

2024 年度 修士論文

CO 輝線観測に基づく原始惑星系円盤の 速度場歪み解析

茨城大学大学院理工学研究科理学専攻

宇宙物理学コース

電波天文観測研究室

23NM151L 秋元 健吾

概要

若い星を取り巻く原始惑星系円盤は、惑星誕生の場である。円盤内でできた原始惑星は周囲の円盤ガスと相互作用しながら円盤内で進化すると考えられており、その進化過程は具体的にどのようなものであるかが議論されている。近年、ALMA 望遠鏡を用いたガス輝線の高い速度分解能観測により、円盤光学表面の表裏の分離や円盤内の速度構造がかつてないほど詳細に明らかにされてきた。円盤ガスは基本的に中心星の重力によって決まるケプラー回転をしているが、その中に惑星が存在すると惑星・円盤相互作用により、ケプラー回転からのズレが生じることが理論的に予言されており、観測で得た円盤ガスの速度チャンネルマップには「kink (歪み)」のような構造として現れる。ALMA の観測ではそのような kink を検出できる可能性があり、惑星の検出と解釈できる結果も実際に得られている。kink やその周囲にある様々な特徴を合わせて考慮することで、円盤内の惑星の位置や質量を推定することが可能であると考えられている。しかしこれまでの検出の主張は、観測結果と理論的予言の定性的比較に限られており、定量的な判断基準が必要である。そこで本研究では、前述した課題の克服を目的とし、惑星の存在の可能性が指摘されている HD 163296 に付随する円盤の ALMA アーカイブデータを用いて、円盤ガスの速度場解析による惑星検出の信頼度に関する定量的な基準の確立を目指して研究を行った。HD 163296 に付随するガス円盤を解析した先行研究では、複数輝線での kink の検出、kink を速度方向に分解しているなどといった定性的な検出基準をすべて満たしている惑星候補が存在するとされ、その質量などが議論されている。しかし、マップ上で確認できる kink 構造は理論シミュレーションの結果と定性的には似ているものの、観測で加わるノイズの影響を考慮しても確実性のある検出であるとする定量的な議論はなされていなかった。そこで本研究では、HD 163296 に付随するガス円盤を再解析し、イメージング過程におけるパラメータを変化させることにより、結果として得られるマップ上に現れる kink にどれほど影響するかを検証した。その結果、ビジビリティに対する重みであるロバストパラメータを変化させたイメージングを行い、得られたマップ内に現れるガス円盤内の kink への影響を明らかにし、全ての場合で kink パターンが現れることを定性的に確認した。さらに、重みのかけ方によって画像上の位置決定精度に影響することを定量的に確認した。kink と画像の精度を比較するため、純粋な回転円盤で予想されるモデルを作成し、kink にフィットした。その結果、画像の精度に対して HD 163296 の kink は有意な検出であることが分かった。kink の定量化のため、純粋なガス円盤の場合との方位角方向での速度差を求めたところ、先行研究で理論的に導出されている範囲内の数値を得た。

Abstract

Protoplanetary disks surrounding young stars are the birthplaces of planets. It is believed that protoplanets are formed within these disks evolve while interacting with the surrounding disk gas, and the details of this evolutionary process are under discussion. Recently, high-velocity resolution observations of gas emission lines using the ALMA telescope have revealed the separation of the disk's optical surface and the velocity structure within the disk in unprecedented detail. While the disk gas primarily follows Keplerian rotation determined by the gravity of the central star, the presence of planets can cause deviations from Keplerian rotation due to planet-disk interactions, theoretically predicted to appear as structures like "*kinks*" in the velocity channel maps of the disk gas observed. ALMA observations have the potential to detect such kinks, and results that can be interpreted as planet detections have indeed been obtained. By considering kinks and various features around them, it is believed that the position and mass of planets within the disk can be estimated. However, previous claims of detection have been limited to qualitative comparisons between observational results and theoretical predictions, necessitating quantitative criteria for judgment. Therefore, to address the aforementioned challenges, we aim to establish quantitative criteria for the reliability of planet detection through velocity field analysis of disk gas using ALMA archival data of the disk associated with HD 163296, where the presence of planets has been suggested. Previous studies analyzing the gas disk associated with HD 163296 have identified planet candidates that meet all qualitative detection criteria, such as the detection of kinks in multiple emission lines and the resolution of kinks in the velocity direction, and their masses have been discussed. However, while the kink structures observed on the maps qualitatively resemble the results of theoretical simulations, no quantitative discussions have been made to confirm the certainty of these detections considering the impact of observational noise. Therefore, in this study, I reanalyzed the gas disk associated with HD 163296 and examined how varying parameters in the imaging process affect the appearance of kinks on the resulting maps. As a result, I performed imaging by varying the robust parameter, which serves as the weighting for visibility, and examined its impact on the kinks appearing in the gas disk within the obtained maps. I qualitatively confirmed that the kink pattern appears in all cases. Furthermore, I quantitatively verified that the weighting method affects the positional accuracy in the image. To compare the kinks with image accuracy, I created a model of a purely rotating disk as expected and fitted it to the kinks. Consequently, I found that the kinks in HD 163296 are a statistically significant detection relative to

the image accuracy. To quantify the kinks, I calculated the azimuthal velocity difference from the case of a purely gaseous disk, obtaining values within the range theoretically derived in previous studies.

目次

第 1 章	研究背景	3
1.1	ガス円盤の観測	4
1.2	kink	5
1.3	研究方針	10
第 2 章	干渉計システムによる画像化	12
2.1	電波干渉計の原理	12
2.2	デコンボリューション	16
2.3	重み付け	18
第 3 章	実際のビジビリティデータを用いた画像解析	27
3.1	CLEAN 結果	29
3.2	モデルの作成	33
3.3	強度ピークの抽出	36
3.4	画像とモデルの比較	38
第 4 章	考察	43
第 5 章	まとめ・展望	48
	References	49
付録 A	重み付けによる合成ビームの比較	52
付録 B	等速度曲線モデル作成コード	54
付録 C	等速度曲線モデルと kink の比較図作成コード	58

第 1 章

研究背景

原始惑星系円盤とは、惑星系が形成される際に中心星の周りにできるガスとダストで構成された厚みのある円盤のことである。この中でダスト微粒子同士が衝突・合体を繰り返し成長することで微惑星・原始惑星が形成され、その後周囲のガスなどと相互作用しながら惑星へと進化すると考えられている。従って、原始惑星系円盤は惑星形成過程を解明していくための重要な天体である。近年、ダスト連続波の観測によって様々な特徴を持つ構造が見つかる。その例となる画像を図 1.1 に示した。左図はダスト連続波の観測によって得られた、HD 142527 の非軸対称構造である。ミリメートルサイズのダストがリング状の一部に濃集し、このような構造になるとされている。右図はダスト連続波観測で得られた中でも有名な天体である HL Tau のリング/ギャップ構造である。円盤内に埋もれた惑星重力と周囲の相互作用によってギャップが作られたと考えられている。さらに、ギャップの幅や深さから惑星質量を推定できる式を提唱した理論モデルも示されているほど、議論が進んでいる (Kanagawa et al. 2016[1])。しかし、ダスト円盤におけるそのような構造は、原始惑星と円盤の相互作用だけで出来たものであるとは言い難く、流体力学的なものや重力不安定性など、複数の作用が働くことによって構造が形成された可能性もあり、具体的に惑星形成のプロセスと構造の形成がどのようにつながるのかはまだ十分に解明されていない。このような問題はダスト連続波だけでなく、多角的な観測により補完情報を得ることで解明につながる可能性がある。例えば近赤外線による直接撮像観測が挙げられるが、近赤外線における典型的なダスト粒子の吸収係数は数 cm^2/g と比較的高いため、中心星から数百天文単位離れた場所でも円盤が光学的に厚い。そのため、円盤内に埋もれている原始惑星からの放射はダスト粒子の吸収により減光してしまい、直接的な観測は困難である。そのような状況の中で近年、ALMA 望遠鏡を用いたガス輝線の高い速度分解能観測により、円盤光学表面の表裏の分離や円盤内の速度構造などの詳細な構造が明らかにされた。そして、誕生直後の惑星によって作られたとされる歪みのような構造が観測画像から検出された。この歪み構造は「kink」と呼ばれるものであり、本研究ではガス輝線観測により検出された kink に着目した。この章では、ガス円盤の観測と kink について説明する。

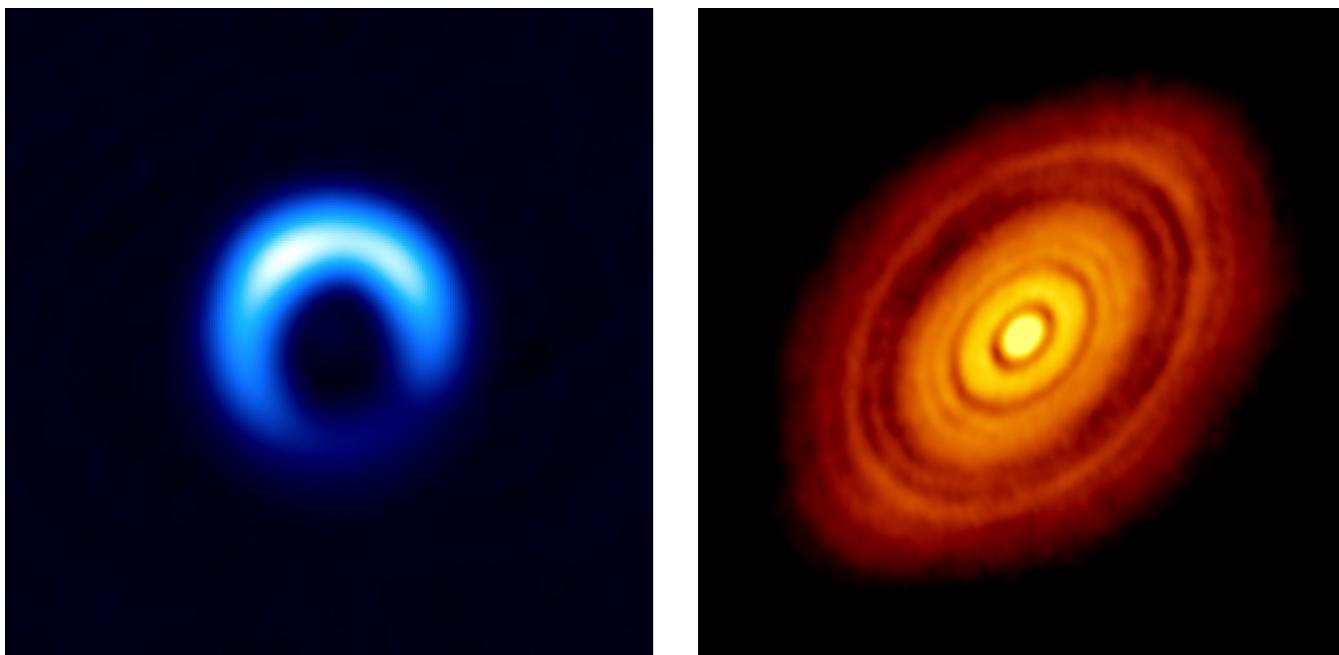


図 1.1. (左): HD 142527 で検出された非軸対称構造 (Kataoka et al. 2016[2] より引用)。(右): HL Tau で検出されたリング/ギャップ構造 (ALMA Partnership et al. 2015[3] より引用)。

1.1 ガス円盤の観測

まず、ガス円盤の構造について説明する。原始惑星系円盤は主に中心星の重力によって決まるケプラー速度で回転している。

$$v_{\phi}(r) = \sqrt{\frac{GM}{r}} \quad (1.1)$$

ここで r は円盤赤道面での半径である。円盤赤道面からの高さ z での回転速度は、 $R = \sqrt{r^2 + z^2}$ として

$$v_{\phi}(r, z) = \sqrt{\frac{GM}{R^3}} r. \quad (1.2)$$

ガス円盤内ではガスの密度や温度が場所によって異なることから、圧力の勾配が生じる。従って、ガス円盤の回転速度には中心星の重力に加えて外向きの圧力勾配力が加わるため、以下のようになる。

$$v_{\phi}(r, z) = \Omega_k r \sqrt{1 + \frac{1}{\Omega_k^2 r \rho_{\text{gas}}} \frac{\partial P}{\partial r}}. \quad (1.3)$$

ここで、 $\Omega_k = \sqrt{\frac{GM}{R^3}}$ はケプラー角速度である。また、鉛直方向のガス密度分布 $\rho_{\text{gas}}(r, z) = \frac{\Sigma_g(r)}{\sqrt{2\pi}H^2} \exp\left(-\frac{z^2}{2H^2}\right)$ は静水圧平衡で決まる。自己重力を無視し、半径方向で圧力が単調に減少すると仮定すると、圧力勾配項は負とな

るため、ガス円盤はケプラー速度よりも少し遅い回転をすることがわかる。

ガス円盤の鉛直構造について、密度や温度に顕著な勾配があるため、高さによってガスの分子組成や励起状態が異なる。円盤赤道面では、分子がそれぞれの昇華温度を下回る半径を超えると、ダストの光学的厚みにより中心星からの光が十分届かず、ダストの表面に凍結してしまう。この境目となる半径をスノーラインといい、CO 分子では中心星から数十 au に位置すると考えられている (Qi et al. 2013[4])。なお、本研究で注目した HD 163296 に付随する円盤の CO スノーラインは、およそ 90 au に位置すると推定されている (Qi et al. 2015[5])。このような低温領域となる凍結層から離れると、水素分子をはじめとしたさまざまな分子が豊富に存在する分子層がある。円盤観測には、主にこの分子層に存在する分子からの輝線放射が用いられている。しかし主成分である水素分子は電気双極子モーメントを持たない上、励起に必要なエネルギーが比較的高いことから、100 K 程度以上の温かい領域でないと輝線を放射しない。そのため円盤ガスの観測には、表層付近に存在し、電気双極子モーメントを持つ一酸化炭素分子 (^{12}CO) 輝線がよく用いられている。また、鉛直方向で分子組成や励起状態が異なることから、様々な分子輝線を観測することで、円盤鉛直構造をある程度把握できることが期待されている (Izquierdo et al. 2023[6])。

