書ける。ここで $a_k \equiv I(r_k)$ であり、 H_{jk} はハンケル変換行列成分である。行列としてまとめると

$$\mathbf{V} = \mathbf{H}(\mathbf{g}) \mathbf{a}. \quad (\text{B.6})$$

実装では複素ビジビリティの実部・虚部を別のデータとして扱う。

$$\mathbf{d} \equiv \begin{pmatrix} \mathbf{d}_{\text{real}} \\ \mathbf{d}_{\text{imag}} \end{pmatrix}, \quad \bar{\mathbf{H}}(\mathbf{g}) \equiv \begin{pmatrix} \Re[\mathbf{H}(\mathbf{g})] \\ \Im[\mathbf{H}(\mathbf{g})] \end{pmatrix}. \quad (\text{B.7})$$

すると、モデルは

$$\mathbf{d} \simeq \bar{\mathbf{H}}(\mathbf{g}) \mathbf{a} + \boldsymbol{\epsilon} \quad (\text{B.8})$$

の線形ガウスモデルになる。 $\boldsymbol{\epsilon}$ は観測ノイズである。

B.4 ベイズ推定：尤度と事前分布

B.4.1 尤度

観測誤差がガウス分布に従うと仮定すると、

$$p(\mathbf{d} \mid \mathbf{a}, \mathbf{g}) = \mathcal{N}(\mathbf{d} \mid \bar{\mathbf{H}}(\mathbf{g}) \mathbf{a}, \bar{\boldsymbol{\Sigma}}_{\text{obs}}), \quad (\text{B.9})$$

となる。 $\bar{\boldsymbol{\Sigma}}_{\text{obs}}$ は実部・虚部をまとめた観測誤差共分散。

B.4.2 GP 事前分布

$\mathbf{a}$ を自由に推定すると、過学習によりノイズに合わせてギザギザな $I(r)$ を作りやすい。そこで protomidpy では、 $\mathbf{a}$ に対して**ガウス過程（GP）**の事前分布を置く。離散化された $\mathbf{a}$ の事前は多変量ガウスとして

$$p(\mathbf{a} \mid \boldsymbol{\theta}) = \mathcal{N}(\mathbf{a} \mid \mathbf{0}, \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{a}}(\boldsymbol{\theta})) \quad (\text{B.10})$$

とする。protomidpy では RBF カーネルを採用し

$$[\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{a}}(\boldsymbol{\theta})]_{j,k} = \alpha \exp\left[-\frac{(r_j - r_k)^2}{2\gamma^2}\right] + \epsilon \delta_{j,k}. \quad (\text{B.11})$$

γ はどれくらいの半径幅で似るか（相関長）、 α は事前情報の相対的な重みを決める。 ϵ は数値安定化のための微小項である。

B.4.3 事後分布

以上より、同時事後分布は

$$p(\mathbf{a}, \mathbf{g}, \boldsymbol{\theta} \mid \mathbf{d}) \propto p(\mathbf{d} \mid \mathbf{a}, \mathbf{g}) p(\mathbf{a} \mid \boldsymbol{\theta}) p(\mathbf{g}, \boldsymbol{\theta}) \quad (\text{B.12})$$

で与えられる。 $p(\mathbf{g}, \boldsymbol{\theta})$ は一様分布を採用する。

B.5 周辺化尤度

$\mathbf{a}$ を消して $(\mathbf{g}, \boldsymbol{\theta})$ を推定しやすくすることを目的とする。高次元の $\mathbf{a}$ は、 $(\mathbf{g}, \boldsymbol{\theta})$ と一緒に MCMC で全部サンプリングすると重い。この問題は、モデルが $\mathbf{a}$ に対して線形（式 B.8）で、かつ尤度と事前がともにガウスであるため、 $\mathbf{a}$ を解析的に積分して消すことができる。

B.5.1 周辺化尤度

$$p(\mathbf{d} \mid \mathbf{g}, \boldsymbol{\theta}) = \int p(\mathbf{d} \mid \mathbf{a}, \mathbf{g}) p(\mathbf{a} \mid \boldsymbol{\theta}) d\mathbf{a} = \mathcal{N}(\mathbf{d} \mid \mathbf{0}, \bar{\boldsymbol{\Sigma}}_{\text{obs}} + \bar{\mathbf{H}}(\mathbf{g}) \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{a}}(\boldsymbol{\theta}) \bar{\mathbf{H}}(\mathbf{g})^T). \quad (\text{B.13})$$

- $\bar{\boldsymbol{\Sigma}}_{\text{obs}}$ ：観測ノイズのゆらぎ
- $\bar{\mathbf{H}} \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{a}} \bar{\mathbf{H}}^T$ ：プロファイル $\mathbf{a}$ の不確かさが、モデルビジビリティの不確かさとして現れた項。