輝線観測で得たデータは、空間 2 次元 + 周波数 1 次元である 3 次元のキューブという形で得られる。円盤自体にある程度の傾きがあると、円盤が回転していることにより、各所で視線方向の回転速度に違いが生じて、放射される周波数は系の基準となる静止周波数からドップラーシフトする。この周波数は我々から見た視線方向の速度と対応する関係にあるため、ドップラーシフトを計算し、視線速度に置き換えることで、空間 2 次元 + 速度 1 次元のキューブが得られる。このキューブの中で、速度方向を例えば 5.9 km/s $\sim$ 6.1 km/s、6.1 km/s $\sim$ 6.3 km/s のように一定の幅ごとに刻み、それぞれの幅に対応する視線速度成分を持つ放射を、天球面上に投影した分布図のことをチャンネルマップといい、各速度幅ごとに図 1.2 に示すような放射分布を得る。それぞれの画像内に、蝶の羽のような放射面の投影速度が一定である領域を、ここでは等速度曲線と呼ぶ。円盤が図 1.3 のように、視線方向に対してある程度の傾き角をもっている場合、凍結層を挟んで表側と裏側から放射された分子層からの輝線は、チャンネルマップに傾き角が異なる二つの回転円盤が存在しているかのような二重の等速度曲線として見える。このようにして、円盤表層付近の速度構造を把握できる。

1.2 kink

1.2.1 kink の理論的説明

まず前提として、惑星は角速度 Ω でケプラー回転、円盤ガスはそれより少し遅いサブケプラー回転をしている状況にある (Goldreich, 1979[7])。ガス円盤の中に惑星が存在していると、その惑星近傍の円盤ガスは惑星の重力

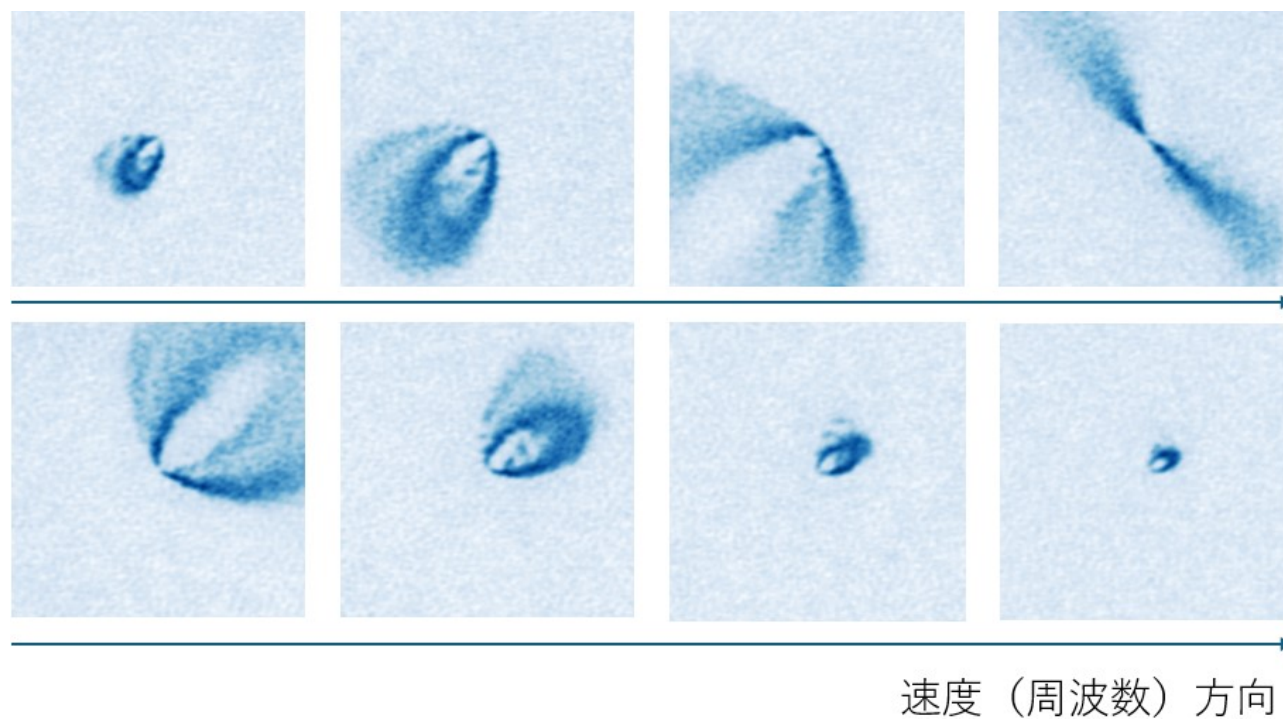


図 1.2. チャンネルマップの説明図。

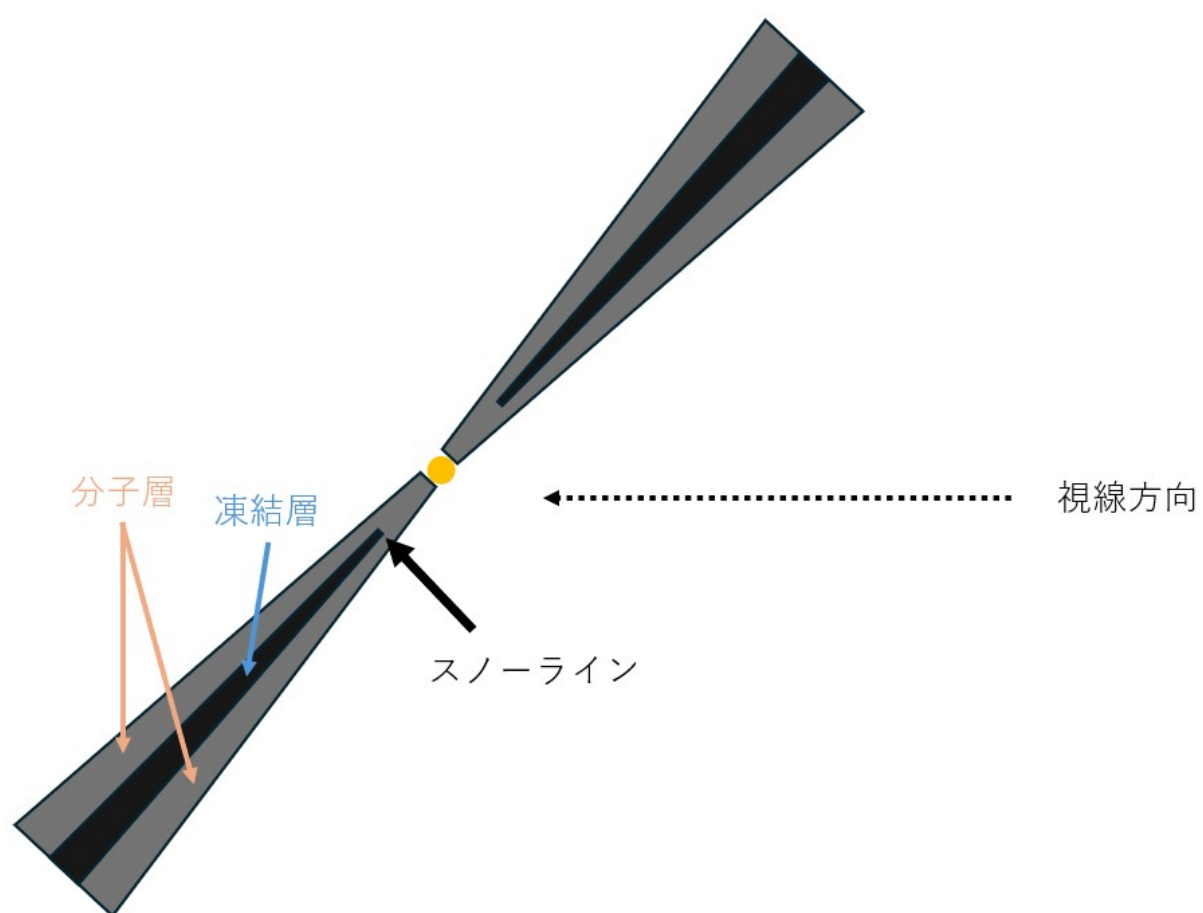


図 1.3. 円盤鉛直方向の簡易的な断面図。

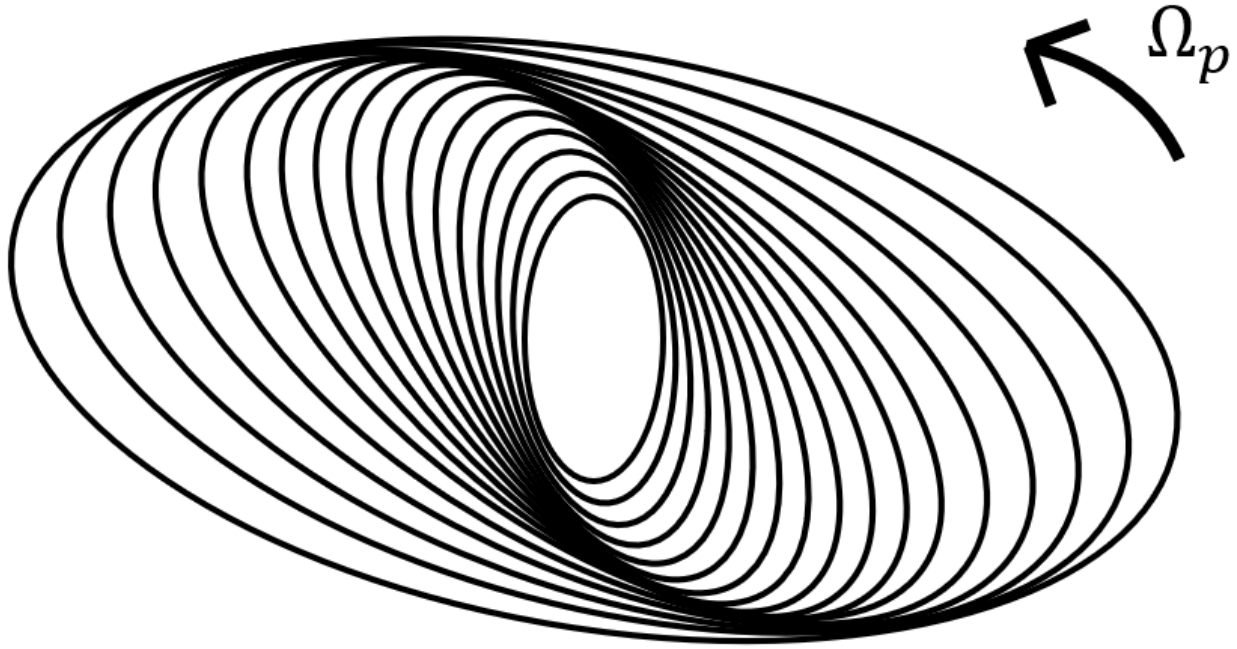


図 1.4. 楕円軌道の軸がずれることで生じる密度波のイメージ図。

ポテンシャルの影響により、引き寄せられて加速される。このような摂動を受けて、周転円角振動数 k で楕円形の軌道を描くようなエピサイクリック運動をする。円盤ガスが受ける惑星の重力ポテンシャルの影響は惑星からの距離ごとに異なるため、楕円軌道の長軸も少しずつ異なり、図 1.4 のような軌道の密な領域が渦巻状に形成される。この渦巻状の構造の角速度を Ω_p とすると、この中の $\Omega_p = \Omega \pm \frac{k}{2}$ を満たす軌道の内外で、リンドブラッド共鳴と呼ばれる共鳴を起こし、さらに増幅されることで密度波を発生させる (Goldreich, 1979[7])。この波が重なり合ったり、planet wake と呼ばれる渦状密度波が形成される。

Planet wake は円盤の差動回転に巻き込まれることによって、形状が動径方向に延びた螺旋状になり、特に内側では速く巻き込まれる。また、圧力効果により広がっていく (Ogilvie, 2002[8])。また、惑星質量を M_p 、恒星質量を M_* とすると、 $(\frac{M_p}{M_*} \leq \frac{h}{r})$ のようなスケールハイト h を超えるほど質量の大きい惑星の場合、密度波は非線形効果により歪み始める。さらに、惑星からの角運動量が円盤の粘性や圧力の影響で十分に拡散されない場合、密度波が外側の密度波に追いつき圧縮されることで勾配が急峻になり、衝撃波が形成される (Rafikov, 2002[9])。この作用により惑星周辺の密度構造と速度場が乱され、図 1.5 に示すように、周囲のガスに方位角方向で、数 % から数十 % の範囲でケプラー回転からのズレを引き起こす (Bollati, 2021[10])。

さらに、上記の駆動が鉛直方向に伝わることで分子層の表層に擾乱が表れ、観測画像に歪みのような構造である「kink」として現れる。具体的には、まず惑星の公転の影響で引き起こされた密度波によって、円盤ガスには高密度と低密度の領域が生じ、さらに温度の変動が生じる。温度の上昇によってガスの圧力が高くなり、密度擾乱が引き起こされるのに対し、浮力がこの擾乱を抑えるように作用する。この過程が反復されることによって、惑星の重力ポテンシャルの影響を受けながら惑星軌道に沿って浮力波が誘起され、鉛直方向に伝播していく。この鉛直方向の

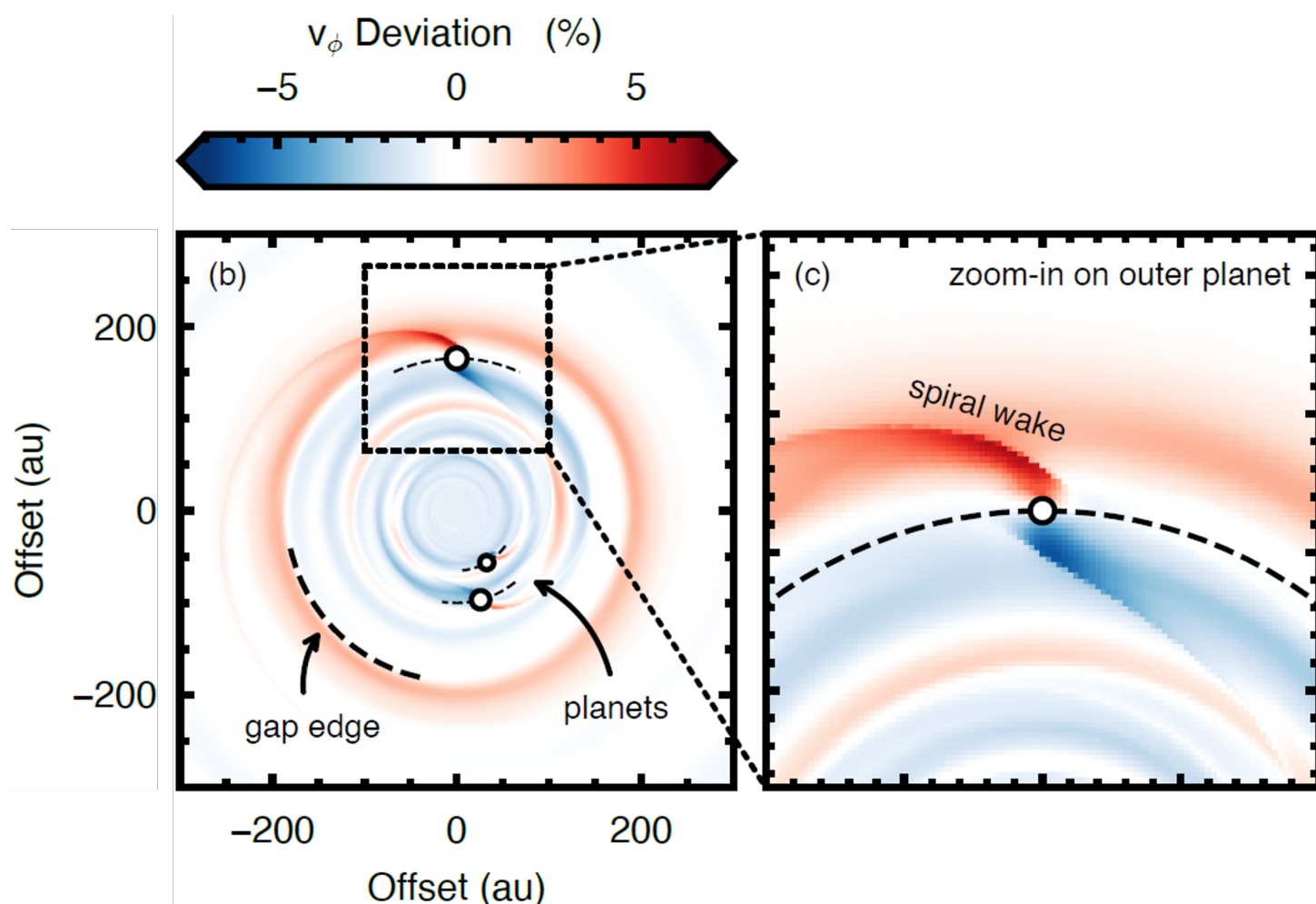


図 1.5. HD 163296 に付随する円盤に 3 木星質量の惑星が存在した場合の、数値シミュレーションによる速度場図。惑星の回転速度からのズレを表しており、右図は円盤外側の速度ズレを拡大した図。(Pinte et al. 2023[12])

浮力波と惑星重力の摂動による密度波が相互作用することにより、planet wake 起因の密度波の一部が浮力波に変換され、planet wake が分子輝線の放射面に伝播する。これにより放射面でも速度ズレが引き起こされ、そのドップラーシフトを観測すると、画像内の等速度曲線でにじむようにして kink が出力される (Bae et al. 2021[11])。以上のような駆動によって観測画像に kink が表れると考えられているが、惑星軌道に出来るギャップなど、惑星周囲の他の構造が kink にどのようにして影響するのか不明な点が多く、planet wake と kink のつながりはまだ正確には分かっていない。

1.2.2 kink の観測

原始惑星系円盤内に惑星が存在する場合、ダスト粒子の吸収により惑星からの放射が減光してしまうため、惑星を直接検出をすることが困難である。そこで惑星が周囲の環境に与える特徴を捉えることによる間接的な検出が期待されている。

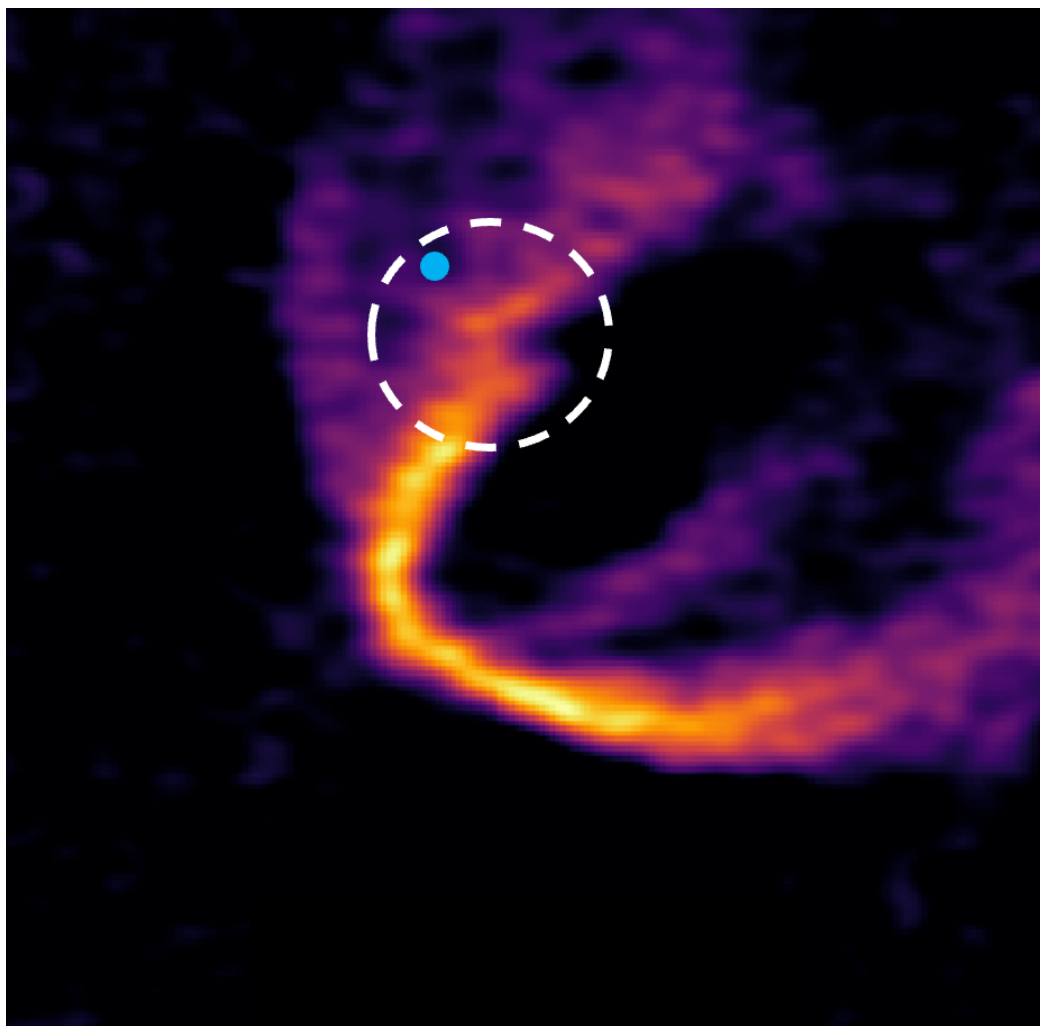


図 1.6. ^{12}CO 輝線を利用して観測された HD 163296 に付随する円盤 (Pinte et al. 2018[13])。

前節で説明した通り、ガス円盤では惑星の重力的な作用により、planet wake を引き起こし、その衝撃波が伝播したことによる擾乱を観測すると kink として画像に表れると示されている。実際に、惑星起因による kink が検出されたとされる天体は 5 天体あり、実際に惑星が存在する可能性を指摘されている天体はそのうち 3 天体ある。その中でも kink が強く表れており、惑星の存在の可能性が指摘されている有名な天体が HD 163296 の円盤である。図 1.6 に Pinte et al. (2018)[13] により解析された HD 163296 の円盤を示した。HD 163296 の系の速度が 5.76 km/s であるのに対し、図 1.6 の画像は速度幅 0.2 km/s をもつ、視線速度成分が 6.9 km/s のチャンネルを出力したものである。Pinte et al. (2018)[13] の論文によると、図 1.6 の青い点で示した、中心からおよそ 260 au の位置に惑星が存在すると推定されており、画像の白い点線で囲まれた強度分布の歪みは惑星起因の kink であるとしている。このような画像からの円盤内に埋もれた惑星の検出について、Pinte et al. (2020)[14] や Disk Dynamics Collaboration et al. (2020)[15] では、以下のような検出の基準を提唱している。

1. チャンネルマップで planet wake のような形状をした局所的な速度擾乱が画像上に現れている。

2. 画像上にある速度擾乱は、他の輝線や散乱光などの複数の観測で検出されているギャップと同じ位置にある。
3. 複数の輝線でこの速度擾乱が現れ、速度擾乱の垂直構造をサンプリングできている。
4. 速度擾乱が速度方向で分解可能であり、複数のチャンネルに現れている。
5. 速度擾乱と同じ位置や軌道半径で、局所的に線幅が拡大している。

さらには図 1.5 のように、惑星質量を仮定した理論シミュレーションでの結果と比較した惑星の存在についての議論も進められている。

1.3 研究方針

前述した惑星が存在する可能性についての議論には問題点が残されている。提唱されている惑星の検出基準や理論シミュレーション結果との比較は、あくまで画像に表れる kink を目視しただけの判断である。また、このときに用いられる画像を得る解析過程の中には任意性のあるパラメータが含まれており、さらにはチャンネルマップにおける検出の有意性を定量的に評価できていない。そこで、惑星の存在につながる kink の検出に関して、定量的な判断基準が必要と考えた。この目的を達成するため、本研究では惑星の存在が示唆されており、提唱されている惑星の定性的な検出基準を最も満たしているとされる HD 163296 に付随するガス円盤を解析し、画像化の過程で選択したパラメータが出力される画像や kink の精度にどのように影響するのかを考察した。さらに、kink とガス円盤中での大局的な回転速度則との回転速度差を求めることで kink の定量化を目指した。本研究で対象とする天体である HD 163296 に付随する円盤については、以下のとおりである。

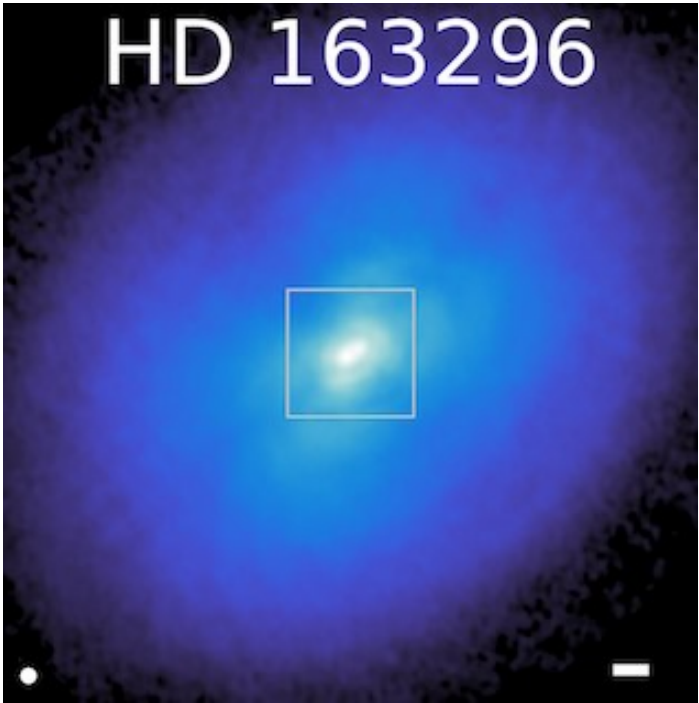


図 1.7. HD 163296 の積分強度図 (MAPS より引用)。円盤長軸より左上が、我々から見て中心星よりも近い側、右下が中心星よりも遠い側に相当する。

恒星質量	1.92 M _☉
光度	20 L _☉
距離	101.5 pc
システム速度	5.76 km/s
表面温度	9300 K
赤経	17 ^h 56 ^m 21.2775 ^s
赤緯	−21° 57′ 21.6385″