つまりデータは「観測ノイズ＋モデル不確かさ」を合わせた共分散をもつガウス分布として扱える。

B.5.2 (g, θ) の事後分布

周辺化により、非線形パラメータのみの事後分布が

$$p(g, \theta | d) \propto p(d | g, \theta) p(g, \theta) \quad (\text{B.14})$$

として得られる。以後はこの分布を数値的に探索する。

B.6 MCMC

MCMC (Markov Chain Monte Carlo) は、解析的に平均や分散が出せない分布 $p(g, \theta | d)$ から、その分布に従うサンプルを生成する方法である。サンプルが十分に集まれば、

- 平均・中央値 (代表値)
- 誤差 (分散や信用区間)
- パラメータ間の相関

をサンプルから評価できる。図 B.1 に本研究でパラメータ推定時の corner plot を示す。これは表 4.1 に対応する。

B.7 軸対称モデル

(g, θ) を固定すると、線形ガウスモデルの標準結果 (事後分布もガウス) により

$$p(a | d, g, \theta) = \mathcal{N}(a | \mu_{a|d}, \Sigma_{a|d}) \quad (\text{B.15})$$

となる。ここで $\mu_{a|d}$ は観測データと GP 事前を合わせたときの最も典型的な輝度プロファイルである。、 $\Sigma_{a|d}$ はその不確かさを表す。

実際に軸対称モデルビジビリティ V_{model} を作るには、次を行う。

1. MCMC サンプルから代表値として (g_*, θ_*) を選ぶ。
2. その (g_*, θ_*) の下で、 a の代表値を $\mu_{a|d}$ として求める。
3. 得られた (a_*, g_*) を用いて、 $V_{\text{model}} = \mathbf{H}(g_*)a_*$ を計算する。

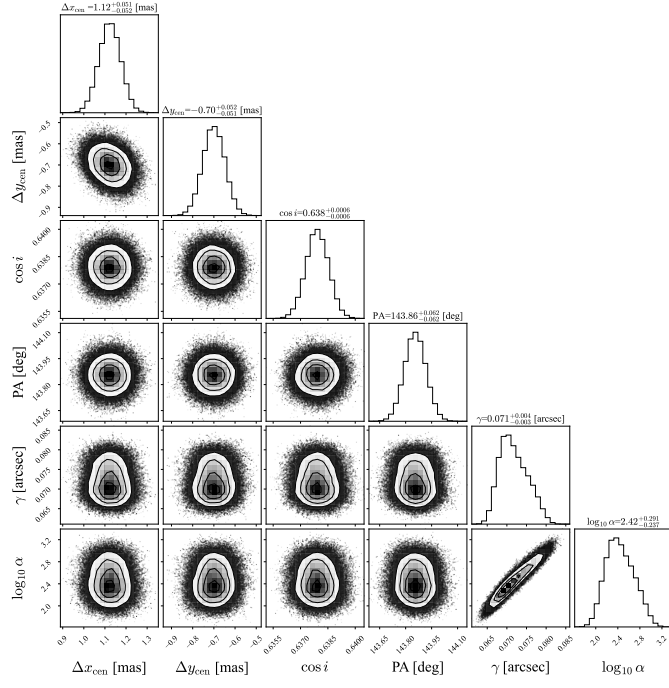
ここで g は deprojection と中心オフセットなどを通じて $\mathbf{H}$ を決め、 a は各半径ビンの明るさとして $\mathbf{H}$ に掛けられることで軸対称モデルビジビリティを与える。

B.8 残差ビジビリティと残差画像

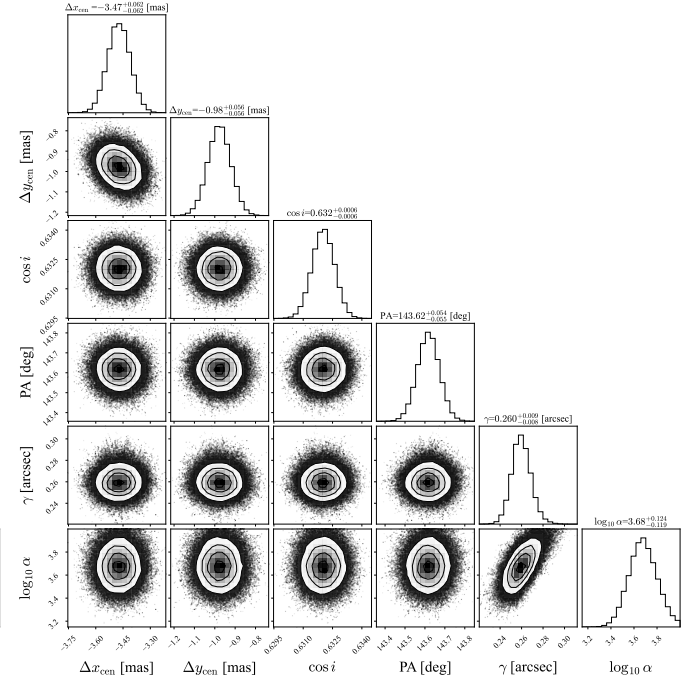
軸対称モデルが得られたら、観測ビジビリティから減算して残差を作る

$$V_{\text{res}} = V_{\text{obs}} - V_{\text{model}}(a_*, g_*). \quad (\text{B.16})$$

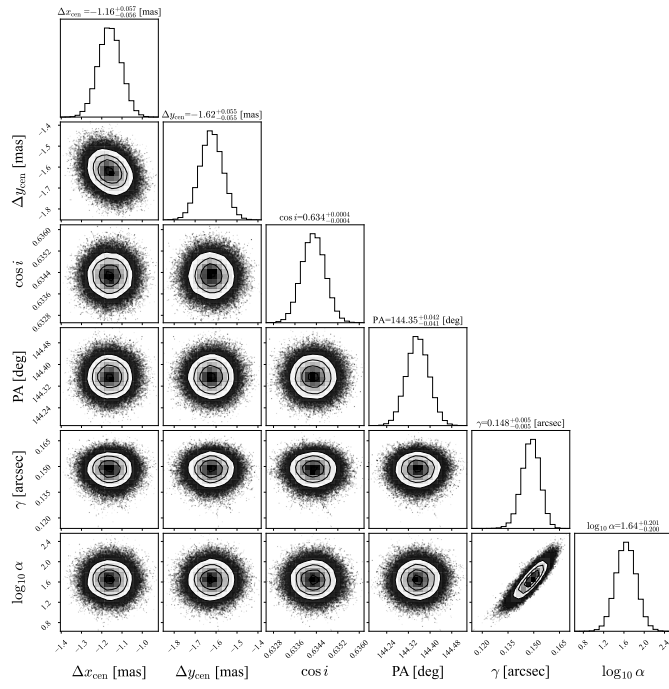
残差ビジビリティを CLEAN して残差画像を作成し、非軸対称構造を解析する。



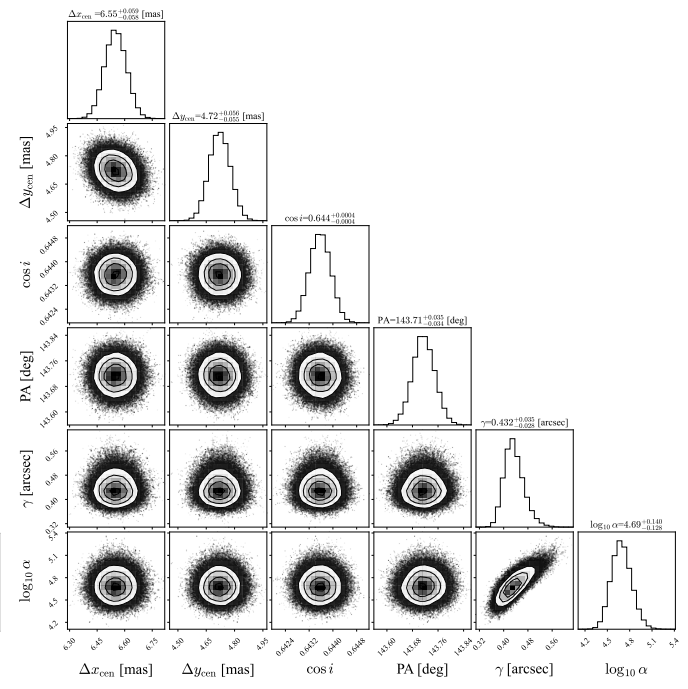
(a) 2017



(b) 2019a



(c) 2019b



(d) 2024

図 B.1: 各エポックの MCMC corner plot。

第 C 章 誤差推定

ここでは、角速度の誤差について説明する。3通りの推定方法を試し、最後に比較する。本章では、まず、相関を角度方向のガウス平滑化として近似し、解析的に σ_{ϕ_2} と σ_ω を導出する（方法 1）。次に、「リング上の角度方向に実効自由度 N_{eff} 個の独立成分が存在し、それらがビームによって相関付けられる」という観点から、誤差を導く（方法 2）。最後に、解析データと同様の相関ノイズ場を生成しモンテカルロにより σ_C を経験的に評価する（方法 3）。

C.1 方法 1：ガウス平滑化モデル

以下では、ビーム幅程度での方位角方向の相関をガウス平滑化として近似し、そのもとで $C_m \cdot \phi_m \cdot \omega$ の誤差を順に導く。

角度方向ノイズの相関（ビームによる平滑化）

干渉計画像では、有限ビームにより天球面の強度分布が平滑化されるため、同一半径 r のリング上でも角度方向に隣接する画素のノイズが独立ではなく相関を持つ。ここではこの効果を「角度方向にガウス平滑化された白色雑音」として近似する。

半径 r のリング上で、ビームの FWHM を角度幅に換算すると

$$\text{FWHM}_\theta(r) \simeq \frac{\text{FWHM}_{\text{beam}}}{r} \quad (\text{C.1})$$

となる。これをガウス分布の標準偏差に直すと

$$\sigma_\theta(r) = \frac{\text{FWHM}_\theta(r)}{2\sqrt{2\ln 2}} \quad (\text{C.2})$$