表 1.1. HD 163296 の特性パラメータ (Izquierdo et al. 2023[6] より引用)。

第 2 章

干渉計システムによる画像化

電波干渉計は、複数のアンテナで受信した電波の強度と位相を保持したまま電気信号に変換した後に干渉させることで、アンテナ間の距離と同等な口径の空間分解能を実現することができる装置である。この装置で得たビジビリティという観測量をフーリエ変換することで、天体の強度分布の画像を得る。観測画像は干渉計による限られたサンプリングによって、サイドローブという目的の天体とは関係のない成分が含まれてしまう。観測画像からサイドローブを取り除く作業をデコンボリューションといい、いくつか方法が存在する。しかしデコンボリューションにはユニークな解がなく、結果は解析過程やその途中で選択されるパラメータに依存する場合があるため、kink 検出の確実性に影響を与える可能性がある。そこで、デコンボリューションの中でも直観的で分かりやすい方法として広く用いられている CLEAN という手法に焦点を絞り、解析ツール CASA を用いて出力画像に対して与える影響を考察した。CLEAN には、干渉計がサンプリングしたビジビリティの点の疎密に応じて、重みの付け方を変えるという操作がある。本研究では、ビジビリティの点の重み付けを一般化したロバストパラメータに着目し、このパラメータによって出力画像にどのような違いがあるのかを比較した。その後、得られた精度の高い画像を用いて kink 構造の定量化を目指した。この章では、電波干渉計の原理やデコンボリューションアルゴリズム、重み付けについて説明する。

2.1 電波干渉計の原理

干渉計が複数のアンテナで構成されている時、時間平均された受信電力は

$$\langle P \rangle \propto \sum \sum \langle \Delta V_i \Delta V_k \rangle \quad (2.1)$$

と表せる。ここで ΔV_i は i 番目のアンテナからの電圧出力、 ΔV_k は k 番目のアンテナからの電圧出力である。同じアンテナと異なるアンテナに分けると

$$\langle P \rangle \propto \sum \langle \Delta V_i^2 \rangle + \sum_{i \neq k} \sum \langle \Delta V_i \Delta V_k \rangle \quad (2.2)$$

となり、右辺の第1項である（同じアンテナをかけた）自己相関と、第2項の（異なるアンテナをかけた）相互相関を得ることができる。この相互相関が干渉計の出力である。

天体が干渉計の正面にある時、天体から来る電波の同一波面がそのままそれぞれのアンテナで集光されるが、天体が干渉計の正面から角度 θ ずれているとすると、同一波面が同時に入射することでそれぞれのアンテナ間で光路差が生じる。干渉計が向いている位相中心の方向の単位ベクトルを $\mathbf{s}_0$ とし、アンテナ間の距離である基線を $\mathbf{D}$ とすると、その光路差は図 2.1 より

$$\mathbf{D} \cdot \mathbf{s}_0 = |\mathbf{D}| \sin \theta \quad (2.3)$$

と表せる。アンテナ間の波面の到達時間差を幾何学的遅延といい、 τ_g とすると

$$c\tau_g = \mathbf{D} \cdot \mathbf{s}_0 \quad (c \text{ は光速}) \quad (2.4)$$

と関連付けることができる。アンテナ同士で相関をとるとき、この幾何学的遅延を補正するため人工的に遅延を入れるが、 $\mathbf{s}_0$ からわずかに角度 α ほどずれた方向 $\mathbf{s}$ から来る信号に対しては遅延の残差が生じる。それに対応した光路差は

$$\mathbf{D} \cdot \mathbf{s} = |\mathbf{D}| \cos \theta \sin \alpha \quad (2.5)$$

$$= |\mathbf{D}| \cos \theta \sqrt{\sin^2 \alpha \cos^2 \delta + \sin^2 \alpha \sin^2 \delta} \quad (2.6)$$

$$= |\mathbf{D}| \cos \theta \sqrt{\ell^2 + m^2}. \quad (2.7)$$

である。ここで天球面上の2次元座標 (ℓ, m) と規定したときの東向きを ℓ 軸、北向きを m 軸としている。さらに、 $\mathbf{s} - \mathbf{s}_0$ と ℓ 軸との角度を δ とおき、 $\mathbf{s} - \mathbf{s}_0$ を ℓ 軸に斜影した成分を ℓ 、 m 軸に斜影した成分を m としている。このときの干渉計の出力を記述するため、まず天体からの放射電場を

$$|\mathbf{E}(t)| = E_0 \cos 2\pi\nu_0 t \quad (2.8)$$

とする。ここで E_0 は電場の振幅、 ν_0 は天体からの放射の周波数である。受信電圧信号 V が E_0 に比例するとすると、 $V = a|\mathbf{E}(t)|$ （ここで a はアンテナ利得）より、それぞれのアンテナでの信号電圧を

$$V_1(t) = a_1 E_0 \cos(2\pi\nu_0 t) \quad (2.9)$$

$$V_2(t) = a_2 E_0 \cos(2\pi\nu_0(t - \tau_g)) \quad (2.10)$$

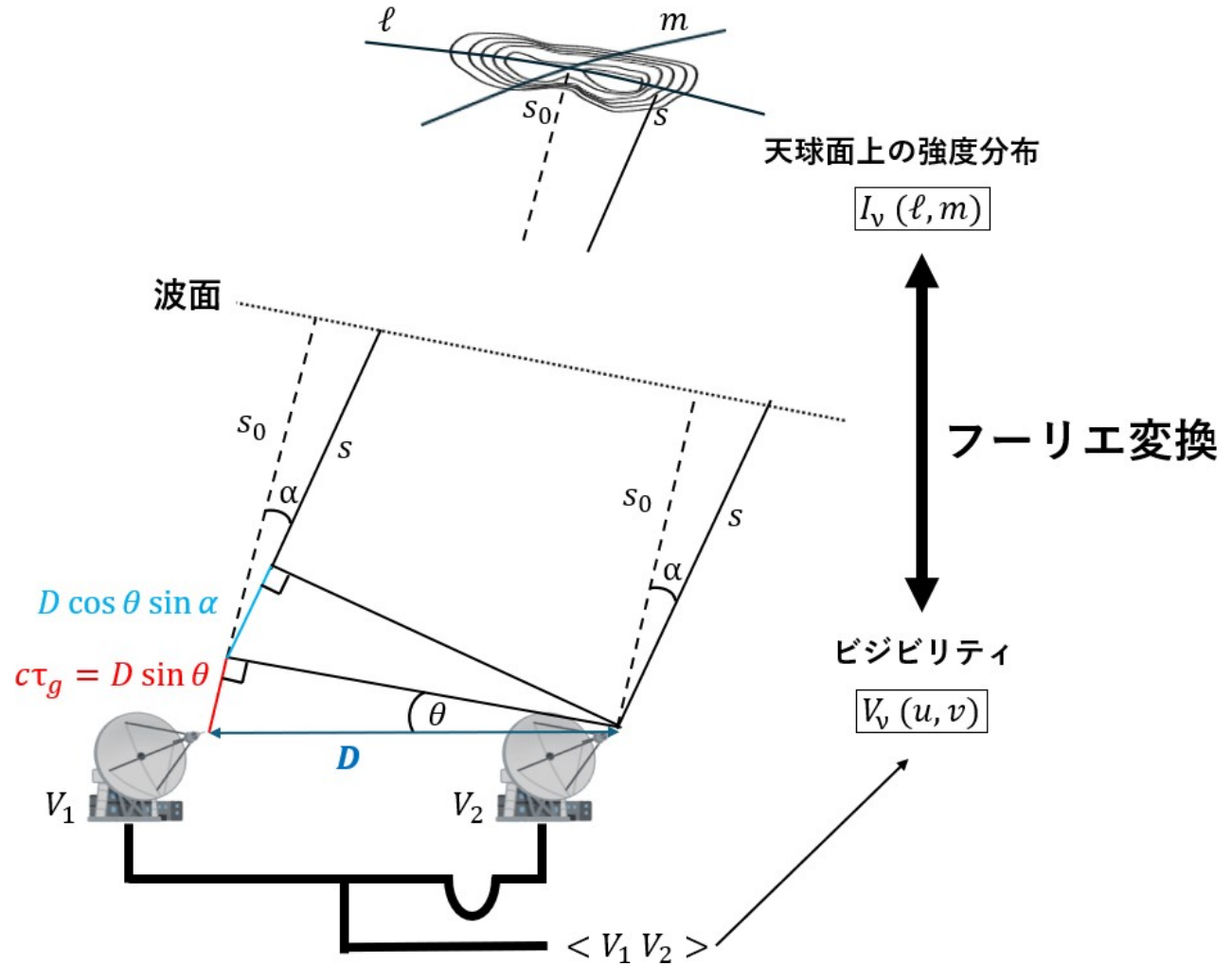


図 2.1. 2つのアンテナで干渉させたときのイメージ図。 $D \sin \theta$ は2つのアンテナ間の光路差、 $D \cos \theta \sin \alpha$ は位相中心 s_0 から角度 α ずれた場所を観測した時の光路差。また、天体の強度分布とビジビリティはフーリエ関係にある。

とすると、相互相関の関数は

$$r_{1,2} = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{t=-T/2}^{t=T/2} V_1(t) V_2(t) dt \quad (2.11)$$

$$= 2a_1 a_2^* E_0^2 [1 + \cos(2\pi \nu_0 \tau_g)] \quad (2.12)$$

$$= 2a_1 a_2^* E_0^2 \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi \nu_0 \mathbf{D} \cdot \mathbf{s}_0}{c}\right) \right] \quad (2.13)$$

$$= 2a_1 a_2^* E_0^2 \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi \mathbf{D} \cdot \mathbf{s}_0}{\lambda_0}\right) \right] \quad (2.14)$$

となる。右辺の $\cos$ 項の中身にある $\frac{\mathbf{D} \cdot \mathbf{s}_0}{\lambda_0}$ について、波長によるパターンをフリンジといい、 $\frac{2\pi \mathbf{D} \cdot \mathbf{s}_0}{\lambda_0}$ をフリンジ位相という。今見ている天体が (ℓ, m) 上で、 s_0 よりもわずかにずれた s にあるとすると、この出力に遅延補正の光路差による位相差 $\frac{2\pi \mathbf{D} \cdot (\mathbf{s} - \mathbf{s}_0)}{\lambda_0} = 2\pi(u\ell + vm)$ が生じる。ここで $u = \frac{\mathbf{D} \cdot \mathbf{e}_\ell \cos \theta}{\lambda_0}$ 、 $v = \frac{\mathbf{D} \cdot \mathbf{e}_m \cos \theta}{\lambda_0}$ を空間周波数と言いい、天体方向から見た基線を観測波長を単位で表したものである。つまり u は天球面上の2次元座標 (ℓ, m) の ℓ 方向に関して基線ベクトル上の成分で表したものであり、同様に m に対応した基線ベクトル上の成分を v として

表す。 (ℓ, m) に対応する空間周波数を (u, v) とする。

$\ell^2 + m^2 \ll 1$ という狭い視野に限る場合、 $\mathbf{s}$ にある天体を観測すると、例えばアンテナ 1 とアンテナ 2 のペアで得た相関器出力は

$$\langle V_1 V_2 \rangle = \langle \int \int V_1(\ell, m) V_2(\ell, m) d\Omega \rangle \quad (2.15)$$

$$= \int \int \langle V_1(\ell, m) V_2(\ell, m) \rangle d\Omega \quad (2.16)$$

$$= \int \int \langle V_1^2(\ell, m) \rangle e^{2\pi i(u\ell + vm)} d\Omega \quad (2.17)$$

と書ける。異なる方向からの放射は独立な過程によって生じるので空間的に非可干渉な場合が多いことから、受信電力と強度が比例することを考えると

$$\langle V_1 V_2 \rangle = \int \int I(\ell, m) e^{2\pi i(u\ell + vm)} d\ell dm \quad (2.18)$$

と書ける。この時、フリンジ位相

$$\phi = 2\pi(u\ell + vm) \quad (2.19)$$

を得る。この出力を複素ビジビリティ $V_\nu(u, v)$ という表記を用いて

$$V_\nu(u, v) = \int \int I_\nu(\ell, m) e^{2\pi i(u\ell + vm)} d\ell dm \quad (2.20)$$

とすると、強度分布 $I_\nu(\ell, m)$ とビジビリティ $V_\nu(u, v)$ が 2 次元フーリエ変換の関係であることが示される。同時に (ℓ, m) と (u, v) もフーリエ変換関係にあることが分かる。つまり天体の強度分布を知るには、このビジビリティを逆フーリエ変換した

$$I_\nu(\ell, m) = \int \int V_\nu(u, v) e^{-2\pi i(u\ell + vm)} d\ell dm \quad (2.21)$$

の式より、全ての空間周波数で観測すれば強度分布を求めることが可能である。このとき、上記の式は無限の範囲で積分されている。しかし、現実の電波干渉計はビジビリティをサンプリングする装置であり、有限の空間周波数 (u, v) の集合しか得られない。そこで、観測されたビジビリティを $\hat{V}_\nu(u, v)$ とし、真のビジビリティに対して以下の式のように表す。

$$\hat{V}_\nu(u, v) = U(u, v) V_\nu(u, v). \quad (2.22)$$

ここで $U(u, v)$ は uv coverage と呼ばれるサンプリング関数であり、 (u, v) 平面上でのサンプリングした点を意味する。様々な長さの基線を組み合わせて、地球回転を利用して (u, v) 平面上に各基線で得られたサンプリングの軌跡を描いた点を投影している。アンテナペアが多いほど密な $U(u, v)$ を得る。逆にアンテナペアが少なかったり、基線が長いと軌跡を描く速度が速くなるため、サンプリングする点の密度が疎な $U(u, v)$ を得る。天体の強度分布