である。角度方向は第 3.2 節と同様に N_θ 点で等間隔サンプリングし、 $\theta_k = 2\pi k/N_\theta$ 、 $\Delta\theta = 2\pi/N_\theta$ とする。周期境界（ 2π 周期）を考慮した角度距離を

$$d_j \equiv \min(|j|, N_\theta - |j|) \Delta\theta \quad (j = 0, 1, \dots, N_\theta - 1) \quad (\text{C.3})$$

と定義する（リング上で j ステップ離れた点までの最短距離）。このとき、角度方向のガウス平滑化カーネルを

$$\tilde{g}_j(r) = \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{d_j}{\sigma_\theta(r)}\right)^2\right] \quad (\text{C.4})$$

と置き、総和が 1 になるように正規化して

$$g_j(r) \equiv \frac{\tilde{g}_j(r)}{\sum_{l=0}^{N_\theta-1} \tilde{g}_l(r)}, \quad \sum_{j=0}^{N_\theta-1} g_j(r) = 1 \quad (\text{C.5})$$

とする。

相関ノイズの畳み込み表現と σ_0 の導出

まず、角度方向に独立な白色雑音列 w_k （平均 0、分散 σ_0^2 ）を考える：

$$\langle w_k \rangle = 0, \quad \text{Var}(w_k) = \sigma_0^2, \quad \text{Cov}(w_k, w_{k'}) = 0 \quad (k \neq k') \quad (\text{C.6})$$

ビーム平滑化により、観測されるリング上のノイズは w_k をカーネル g_j で角度方向に平均したものと近似できる：

$$x_k(r) = \sum_{j=0}^{N_\theta-1} g_j(r) w_{k-j} \quad (\text{C.7})$$

このとき分散は、独立性より交差項が消えるので

$$\text{Var}[x_k(r)] = \text{Var}\left[\sum_j g_j(r) w_{k-j}\right] = \sum_j g_j^2(r) \text{Var}(w_{k-j}) = \sigma_0^2 \sum_{j=0}^{N_\theta-1} g_j^2(r) \quad (\text{C.8})$$

一方、オフソースで見積もった測定ノイズ RMS を σ_I とすると、 $x_k(r)$ の分散は σ_I^2 に対応するとみなせる：

$$\text{Var}[x_k(r)] \simeq \sigma_I^2 \quad (\text{C.9})$$

よって式 (C.8) から白色雑音側の分散 σ_0 は

$$\sigma_0(r) = \frac{\sigma_I}{\sqrt{\sum_{j=0}^{N_\theta-1} g_j^2(r)}} \quad (\text{C.10})$$

これは相関ノイズの RMS σ_I から、平滑化前の独立成分の RMS σ_0 を逆算する関係式である。

m 次フーリエ係数の誤差 σ_C

リング上の強度 $I_k(r)$ の m 次の非正規化複素フーリエ係数を

$$C_m(r) = \sum_{k=0}^{N_\theta-1} I_k(r) e^{-im\theta_k} \quad (\text{C.11})$$

とする（第 3.2 節）。ここでは誤差評価のため、ノイズ項のみの係数を

$$W_m \equiv \sum_{k=0}^{N_\theta-1} w_k e^{-im\theta_k} \quad (\text{C.12})$$

と定義する。さらにカーネルの離散フーリエ変換を

$$G_m(r) \equiv \sum_{j=0}^{N_\theta-1} g_j(r) e^{-im\theta_j} \quad (\text{C.13})$$

とおく。これは、確率変数の関数ではないため、定数項とみなせる。式 (C.7) は角度方向の畳み込みなので、フーリエ空間では積となる。実際、ノイズ $x_k(r)$ の m 次フーリエ係数を $\delta C_m(r)$ と定義し、式 C.7 – C.8 より、

$$\delta C_m(r) \equiv \sum_{k=0}^{N_\theta-1} x_k(r) e^{-im\theta_k} = \sum_k \sum_j g_j(r) w_{k-j} e^{-im\theta_k} \quad (\text{C.14})$$

ここで $k' \equiv k - j$ と置換すると

$$\delta C_m(r) = \sum_j g_j(r) \sum_{k'} w_{k'} e^{-im\theta_{k'+j}} = \sum_j g_j(r) e^{-im\theta_j} \sum_{k'} w_{k'} e^{-im\theta_{k'}} \quad (\text{C.15})$$

$$= G_m(r) W_m. \quad (\text{C.16})$$

となる。次に W_m の実部・虚部の分散を求める。 $m \neq 0$ のとき

$$\Re[W_m] = \sum_{k=0}^{N_\theta-1} w_k \cos(m\theta_k), \quad (\text{C.17})$$

$$\Im[W_m] = - \sum_{k=0}^{N_\theta-1} w_k \sin(m\theta_k) \quad (\text{C.18})$$

w_k の独立性より

$$\text{Var}(\Re[W_m]) = \sum_k \cos^2(m\theta_k) \text{Var}(w_k) = \sigma_0^2 \sum_k \cos^2(m\theta_k), \quad (\text{C.19})$$

$$\text{Var}(\Im[W_m]) = \sum_k \sin^2(m\theta_k) \text{Var}(w_k) = \sigma_0^2 \sum_k \sin^2(m\theta_k) \quad (\text{C.20})$$