推定のため、観測されたビジビリティをフーリエ変換すると

$$\text{FT}^{-1} [\hat{V}_\nu] = \text{FT}^{-1} [U(u, v) V_\nu(u, v)] \quad (2.23)$$

$$= \text{FT}^{-1} [U(u, v)] ** \text{FT}^{-1} [V_\nu(u, v)] \quad (2.24)$$

$$= B(\ell, m) ** I(\ell, m) \quad (2.25)$$

となる。ここで、 $**$ は畳み込みを表す記号であり、真の強度分布 $I(\ell, m)$ に $B(\ell, m) = \text{FT}^{-1} [U(u, v)]$ を畳み込んだものが得られる。 $B(\ell, m)$ は合成ビームと呼ばれる点源応答関数で、以下のような sinc 関数の形になる。

$$B(\ell, m) = \text{sinc}(2\pi u_{\max} \ell) \text{sinc}(2\pi v_{\max} m) \quad (2.26)$$

ここで $u_{\max}$ と $v_{\max}$ は最大基線長で決まる uv coverage の拡がりである。合成ビームは中心にピークがあり、その外側にはサンプリングの密度が疎である部分から生じた、サイドローブという目的の天体とは関係のない成分が含まれる。点源応答関数である合成ビームとフーリエ変換関係にある uv coverage は

$$U(u, v) = \sum_i \delta(u - u_i, v - v_i) \quad (2.27)$$

のように、 δ 関数の集合で表すことができる。実関数に対するフーリエ変換関係のため、 $U^\dagger(u, v) = U(-u, -v)$ を満たす。ここで $U^\dagger$ と U はエルミート共役の関係である。従って、ビジビリティの点は $(u, v) = (0, 0)$ を挟んで対称的な 2 点に分布する。観測されたビジビリティをフーリエ変換した強度分布 $I^D(\ell, m) = B(\ell, m) ** I(\ell, m)$ は、ダーティイメージと呼ばれ、これが干渉計から得られる画像である。

2.2 デコンボリューション

真の強度分布の再現を目指すには、疎なサンプリングにより生じるサイドローブを除去する必要がある。そこで合成ビームの畳み込みを解くデコンボリューションという作業を行う。デコンボリューションには Maximum Entropy Method (MEM) や機械学習を利用した画像復元など、様々な方法が提唱されているが、本論文ではこの研究に用いた CLEAN を紹介する。

2.2.1 CLEAN

CLEAN は J.Högbom が提唱したアルゴリズムである (Högbom, 1974[16])。直観的に理解しやすい方法として広く用いられている。まず、天体の強度モデルを以下の式のような点源が集合したものであると仮定して考える。

$$I^C = \sum_q I_q \delta(\ell - \ell_q, m - m_q) \quad (2.28)$$

Högbom は考案した Högbom CLEAN は、以下のような手順で行う。

1. ダーティイメージ (I_D) の中でピークとなる強度の点と位置を見つける。
2. ピークの位置で CLEAN コンポーネントと呼ばれる δ 関数を立てる。この CLEAN コンポーネントに、ゲインと呼ばれる減衰係数 $\gamma(\leq 1)$ を掛けて調整した合成ビーム $B(\ell, m)$ が畳み込まれた関数を、ダーティイメージから差し引く。
3. 残りのピークが閾値以下になるまで、あるいは目立った構造がダーティイメージ上から無くなるまで 1 と 2 を反復する。
4. CLEAN コンポーネントの集合である点源モデルを CLEAN ビームに畳み込む。CLEAN ビームには合成ビームと同じ半値幅を持つガウス関数が一般的に用いられる。
5. 上記にダーティイメージの残差を足し合わせて、CLEAN イメージを得る。

2.2.2 Multi-scale CLEAN

Högbom CLEAN は天体の強度分布を点源が集合したものであるという仮定にあったが、広がった構造の天体を観測した場合、サンプリングできていない (u, v) 点による変調がイメージ上に生じてしまう点や、多くのピクセルの中からピークを特定しようとするため収束が遅く、不安定であるといった点があり、CLEAN が難しい場合がある。そこで広がった構造に対して有効な手法であるとして提案されたのが Multi-scale CLEAN である (Cornwell, 2008[17])。Högbom CLEAN は天体の強度分布を点源の集合であると仮定しているのに対し、Multi-scale CLEAN は任意のスケールで広がったコンポーネントの集合であると仮定している。その強度モデル I^M は、コンポーネントの幅をパラメータにした α_q を用いて

$$I^M = \sum_q I_q m(\ell - \ell_q, m - m_q, \alpha_q) \quad (2.29)$$

と表される。アルゴリズムは基本的に Högbom CLEAN に則った形だが、ダーティイメージ I^D の中でピークとなる強度の点を見つけるとき、以下の式で表される残差強度分布 I^R からピークを探す。

$$I^R(n) = I^D - B * I^M(n-1). \quad (2.30)$$

この残差強度分布 I^R のピークに合うような、スケールされたコンポーネントを立てる。そのコンポーネントは

$$m(r, \alpha) = \Psi(r) \left(1 - \left(\frac{r}{\alpha} \right)^2 \right) \quad (2.31)$$

で表される。ここで $r = \sqrt{\ell^2 + m^2}$ 、 $\Psi(r)$ は回転楕円体波動関数といい、ガウシアンに近似が可能な関数である。スケールパラメータ α が 0 の極限を取ったとき、 δ 関数と一致する。解析ツール CASA ではこの α は、tclean タスクで deconvolver = multiscale にセットした時のサブパラメータである scales に対応しており、例え

ば $\text{scales} = [0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35]$ (単位は pixel) のように自分でコンポーネントの幅を決めて設定する。この時、最大のスケール幅はイメージ上にある最も大きい構造のサイズ未満に設定することと、選択したパラメータの数が多いと反復に時間がかかってしまうことに注意が必要である。

また、広がった構造の中でも特に点源が支配的である放射に対しては、任意で設定した scales の中から、小さいスケールのコンポーネントが選択されるようにバイアスをかけることができ、以下の式で表される。

$$S(\alpha) = 1 - 0.6 \frac{\alpha}{\alpha_{\max}} \quad (2.32)$$

CASA では `smallscalebias` に対応しているが、解析対象の kink は点源が支配的ではないため本研究では使用しなかった。

2.3 重み付け

CLEAN の手順 2 における、CLEAN コンポーネントとの畳み込みに用いる合成ビームは、ビジビリティの点の軌跡を (u, v) 平面上に投影した uv coverage $U(u, v)$ がフーリエ変換されたものである。しかしビジビリティから強度分布へフーリエ変換する計算機の都合上、DFT (direct Fourier Transform) よりも FFT (Fast Fourier Transform) を用いることが一般的である。FFT には計算速度が優れているという利点があるが、そのアルゴリズムの性質上、 (u, v) 平面における格子点上のデータが必要になる。そのため、 (u, v) 平面上で一定間隔 $(\delta u, \delta v)$ で格子を設定し、全てのデータサンプルをいずれかの格子点に当てはめ直し、各格子点上でのデータ値を推定するグリiddingという操作を行う。 (u, v) 平面におけるビジビリティの点の密度は一定ではないため、各格子点に含まれるデータ点の数も一定ではない。このときに各格子に対してどのような重みをかけるかで合成ビームの形状が変わり、天体に対する感度やサイドローブのレベルに影響する。またビジビリティの点の疎密に限らず、格子点上のデータの数 0 個と推定される場合には、その格子点に対するデータを 0 と置くゼロフィリング処理をする。従って、合成された画像上に現れる重みのかけ方が kink に対してどのような影響を与えるか考察する必要がある。本論文ではこの後、重みについて説明した後、実際に重みのかけ方を変化させながら CLEAN イメージを取得し比較する。

2.3.1 natural weighting

重みの合計 W_k が uv coverage にかかった状態のフーリエ変換式は

$$I^D(\ell, m) = C \text{FT}[W\hat{V}_\nu] \quad (2.33)$$

$$= C \sum_{k=1}^{2L} T_k D_k w_k \hat{V}_\nu e^{2\pi i(u_k \ell + v_k m)}. \quad (2.34)$$

ここで

$$W(u, v) = \sum_{k=1}^{2L} T_k D_k w_k \delta(u - u_k, v - v_k) \quad (2.35)$$

で表され、一般的に重みは、テーパー T_k 、ビジビリティ点の密度の重み D_k 、誤差による重み w_k の3つを用いた $W_k \equiv T_k D_k w_k$ で設定される。 T_k は (u, v) 平面上での原点からの距離 $\sqrt{u_k^2 + v_k^2}$ に応じた重みを調整する項であり、サイドローブの低減や、低空間周波数成分のみに注目するときに用いられる。特に、 $T_k \propto \exp[-(\frac{u_k^2 + v_k^2}{2\sigma^2})]$ のようなガウシアンテーパーが用いられる。この論文では T_k は変化させていないので、全て $T_k = 1$ とする。 w_k は、誤差が正規分布するという仮定のもと、 k 番目のビジビリティの標準偏差が σ_k としたとき、重み指数 p を用いて $w_k \propto \sigma^p$ のようなべき乗で記述できるとした量である。 D_k は以降で説明するが、取得したビジビリティ点の密度に応じて、天体に対する空間分解能と感度のいずれかを犠牲にし、もう一方を最大化する重み付け量である。

本研究では D_k に注目した。 C は正規化した定数、 $2L$ はビジビリティの点がエルミートの性質を持つことにより、 (u, v) 平面上に2点得られることを示す。式 (2.34) から実部を取り出すと

$$I^D(\ell, m) = 2C \sum_{k=1}^L T_k D_k w_k \text{Re}(\hat{V}_\nu) \quad (2.36)$$

である。エルミート共役の対を結合し、 L 点にわたって合計した。単位をフラックス密度で表すため、正規化した定数を

$$C \equiv \frac{1}{2 \sum_{k=1}^L T_k D_k w_k} \quad (2.37)$$

$$= \frac{1}{2W} \quad (2.38)$$

とする。ここでビジビリティのサンプリング時に加わる雑音を、標準偏差で表した熱的雑音 σ のみで考慮すると、ダーティイメージの RMS ノイズは

$$\Delta I^D(\ell, m) = 2C \sqrt{\sum_{k=1}^L T_k^2 D_k^2 w_k^2 \sigma_k^2} \quad (2.39)$$

となる。この式を用いて、ダーティイメージの RMS ノイズ $\Delta I^D(\ell, m)$ が最小になるような D_k を、合計の重みが $W = \frac{1}{2C}$ となる条件のもと考える。式 (2.39) の右辺には、定数 C と Σ どちらにも重みの関数が関係するため、微分をしようとするとは複雑な計算になる。そこでラグランジュ未定乗数法を用いると

$$\frac{\partial}{\partial D_k} \left[\left(\frac{\Delta I^D}{2C} \right)^2 + \lambda \left(\sum T_k D_k w_k - W \right) \right] = 0 \quad (2.40)$$

が得られる。中身を整理すると

$$2T_k^2 D_k w_k^2 \sigma_k^2 + T_k w_k \lambda = 0 \quad (2.41)$$

$$T_k^2 D_k w_k^2 \sigma_k^2 = -\frac{\lambda}{2} T_k w_k \quad (2.42)$$

$$T_k D_k w_k = -\frac{\lambda}{2\sigma_k^2} \quad (2.43)$$

となり、合計の重みが $T_k D_k w_k \propto \frac{1}{\sigma_k^2}$ となることが導かれる。ここで誤差の重み w_k に関して、系統誤差を考慮せず熱的雑音のみを考えた時、 $w_k \propto \frac{1}{\sigma_k^2}$ の時に信号対雑音比が最大になると示されている（干渉計サマースクール 2005[18]）。つまり、 $T_k = D_k = 1$ であればこの関係は実現される。このような重み付けを natural weighting という。natural weighting とは、全てのビジビリティの点に対して $D_k = 1$ という格子内のビジビリティの点に比例した重みをかけることで、感度を最大にする重み付けである。RMS ノイズが最小になるような設定であるため、サイドローブレベルが抑えられるという利点がある一方で、長基線が取得するビジビリティの点に対しては密度が低くなるので、空間分解能が低くなる欠点がある。natural weighting で重み付けしてフーリエ変換した後の合成ビームについて、その形状の例を図 2.2 に示した。一次元スライスプロファイルで表している。裾のサイドローブレベルは低く抑えられているが、メインビームがガウシアンでは説明できないような構造となっていることが分かる。