等間隔サンプリングでは $m \neq 0$ に対して

$$\sum_{k=0}^{N_\theta-1} \cos^2(m\theta_k) = \sum_{k=0}^{N_\theta-1} \sin^2(m\theta_k) = \frac{N_\theta}{2} \quad (\text{C.21})$$

が成り立つため、

$$\sigma_W(r) \equiv \sigma(\Re[W_m]) = \sigma(\Im[W_m]) = \sigma_0(r) \sqrt{\frac{N_\theta}{2}}. \quad (\text{C.22})$$

最後に式 (C.16) から

$$\sigma_C(r) \equiv \sigma(\Re[\delta C_m]) = \sigma(\Im[\delta C_m]) \simeq |G_m(r)| \sigma_W(r) \quad (\text{C.23})$$

$$= |G_m(r)| \sigma_0(r) \sqrt{\frac{N_\theta}{2}} = |G_m(r)| \frac{\sigma_I}{\sqrt{\sum_j g_j^2(r)}} \sqrt{\frac{N_\theta}{2}}. \quad (\text{C.24})$$

位相誤差 σ_{ϕ_m} (導出)

位相は

$$\phi_m(r) = -\frac{1}{m} \arg(C_m(r)) \quad (\text{C.25})$$

で定義される。ここで

$$C_m \equiv X + iY, \quad |C_m|^2 = X^2 + Y^2 \quad (\text{C.26})$$

とおくと

$$\arg(C_m) = \text{atan2}(Y, X) \quad (\text{C.27})$$

C_m に小さな摂動 $\delta C_m = \delta X + i\delta Y$ が加わったとき、 $\arg(C_m)$ の微小変化は

$$\delta \arg(C_m) = \frac{\partial \arg(C_m)}{\partial X} \delta X + \frac{\partial \arg(C_m)}{\partial Y} \delta Y = \left(-\frac{Y}{X^2 + Y^2} \right) \delta X + \left(\frac{X}{X^2 + Y^2} \right) \delta Y = \frac{X\delta Y - Y\delta X}{|C_m|^2}. \quad (\text{C.28})$$

したがって

$$\delta \phi_m = -\frac{1}{m} \delta \arg(C_m) = -\frac{1}{m} \frac{X\delta Y - Y\delta X}{|C_m|^2}. \quad (\text{C.29})$$

ここで、前節より $\delta X, \delta Y$ は平均 0、同分散

$$\text{Var}(\delta X) = \text{Var}(\delta Y) = \sigma_C^2, \quad \text{Cov}(\delta X, \delta Y) = 0 \quad (\text{C.30})$$

と近似できる。すると式 (C.29) の分散は

$$\text{Var}(\delta \phi_m) = \frac{1}{m^2} \frac{\text{Var}(X\delta Y - Y\delta X)}{|C_m|^4} = \frac{1}{m^2} \frac{X^2 \text{Var}(\delta Y) + Y^2 \text{Var}(\delta X)}{|C_m|^4} \quad (\text{C.31})$$

$$= \frac{1}{m^2} \frac{(X^2 + Y^2) \sigma_C^2}{|C_m|^4} = \frac{\sigma_C^2}{m^2 |C_m|^2}. \quad (\text{C.32})$$

よって位相誤差は

$$\sigma_{\phi_m}(r) \simeq \frac{\sigma_C(r)}{m |C_m(r)|}. \quad (\text{C.33})$$

以降は $m = 2$ とし、 $\sigma_{\phi_2}(r)$ を各エポックで評価する。

線形回帰による ω とその不確かさ σ_ω

各半径 r で得られた位相 $\phi_2(r, t_i)$ を時間に対して線形回帰し、

$$\phi_2(r, t_i) \simeq a(r) + b(r) t_i \quad (\text{C.34})$$

と表す。ここで θ を反時計回り正と定義する。IM Lup のスパイラルは時計回りに回転するため位相は時間とともに減少することから、時計回りの回転を正として

$$\omega(r) \equiv -b(r) \quad (\text{C.35})$$

と定義する。位相誤差 $\sigma_{\phi_2}(r, t_i)$ に基づき

$$w_i(r) \equiv \frac{1}{\sigma_{\phi_2}^2(r, t_i)} \quad (\text{C.36})$$

を重みとした重み付き最小二乗法を用いると、傾き b の分散は

$$\sigma_b^2(r) = \left[\sum_i w_i(r) (t_i - \bar{t}_w(r))^2 \right]^{-1}, \quad \bar{t}_w(r) = \frac{\sum_i w_i(r) t_i}{\sum_i w_i(r)} \quad (\text{C.37})$$

で与えられる。したがって

$$\sigma_\omega(r) = \sigma_b(r) \quad (\text{C.38})$$

となる。

誤差膨張 (error inflation)

位相の時間変化が完全な直線からずれる場合、上式で得られる σ_ω は過小評価となり得る。そこで用いたエポック数を N_{epoch} とし重み付き回帰の残差から reduced χ^2 を

$$\chi_\nu^2(r) \equiv \frac{1}{\nu} \sum_i w_i(r) [\phi_2(r, t_i) - \{a(r) + b(r)t_i\}]^2, \quad \nu = N_{\text{epoch}} - 2 \quad (\text{C.39})$$

と定義し、 $\chi_\nu^2 > 1$ のときには

$$\sigma_\omega(r) \rightarrow \sigma_\omega(r) \sqrt{\chi_\nu^2(r)} \quad (\text{C.40})$$

として不確かさを膨張させる。本研究ではこの $\sigma_\omega(r)$ を角速度の系統誤差を考慮した角速度の統計誤差として採用する。

C.2 方法 2：複製モデル

本節では、リング上の角度方向には実質的に $N_{\text{eff}}(r)$ 個の独立自由度しかないという見方に基づき、相関ノイズを独立成分の複製としてモデル化する。

独立自由度数 $N_{\text{eff}}(r)$ の見積もり

ビームにより角度方向の相関幅はおおよそ式 (C.2) と同様に見積もれる。したがってリング全周 2π に含まれる独立ブロック数（自由度）は

$$N_{\text{eff}}(r) \sim \frac{2\pi r}{\text{FWHM}_{\text{beam}}}. \quad (\text{C.41})$$

ここで N_{eff} は相関長をビーム FWHM で近似したオーダー見積もりであり、厳密にはビーム形状に依存して変化し得る。以降、リング上のサンプル数を N_θ とし、角度方向の相関によって実効的に独立な自由度は $N_{\text{eff}}(r)$ 個であるとみなす。このとき、複製回数を

$$R(r) \equiv \frac{N_\theta}{N_{\text{eff}}(r)} \quad (\text{C.42})$$

と定義する (R は半径に依存)。

複製モデルの定義

半径 r のリング上で、独立な元データ列を

$$y_j = \mu_j + \varepsilon_j, \quad j = 0, 1, \dots, N_{\text{eff}}(r) - 1 \quad (\text{C.43})$$

とし、

$$\mathbb{E}[\varepsilon_j] = 0, \quad \text{Var}(\varepsilon_j) = \sigma_\varepsilon^2, \quad \varepsilon_j \text{ 独立} \quad (\text{C.44})$$

を仮定する。観測リング上のサンプル列 $x_k(r)$ (長さ N_θ) は、各 y_j を $R(r)$ 回ずつ複製して得られるとする：

$$N_\theta = R(r) N_{\text{eff}}(r), \quad x_{j R(r) + m}(r) = y_j \quad (j = 0, \dots, N_{\text{eff}}(r) - 1, m = 0, \dots, R(r) - 1). \quad (\text{C.45})$$

このモデルは、角度方向に幅 $\Delta\theta_{\text{corr}}$ 程度の相関ブロックが存在し、そのブロック内では同一の独立成分が繰り返し現れる、という単純化に対応する。

DFT (m 次フーリエ係数) の分散

本研究で扱う非正規化の複素フーリエ係数を

$$X_m(r) \equiv \sum_{k=0}^{N_\theta-1} x_k(r) e^{-im\theta_k}, \quad \theta_k = \frac{2\pi k}{N_\theta}, \quad m = 0, 1, \dots, N_\theta - 1 \quad (\text{C.46})$$

と定義する。式 (C.45) を用いて添字 $k = j R(r) + m'$ ($m' = 0, \dots, R(r) - 1$) と分けると

$$\begin{aligned} X_m(r) &= \sum_{j=0}^{N_{\text{eff}}(r)-1} \sum_{m'=0}^{R(r)-1} x_{j R(r) + m'}(r) e^{-im\theta_{j R(r) + m'}} \\ &= \sum_{j=0}^{N_{\text{eff}}(r)-1} y_j e^{-im\theta_{j R(r)}} \sum_{m'=0}^{R(r)-1} e^{-im\theta_{m'}} \\ &= \sum_{j=0}^{N_{\text{eff}}(r)-1} a_{m,j}(r) y_j, \end{aligned} \quad (\text{C.47})$$

ただし

$$a_{m,j}(r) \equiv e^{-i2\pi m j R(r)/N_\theta} S_m(r), \quad S_m(r) \equiv \sum_{m'=0}^{R(r)-1} e^{-i2\pi m m'/N_\theta}. \quad (\text{C.48})$$

位相因子 $e^{-i2\pi m j R(r)/N_\theta}$ は絶対値 1 であるため $|a_{m,j}(r)| = |S_m(r)|$ が成り立つ。独立性より分散は交差項が消え、

$$\text{Var}[X_m(r)] = \sigma_\varepsilon^2 \sum_{j=0}^{N_{\text{eff}}(r)-1} |a_{m,j}(r)|^2 = \sigma_\varepsilon^2 N_{\text{eff}}(r) |S_m(r)|^2. \quad (\text{C.49})$$