2.3.2 uniform weighting

natural weighting の他に、uniform weighting が存在する。uniform weighting とは、ビジビリティの密度に関係なく全ての格子点に同じ重みをかける重み付けである。ビジビリティの点と関連付けたグリidding後の格子を表現するため、以下のように定義する。

$$W_{pq} V_{\nu pq} = \sum_k T_k D_k w_k V_{\nu k} \quad (2.44)$$

$$W_{pq} = \sum_k T_k D_k w_k \quad (2.45)$$

$$|u_k - u_p| < \frac{\Delta u}{2} \quad (2.46)$$

$$|v_k - v_q| < \frac{\Delta v}{2} \quad (2.47)$$

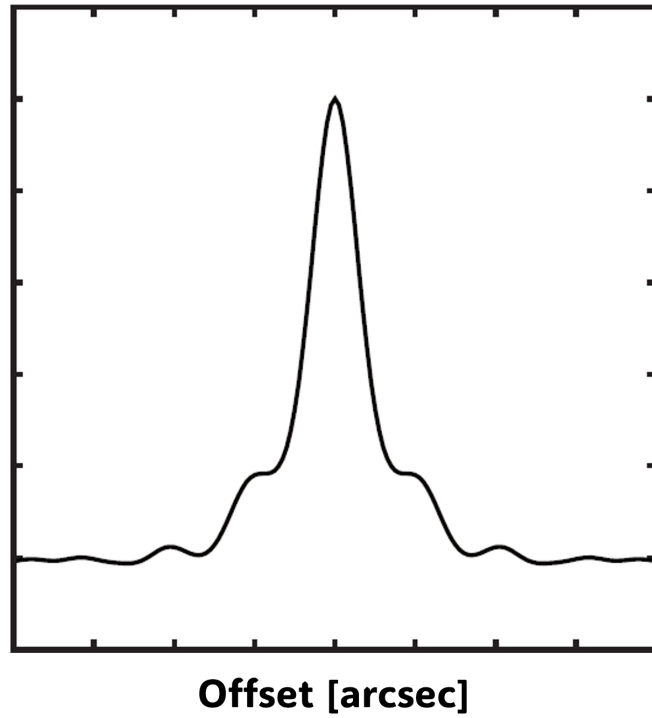


図 2.2. natural weighting で重み付けしてフーリエ変換したときの合成ビームについて、一次元スライスプロファイルを表したイメージ図。
(ALMA データ解析講習会第 7 版 [19] より引用)

添え字の p と q はグリッディング後の格子を意味する。このとき $(0, 0)$ はグリッドの中心なので、 $(u_p = p\Delta u, q_p = q\Delta v)$ となる。グリッディング後の式 (2.34) は

$$I_{j,k}^D = I^D(j\Delta\ell, k\Delta m) \quad (2.48)$$

$$= C \sum_{p=-\frac{N_\ell}{2}+1}^{\frac{N_\ell}{2}} \sum_{q=-\frac{N_m}{2}+1}^{\frac{N_m}{2}} W_{pq} V_{pq} e^{2\pi i(p\Delta u\ell + q\Delta v m)} \quad (2.49)$$

正規化された定数は

$$\begin{aligned} C &= \frac{1}{W} \\ &= \frac{1}{\sum_{p,q} W_{pq}} \\ &= \frac{1}{2 \sum_k T_k D_k w_k}. \end{aligned}$$

各ビジビリティが共役である 2 個の点を含むように、あたかも 2 回グリッディングしたような書き方をしており、正規化された定数にも同様に反映されている。データ範囲について、実のデータ範囲が $(-\frac{N}{2} - 1, -\frac{N}{2}, \dots, \frac{N}{2})$ $\Delta\ell$ のとき、フーリエ変換後の範囲は $(0, 1, \dots, \frac{N}{2})$ $\Delta\ell$ となる。ビジビリティのサンプリングはエルミートの性質により、共役の点を含めた 2 点観測のため、自由度を 2 として $\frac{N}{2}$ としている。このとき、実のデータを $[-\frac{N}{2}, \frac{N}{2}]$ としてしまうと、お互いの範囲内の点の数が一致せず、 $u = 0$ あるいは $u = \frac{N}{2} \Delta\ell$ のデータの共役である虚数部のデータが 0 とみなされてしまうため、変換前後のデータ点数を合わせるために、データ範囲に $-\frac{N}{2} - 1$ の点を加えている。

先ほどはダーティイメージについて RMS ノイズに注目したが、今回は合成ビームのサイドローブに注目する。
合成ビームは

$$B(\ell, m) = FT[WU(u, v)] \quad (2.50)$$

というフーリエ変換の関係で決まる。グリッディング後の合成ビームを $B_{j,k}$ とすると、離散的な重みをかけるので

$$B_{j,k} = B(j\Delta\ell, k\Delta m) \quad (2.51)$$

$$= \frac{1}{W} \sum_{p=-\frac{N_\ell}{2}+1}^{\frac{N_\ell}{2}} \sum_{q=-\frac{N_m}{2}+1}^{\frac{N_m}{2}} W_{pq} e^{2\pi i(\frac{jp}{N_\ell} + \frac{kq}{N_m})} \quad (2.52)$$

となる。サイドローブの最小を求めるために、 B の L_2 ノルムの 2 乗を計算することで正規化する。

$$\|B\|^2 = \sum_{j=-\frac{N_\ell}{2}+1}^{\frac{N_\ell}{2}} \sum_{k=-\frac{N_m}{2}+1}^{\frac{N_m}{2}} |B_{j,k}|^2 \quad (2.53)$$

右辺の合成ビームの離散フーリエ変換は、パーセバルの定理と (2.52) の関係から、グリッディング後の重みに比例するので

$$\|B\|^2 = \frac{1}{N_\ell N_m W^2} \sum_{j=-\frac{N_\ell}{2}+1}^{\frac{N_\ell}{2}} \sum_{k=-\frac{N_m}{2}+1}^{\frac{N_m}{2}} |W_{p,q}|^2. \quad (2.54)$$

重みの最小を考えると、ラグランジュ未定乗数法を用いて

$$\frac{\partial}{\partial W_{p,q}} \left[N_\ell N_m W^2 \|B\|^2 + \lambda \left(\sum_{p,q} W_{p,q} - W \right) \right] = 0 \quad (2.55)$$

が得られる。中身を整理すると

$$2W_{p,q} + \lambda = 0 \quad (2.56)$$

$$W_{p,q} = -\frac{\lambda}{2} \quad (2.57)$$

$$= \text{const.} \quad (2.58)$$

各グリッドの重みは $W_{p,q} = \sum_k T_k D_k w_k$ で表現されるので、 $T_k = 1$ とすると

$$\sum_k D_k w_k = \text{const.} \quad (2.59)$$

$$D_k = \frac{\text{const.}}{\sum_k w_k} \left(\sum_k w_k > 0 \right) \quad (2.60)$$

それ以外では $D_k = 0$ となる。これが、どの格子点に対しても同じ重みをかける uniform weighting である。アンテナの配列上、ビジビリティのサンプリングは (u, v) 平面上の外側ほど疎である傾向があるので、natural weighting よりも相対的に外側に重みがかかる。従って長基線成分に重みがかかり、空間分解能がより高くな

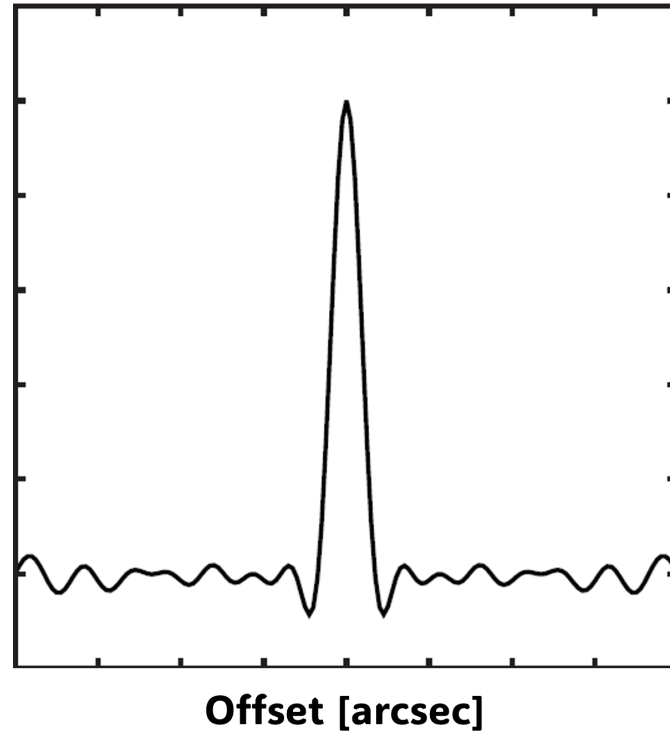


図 2.3. uniform weighting で重み付けしてフーリエ変換したときの合成ビームについて、一次元スライスプロファイルを表したイメージ図。
(ALMA データ解析講習会第 7 版 [19] より引用)

る。一方で、全てのビジビリティ・データに対して均一な重みをかけないため、得られる画像の輝度検出感度は、natural weighting に比べて悪くなる欠点がある。uniform weighting で重み付けしてフーリエ変換した後の合成ビームについて、その形状の例を図 2.3 に示した。一次元スライスプロファイルで表している。メインビームにはきれいなガウシアンを得ているが、一方で裾にはサイドローブが現れやすくなっていることが分かる。

2.3.3 Briggs weighting

natural weighting と uniform weighting には上述したような長所、短所がある。重み付けの理想は感度と空間分解能の両方を良くすることである。そこで natural weighting と uniform weighting の両方の特性を持つような重みのかけ方として考案されたのが、Briggs weighting (Briggs, 1995) [20] である。

natural weighting (式 (2.43)) と uniform weighting (式 (2.60)) の両者において共通しているのが、誤差による重みの存在である。誤差の重みは熱的雑音のみを考慮するという仮定にある。Briggs weighting はこの熱的雑音に閾値を設定し、信号対雑音比に応じたパラメータを導入することで一般化した重み付けである。グリッディング処理の後、天体のビジビリティ S に複素雑音 ϵ_{pq} が加わった状態の (u, v) 平面上のビジビリティを $V_{pq} = S + \epsilon_{pq}$ とする。また、熱的雑音は $\sigma_{pq}^2 = \langle (Re(\epsilon_{pq}))^2 \rangle = \langle (Im(\epsilon_{pq}))^2 \rangle$ のように既知のものであるとする。この状態でダーティイメージの強度を正規化した後、ダーティイメージにおいて点源の強度と熱的雑音の大きさを比較する。

もし、(規格化されたダーティイメージの強度) > (熱的雑音) であれば、このとき規格化された強度の大きさは合成ビームと同等であると考えることができる。この場合、ビジビリティのサンプリング時に加わる雑音には合成ビームのサイドローブが多く加わる。つまり、合成ビームのサイドローブが最小になるような重みをかける uniform weighting を採用するのが良い。(規格化された強度) < (熱的雑音) であれば、ビジビリティのサンプリング時に加わる雑音には熱的雑音が占めることになる。このとき、 $\Delta I^D(\ell, m)$ を最小にするような $D_k = 1$ となる重みをかける natural weighting を採用するのが良い。実際にダーティイメージの強度のノルムを計算すると、式 (2.25) と式 (2.53) を用いて

$$\begin{aligned}
\langle ||I^D||^2 \rangle &= \left\langle \sum_{j,k} |I_{j,k}^2| \right\rangle \\
&= \left\langle \frac{1}{N_\ell N_m W^2} \sum_{p,q} |W_{pq} V_{pq}|^2 \right\rangle \\
&= \frac{1}{N_\ell N_m W^2} \sum_{p,q} \langle W_{pq} |S + R_e \epsilon_{pq} + i I_m \epsilon_{pq}|^2 \rangle \\
&= \frac{1}{N_\ell N_m W^2} \sum_{p,q} W_{pq}^2 \langle (S + R_e \epsilon_{pq})^2 + I_m^2 \epsilon_{pq} \rangle \\
&= \frac{1}{N_\ell N_m W^2} \sum_{p,q} W_{pq}^2 \langle S^2 + 2SR_e \epsilon_{pq} + R_e^2 \epsilon_{pq} + I_m^2 \epsilon_{pq} \rangle \\
&= \frac{1}{N_\ell N_m W^2} \sum_{p,q} W_{pq}^2 (S^2 + 2\sigma_{pq}^2).
\end{aligned} \tag{2.61}$$

重みの最小を考えると、ラグランジュ未定乗数法を用いて

$$\frac{\partial}{\partial W_{p,q}} \left[N_\ell N_m W^2 ||I^D||^2 + \lambda \left(\sum_{p,q} W_{p,q} - W \right) \right] = 0 \tag{2.62}$$

が得られる。中身を整理すると

$$\begin{aligned}
2W_{p,q} (S^2 + 2\sigma_{pq}^2) + \lambda &= 0 \\
W_{p,q} (S^2 + 2\sigma_{pq}^2) &= -\frac{\lambda}{2} \\
&= \text{const.} \\
W_{p,q} &= -\frac{\lambda}{2(S^2 + 2\sigma_{pq}^2)} \\
&\propto \frac{1}{S^2 + 2\sigma_{pq}^2}.
\end{aligned} \tag{2.63}$$

$T_k = 1$ とすると

$$\sum_{k \in c_{pq}} D_k w_k \propto \frac{1}{S^2 + 2\sigma_{pq}^2}, \quad (2.64)$$

$$D_k \propto \frac{1}{S^2 \sum_{k \in c_{pq}} w_k + 2\sigma_{pq}^2 \sum_{k \in c_{pq}} w_k} \left(\sum_{k \in c_{pq}} w_k > 0 \right). \quad (2.65)$$

これが Briggs weighting である。信号対雑音比が最大になるような誤差の重み $w_k \propto \frac{1}{\sigma_k^2}$ を考えると、 $S = 0$ のとき、右辺の分母の第2項は定数になるので、 $D_k = \text{const.}$ となるような natural weighting の実現に近づく。また $S \rightarrow \infty$ のとき、 $D_k \propto \frac{1}{\sum_k w_k}$ となるような unifrom weighting の実現に近づく。このように S に応じて重みが変わる。この S を指定するため、全てのビジビリティの点の信号対雑音比に応じた重みを正規化した指標 $\overline{w_{pq}}$ を使用する。

$$\overline{w_{pq}} = \frac{1}{N_{vis}} \sum_{j=1}^{N_{vis}} \sum_{k \in c_{pq}} w_k \quad (2.66)$$