さらに S_m は等比級数であり、

$$|S_m(r)|^2 = \left| \frac{1 - e^{-i2\pi m R(r)/N_\theta}}{1 - e^{-i2\pi m/N_\theta}} \right|^2 = \left(\frac{\sin(\pi m R(r)/N_\theta)}{\sin(\pi m/N_\theta)} \right)^2. \quad (\text{C.50})$$

したがって、複製モデルに対しては

$$\text{Var}[X_m(r)] = \sigma_\varepsilon^2 N_{\text{eff}}(r) \left(\frac{\sin(\pi m R(r)/N_\theta)}{\sin(\pi m/N_\theta)} \right)^2 \quad (\text{C.51})$$

が成り立つ。

本研究では $m = 2$ 成分を用いるため、 $X_2(r)$ の分散から $\sigma_C(r)$ を定義して用いる。方法 2 で得た $\sigma_C(r)$ を用いれば、位相誤差は方法 1 と同様に式 (C.33) で与えられる。以降は、重み $w_i(r) = 1/\sigma_{\phi_2}^2(r, t_i)$ を用いた線形回帰により $\sigma_\omega(r)$ を式 (C.38) で計算し、式 (C.39) で誤差膨張を適用する。

C.3 方法 3：モンテカルロ評価

方法 3 では、まず 2 次元画像面で独立な白色ノイズを生成し、それに円形ガウシアンビームを畳み込むことで、解析データと同様の相関ノイズ場を得る。その後フーリエ解析によりこの相関ノイズ場の強度を測定する。この一連の処理をノイズに対しても同条件で多数回繰り返し適用し、得られた $C_m(r)$ の散らばりから $\sigma_C(r)$ を経験的（モンテカルロ）に推定する。

手順

各エポックについて次を行う：

1. 2D 白色ノイズ画像 $W(x, y) \sim \mathcal{N}(0, 1)$ を生成する。
2. 実解析で採用した同一の 2D ガウシアンビーム（150 mas）で畳み込み、相関ノイズ場 $N(x, y)$ を得る。
3. 相関場の RMS が実データのオフソース RMS σ_I に一致するよう、ノイズ場を定数倍して規格化する。
4. 実解析と同じ手順で、各半径 r におけるリング上を θ_k ($k = 0, \dots, N_\theta - 1$) でサンプルし、 $N_k(r)$ を得る。
5. ノイズのみのリング列 $N_k(r)$ から

$$C_m^{(\text{noise})}(r) = \sum_{k=0}^{N_\theta-1} N_k(r) e^{-im\theta_k} \quad (\text{C.52})$$

を計算する。

6. 上記を N_{MC} 回繰り返し、 $C_m^{(\text{noise})}(r)$ の分布から標準偏差を推定する。

対称性より $\Re C_m^{(\text{noise})}$ と $\Im C_m^{(\text{noise})}$ は同分散と期待されるため、

$$\sigma_C(r) \approx \text{SD}\left(\Re C_m^{(\text{noise})}(r)\right) \approx \text{SD}\left(\Im C_m^{(\text{noise})}(r)\right) \quad (\text{C.53})$$

と定義する。以降は方法 1 と同様に、式 (C.33) から $\sigma_{\phi_2}(r)$ を求め、線形回帰により式 (C.38) で $\sigma_\omega(r)$ を計算し、式 (C.39) で誤差膨張を適用する。

C.4 比較

図 C.1 より各方法で求めた角速度誤差を比較する。推定された誤差は方法によらず、ほぼ一定となっており、解析的に求めたものとシミュレーションが整合的であることが確認できる。特に、誤差膨張後は方法 1 と方法 2 で完全に一致していることが確かめられた。これは誤差推定のモデルの違いが定数倍のみで、重み付き線形回帰における誤差膨張の際に打ち消されたためだと考えられる。また、誤差膨張では典型的に約 3 倍となった。どの方法で推定しても誤差膨張後の結果は大きく変わらないが、本解析では、円形ガウシアンビームで畳み込むことにより生じる相関を想定しているため、相関をガウス平滑化として表現する方法 1 が前処理と最も整合的であることから方法 1 を用いて誤差を推定した。なお方法 3 は推定精度が反復回数 N_{MC} に依存し計算コストも大きい。そのため本研究では、方法 3 は主に比較・妥当性確認に用いた。