N_{vis} は全てのビジビリティの点を表す。 S は Briggs (1995) [20] によって、 $\overline{w_{pq}}$ を用いた以下の式で定義されている。

$$S^2 = \frac{(5 \times 10^{-R})^2}{\overline{w_{pq}}} \quad (2.67)$$

S の定義式は Briggs による統計的な実験の結果から求められたものであり、 R はロバストパラメータと呼ばれる $-2 \leq R \leq 2$ の範囲で正規化した制御パラメータである。 $R = -2$ のとき uniform weighting に近い重み付けになり、 $R = 2$ のとき natural weighting に近い重み付けに、 $R = 0$ で両方の特性のバランスが取られた重み付けになるとされている。図 2.4 に、ロバストパラメータによる熱的雑音と空間分解能のトレードオフ関係を示した。右肩上がりの曲線について、一番上の線が合成ビームの長軸、一番下の線が合成ビームの短軸、その間の線が長軸と短軸の平均値である。右肩下がりの曲線は正規化されたノイズの RMS 値である。この図を見ると、合成ビームの曲線とノイズ RMS 値の曲線が重なる $R = 0 \sim 0.5$ 程度で、感度と空間分解能のバランスをとり得ることがグラフから予想される。

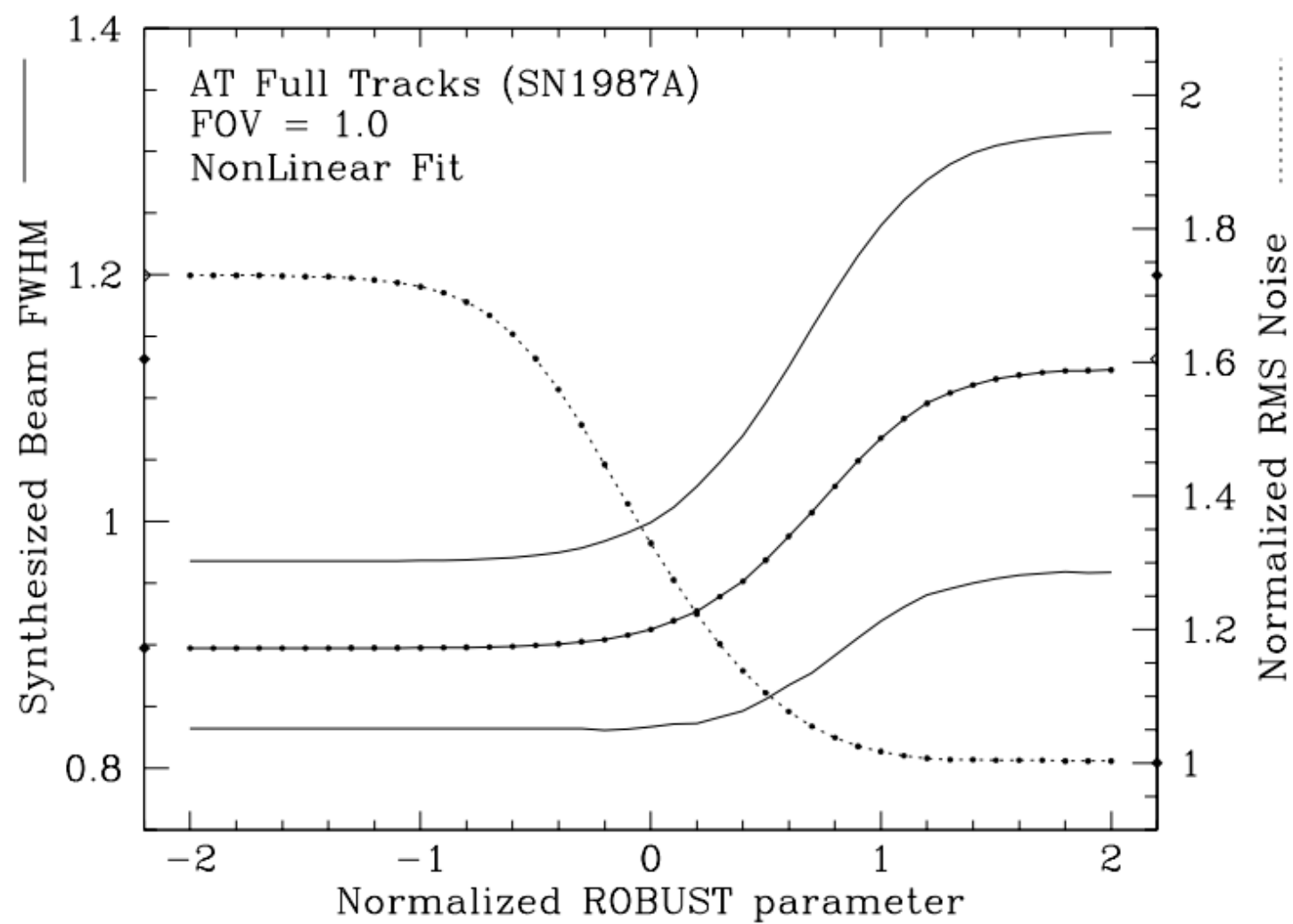


図 2.4. ロバストパラメータの依存性を表した図 (Briggs 1995[20] より引用)。図中にある 3 本の右肩上がりの曲線は上から合成ビームの長軸、長軸と短軸の平均値、短軸。右肩下がりの曲線は合成ビームの幾何平均値に対する規格化されたノイズの RMS 値。

第 3 章

実際のビジビリティデータを用いた画像解析

この章では、前章で説明した重み付けによって、CLEAN イメージ上の kink の精度にどのような影響を及ぼすか考察するため、重み付けを一般化したロバストパラメータごとの CLEAN イメージを比較した。解析に用いたデータは、いくつかの惑星の存在が示唆されている HD 163296 に付随する円盤の ALMA アーカイブデータであり、観測概要を表 3.1 に示した。CLEAN を行う際、MAPS (Molecules with ALMA at Planet-forming Scales) プロジェクト (Öberg et al. (2021)[21]) による較正済みのビジビリティデータを使用した。

表 3.1

観測天体	HD 163296
観測日時	2018 年 12 月 04 日 - 2019 年 8 月 17 日
アンテナ台数	45
最短基線 [m]	241.0
最長基線 [m]	2275.31
速度分解能 [km/s]	0.092
空間分解能 [arcsec]	0.15
チャンネル数	127
バンド幅 [MHz]	58.59
静止周波数 [GHz]	230.538

HD 163296 の観測概要。

表 3.2

vis	'dirty_image_name'
imagename	'CLEAN_image_name'
imsize	[2000, 2000]
cell	'0.02arcsec'
specmode	'cube'
outframe	'LSRK'
veltype	'radio'
restfreq	'230.538GHz'
deconvolver	'multiscale'
scales	[0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35]
weighting	'briggs'
robust	# 適宜変更
niter	50000
gain	0.3
interactive	False
usemask	'user'
mask	'maskfile_name'

CASA の tclean タスク [22] で使用した主なパラメータ。

このビジビリティデータについて、解析ツール CASA のタスクである tclean[22] で CLEAN を行った。tclean の各パラメータセットは表 3.2 のとおりである。vis はダーティイメージのファイル名の入力欄である。imagename は出力したい CLEAN イメージのファイル名の入力欄である。imsize は CLEAN イメージの画素数であり、cell は 1 ピクセルあたりのサイズである。specmode は輝線観測か連続波観測かを区別する。outframe は specmode のサブパラメータで、静止基準座標を選択する。veltype や restfreq も同様に、それぞれ電波や可視光、紫外線などといった波長帯の選択と静止周波数を入力する。deconvolver は CLEAN アルゴリズムの種類を選択する。scales は deconvolver='multiscale' を選択したときのサブパラメータで、ダーティイメージから差し引く CLEAN コンポーネントの幅を指定する。注意点として、上限値のスケールの大きさは、画像内で一番大きい構造より小さくする必要がある。また、スケールの数を増やした方が慎重に差し引きできるが、一方で数が多いほど計算コストが増

してしまうデメリットもある。本研究では 0.5 刻みで 9 個のパラメータをセットしている。weighting は重み付けの種類を選択する。robust は weighting='briggs' のサブパラメータで、式 (2.67) で示した重み付けの制御パラメータである。niter は CLEAN の反復回数である。gain は CLEAN コンポーネントに畳み込む合成ビームの減衰係数である。interactive は True にすると反復を閾値、あるいは niter で決めた数値の回数まで到達するまで繰り返す。False は手動で CLEAN 1 サイクルの反復回数を調節できる。usemask は画像の放射領域にマスクをかけるかどうかを選択する。放射領域にマスクをかけると、その外側では CLEAN を行わなくなる。usemask='user' にすると、サブパラメータである mask であらかじめ用意したマスク用のファイル名を指定できる。次節では、上記のパラメータセットで出力した CLEAN イメージを提示する。

3.1 CLEAN 結果

図 3.1 に示すのは、ロバストパラメータごとに出力した CLEAN イメージの比較である。CLEAN アルゴリズムは広がった放射に対して有効である Multi-scale CLEAN を選択し、重み付けには前章で説明した一般化されているロバストパラメータについて、値を変えながら画像を出力した。ロバストパラメータは -2 から 2 まで存在し、そのうち -2 から順に 0.5 刻みで値を採用した。出力画像を見てみると、9 枚すべての画像で目視による kink の検出は可能である。しかし、ロバストパラメータが -2 に向かうほど kink が気づらい印象を受ける。これは長基線ペアが取得したビジビリティの点の密度が低い領域に重みが置かれたことにより、広がった放射に対する感度が低下しているためであると考えられる。一方、ロバストパラメータが 2 に向かうほど kink がにじんでしまっている。これは、CLEAN でダーティイメージからピーク強度を差し引くときの、合成ビームのサイズが大きいことによる影響であると考えられる。合成ビームの形状の違いは図 (A.1) に示した。

次に、画像上の測定誤差を評価するため、各 CLEAN イメージについて、以下の式で定義される位置決定精度を求めた。

$$\text{位置決定精度} = \frac{\text{ビームの半値全幅}}{\text{信号対雑音比}/0.9}. \quad (\text{ALMA Technical Handbook Cycle11[23] より引用。}) \quad (3.1)$$

信号対雑音比は以下の式で表される。

$$\text{信号対雑音比} = \frac{\text{画像の最大強度}}{\text{ノイズの RMS 値}}. \quad (3.2)$$

式 (3.1) の係数 0.9 は、信号対雑音比が 20 以下という比較的弱い放射であった場合に、形式的に無相関を 10% 考慮した補正項である。ロバストパラメータごとの画像の位置決定精度を求めるため、画像内で最も放射強度の高い値と、放射の無い領域での RMS 値を測り、CLEAN イメージのヘッダーに格納されている合成ビームの半値全幅を使用した。このとき、合成ビームの半値半幅が長軸方向と短軸方向で異なっていると、位置決定精度が方位角

表 3.3

R	RMS [mJy/beam]	最大強度 [mJy/beam]	ビームの大きさ	信号対雑音比	位置決定精度 ["]
-2.0	2.07	32.4	(0.11" × 0.11")	16.0	7.62×10^{-3}
-1.5	2.05	32.8	(0.11" × 0.11")	16.2	7.53×10^{-3}
-1.0	2.05	32.7	(0.11" × 0.11")	16.2	7.55×10^{-3}
-0.5	1.96	32.5	(0.11" × 0.11")	16.8	7.30×10^{-3}
0	1.69	36.3	(0.12" × 0.12")	21.7	5.52×10^{-3}
0.5	1.50	45.4	(0.14" × 0.14")	29.3	4.78×10^{-3}
1.0	1.77	65.6	(0.18" × 0.18")	31.1	5.79×10^{-3}
1.5	2.19	82.7	(0.21" × 0.21")	28.8	7.29×10^{-3}
2.0	2.11	88.6	(0.22" × 0.22")	29.5	7.45×10^{-3}

図 3.2 の各画像に関する測定値をまとめた表。R はロバストパラメータ。

方向で異なってしまう、後の議論が複雑になる。そのため、CLEAN イメージのビーム半値半幅が円になるようなビームを畳み込むことで補正した結果を図 3.2 に示した。この処理は CASA の imsmooth タスクで行った。図 3.2 の CLEAN イメージについて、画像ごとに最大強度、ノイズの RMS、ビームの半値全幅、信号対雑音比、位置決定精度を表 3.3 にまとめた。信号対雑音比が 20 を超えている画像の位置決定精度については、式 (3.1) の係数 0.9 を省いて計算した。表 3.3 を見ると、測定誤差が最も小さい画像が、ロバストパラメータを 0.5 で設定して重み付けをした画像であることが分かる。以降の議論では、ロバストパラメータを 0.5 に設定した画像に絞って使用する。