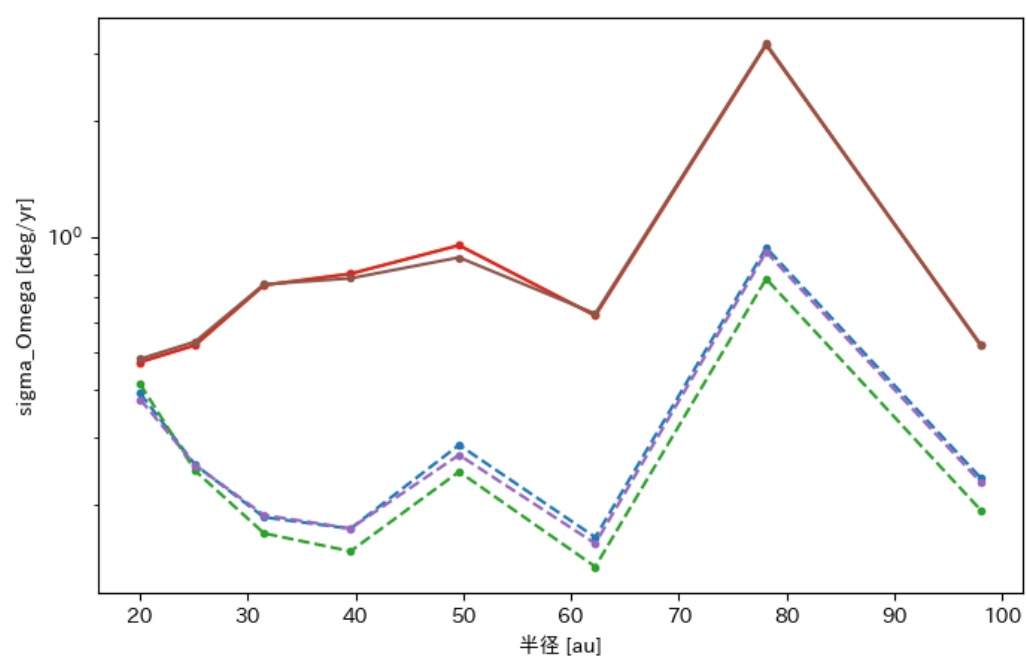


図 C.1: 各方法で求めた角速度の誤差。点線が誤差膨張前、実線が誤差膨張後の値を示す。方法 1：青・橙 方法 2：緑・赤 方法 3：紫・茶

参考文献

- ALMA Partnership et al. 2015, ApJL, 808, L3
- 福井康雄, 犬塚修一郎, 大西利和, 中井直正, 舞原俊憲, 水野亮 編 日本評論社 2024 シリーズ現代の天文学 第6巻 [第二版]
星間物質と星形成
- 井田茂, 渡部潤一, 佐々木晶 編 日本評論社 2021 シリーズ現代の天文学 第9巻 [第二版] 太陽系と惑星
- 高橋 実道, 2017 「原始惑星系円盤の自己重力による分裂過程」, 天文月報, 110, 5, 358–365.
- Testi, L., et al. 2014, Protostars and Planets VI, 339
- 百瀬宗武, フロンティアセミナー 2016, "ALMA で探る原始惑星系円盤～惑星形成の解明に向けて～"
- Bachiller, R., et al. 1996, ARA&A, 34, 111–154
- Cossins, P., et al. 2009, MNRAS, 393, 1157–1173
- Toomre, A. 1964, ApJ, 139, 1217–1238
- Marois, C., et al. 2008, Science, 322, 1348
- Huang, J., et al. 2018, ApJL, 869, L43
- Kratter, K., & Lodato, G. 2016, ARA&A, 54, 271–311
- Bae, J., & Zhu, Z. 2018, ApJ, 859, 118
- Ogilvie, G. I., & Lubow, S. H. 2002, MNRAS, 330, 950
- Montesinos, M., et al. 2016, ApJL, 823, L8
- Muley et al. 2026, A&A, 705, A239
- Cuello, N., et al. 2020, MNRAS, 491, 504–514
- Su, W.-S., et al. 2026, arXiv:2601.17278
- Rowther, S., et al. 2025, MNRAS, 542, 1430–1442
- Andrews, S. M., et al. 2018, ApJL, 869, L41
- Benisty et al. 2023, in Protostars and Planets VII, ASP Conf. Ser., 534, 605
- Gaia Collaboration et al. 2023, A&A, 674, A1
- Öberg, K. I., et al. 2021, ApJS, 257, 1
- Alcalá, J. M., et al. 2017, A&A, 600, A20
- Pinte, C., et al. 2020, ApJL, 890, L9
- Speedie, J., & Dong, R. 2022, ApJL, 940, L43
- Lodato, G., et al. 2023, MNRAS, 518, 4481–4493
- Panque-Carreño, T., et al. 2024, A&A, 684, A174
- Bosman, A. D., et al. 2023, ApJL, 944, L53
- Ueda, T., et al. 2024, Nat. Astron., 8, 1148–1158
- Ren, B., et al. 2020, ApJL, 898, L38
- Xie et al. 2024, Universe, 10, 465
- Yoshida, T. C., et al. 2025, Nat. Astron., 9, 1672–1679
- 中井直正, 坪井昌人, 福井康雄 編 日本評論社 2020 シリーズ現代の天文学 第16巻 [第二版] 宇宙の観測 II

干渉計サマースクール, 2005.
ALMA データ解析講習会資料, 2021
Aizawa, M., et al. 2024, MNRAS, 532, 1361–1390
Aizawa & Orihara 2026, AJ, 171, 6
Huang et al. 2018a, ApJL, 869, L42
Aizawa, M., et al. 2025, arXiv:2512.16091
Jennings, J., et al. 2020, MNRAS, 495, 3209–3232
Andrews, S. M., et al. 2021, ApJ, 916, 51
Curone, P., et al. 2025, ApJL, 984, L9