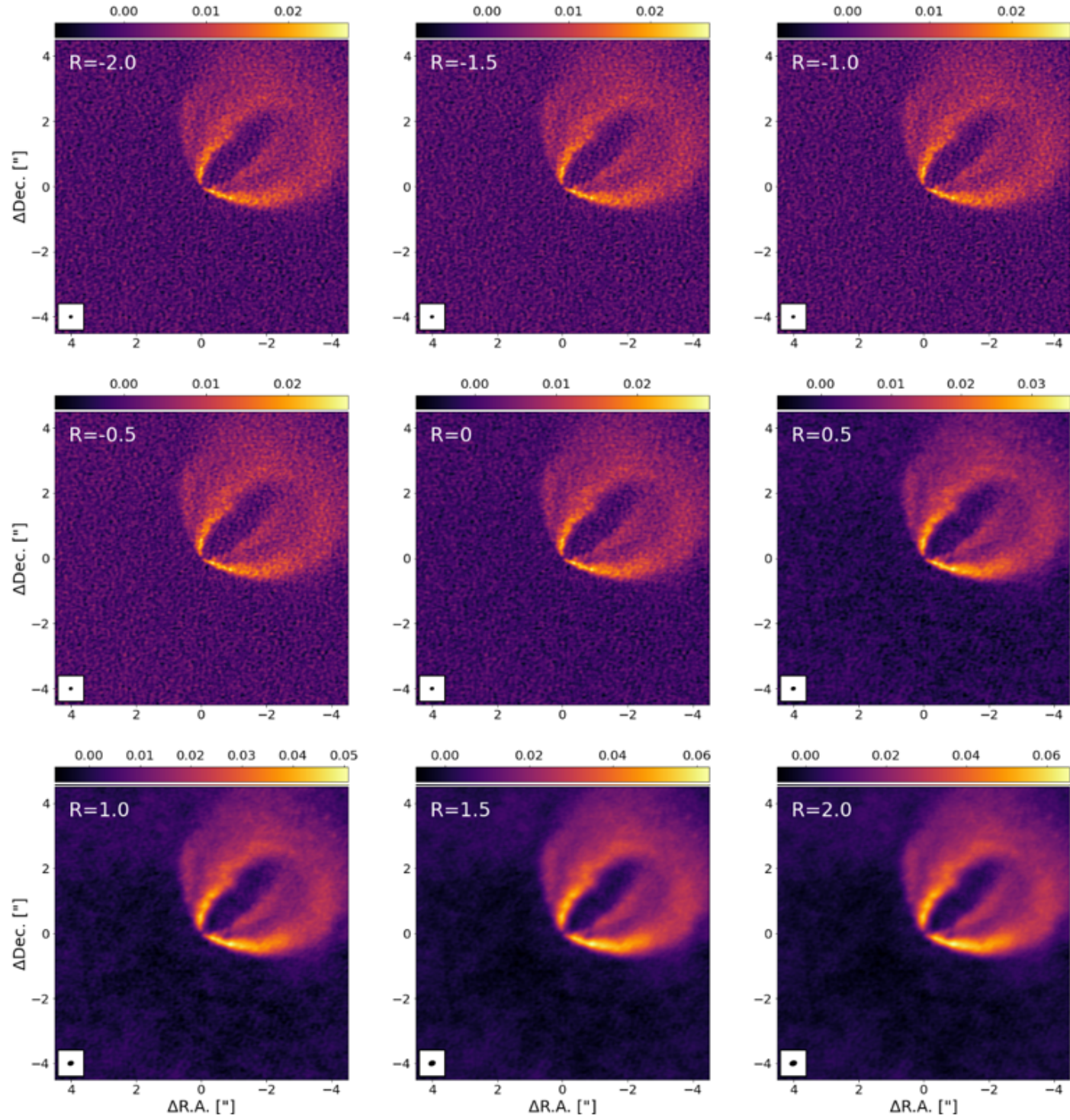


図 3.1. Multi-Scale CLEAN で出力された CLEAN イメージの比較。カラーバーは強度 [Jy/beam]。図中左上の R は選択したロバストパラメータ。左下の黒丸はビームサイズで、それぞれ $R = -2.0$ では $(0.104'' \times 0.0838'', -77.45 \text{ deg})$ 、 $R = -1.5$ では $(0.105'' \times 0.0838'', -77.49 \text{ deg})$ 、 $R = -1.0$ では $(0.105'' \times 0.0839'', -77.52 \text{ deg})$ 、 $R = -0.5$ では $(0.107'' \times 0.0844'', -77.77 \text{ deg})$ 、 $R = 0$ では $(0.114'' \times 0.0884'', -77.45 \text{ deg})$ 、 $R = 0.5$ では $(0.137'' \times 0.1032'', -76.72 \text{ deg})$ 、 $R = 1.0$ では $(0.177'' \times 0.130'', -74.00 \text{ deg})$ 、 $R = 1.5$ では $(0.208'' \times 0.1469'', -73.39 \text{ deg})$ 、 $R = 2.0$ では $(0.216'' \times 0.1508'', -73.81 \text{ deg})$ 。

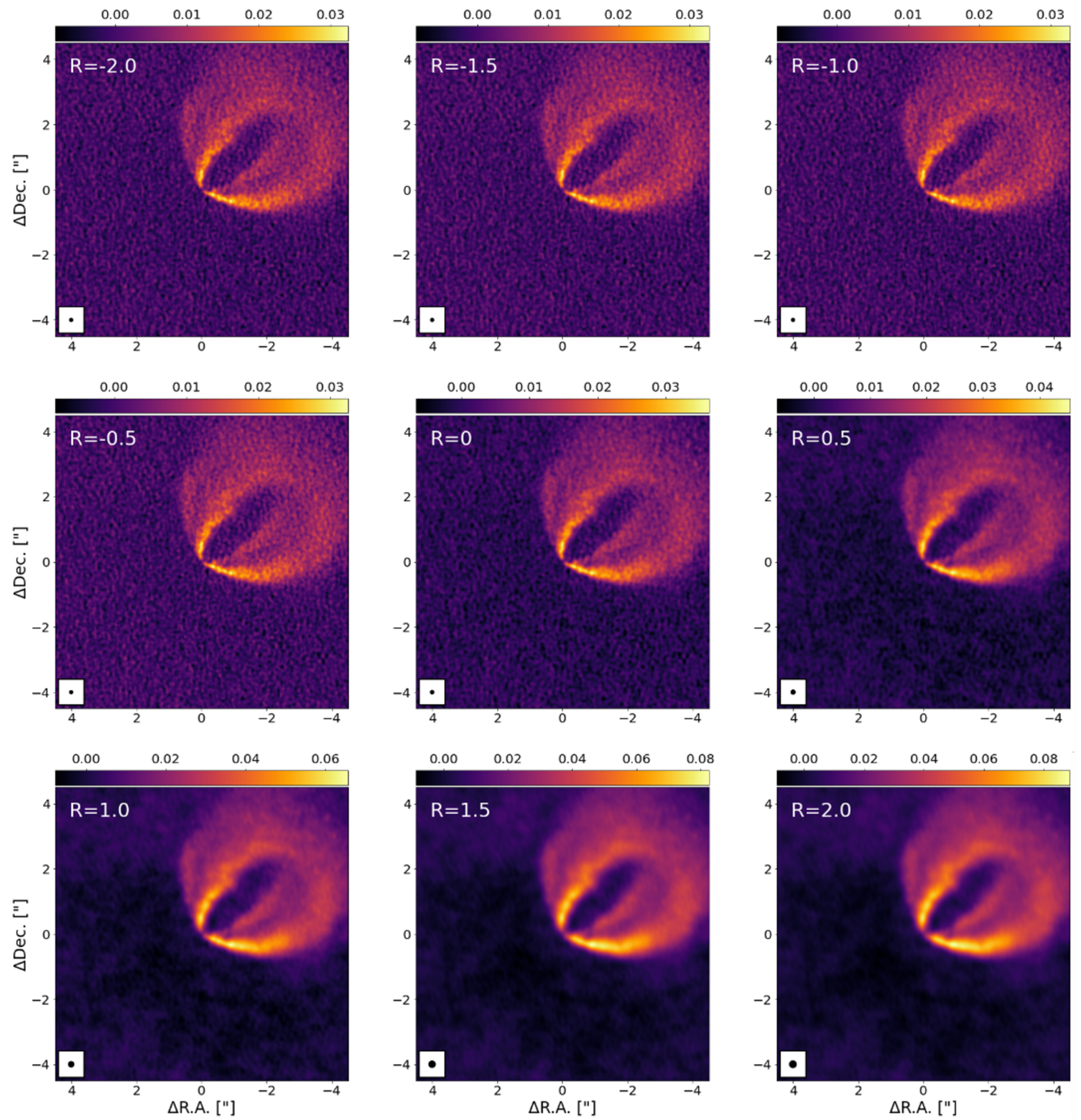


図 3.2. 図 3.1 のビームを補正処理し、長軸と短軸の半値全幅を揃えた CLEAN イメージの比較。カラーバーは強度 [Jy/beam]。図中左上の R は選択したロバストパラメータ。左下の黒丸はビームサイズで、それぞれ表 3.3 に記載。

3.2 モデルの作成

前節では、重みの付け方による CLEAN イメージの位置決定精度の違いを比較した。次に、kink の構造自体の精度と画像の位置決定精度を比較し、kink の検出の有意性について評価を目指した。そのためにまず、CLEAN イメージの放射分布と比較できるような等速度曲線モデルを作成する。

等速度曲線モデルの作成過程を説明する。まず図 3.3 のように座標軸を定義する。天球面上に xy 平面をとり、 x 軸は北に、 y 軸は東に、 z 軸は我々に向かった視線方向にとり、基底ベクトルをそれぞれ $\mathbf{e}_x = (1, 0, 0)$ 、 $\mathbf{e}_y = (0, 1, 0)$ 、 $\mathbf{e}_z = (0, 0, 1)$ とする。また、円盤面を天球面に投影したときに長軸となる方向を $\mathbf{l}$ 、短軸の方向を $\mathbf{m}$ 、円盤回転軸を $\mathbf{n}$ とする。このとき、我々から見て長軸から反時計回りに回転する位置角を ϕ 、回転軸 $\mathbf{n}$ と z 軸がなす傾き角を i とすると、 $\mathbf{n}$ は

$$\mathbf{n} = \begin{pmatrix} -\sin(i) \sin(\phi) \\ \sin(i) \cos(\phi) \\ \cos(i) \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

で与えられる。長軸と短軸はそれぞれ

$$\hat{\mathbf{n}} = \frac{1}{\|\mathbf{n}\|} \mathbf{n} \quad (3.4)$$

$$\mathbf{l} = \mathbf{e}_z \times \hat{\mathbf{n}} \quad (3.5)$$

$$\hat{\mathbf{l}} = \frac{1}{\|\mathbf{l}\|} \mathbf{l} \quad (3.6)$$

$$\mathbf{m} = \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{l} \quad (3.7)$$

と表せる。次に、天球面上で円盤回転の視線速度ごとの分布を求めるため、円盤の円筒座標 $(r, \theta, h(r))$ を天球面上の直交座標 (x, y) に投影する式を以下のように表す。なお、 θ は円盤面での長軸からの角度で、我々から向かって反時計回りが正の方向である。

$$\mathbf{S} = r(\cos \theta \hat{\mathbf{l}} + \sin \theta \hat{\mathbf{m}}) + \text{sign}_{\text{layer}} h(r) \hat{\mathbf{n}}. \quad (3.8)$$

ここで $\text{sign}_{\text{layer}}$ は、円盤の上面の放射を出力するなら 1、下面の放射ならば -1 と判別するためのものである。 $h(r)$ は ^{12}CO 輝線の放射面の高さについての関数である。放射面の速度はこれを微分し、回転速度も考慮すると、以下のように求まる。

$$\mathbf{V} = v_\phi (-\sin \theta \hat{\mathbf{l}} + \cos \theta \hat{\mathbf{m}}).$$

v_ϕ は以下の式で表される速度である。

$$v_\phi = \text{sign}_v \sqrt{\frac{GM_*}{R^3}} r. \quad (3.9)$$

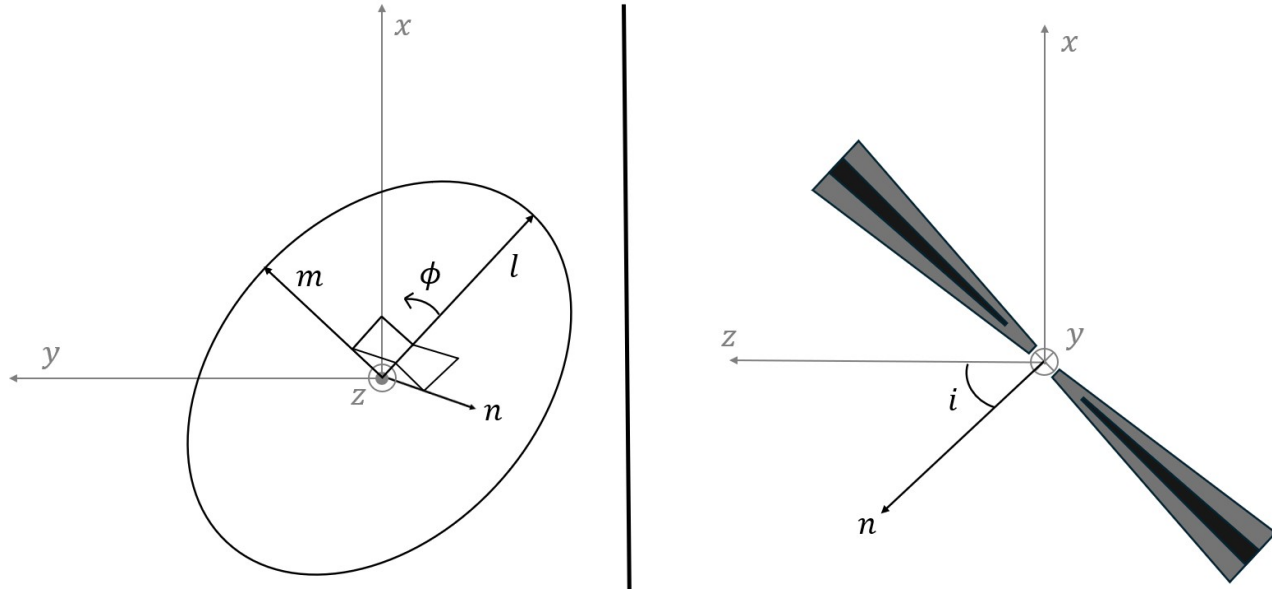


図 3.3. (左)：天球面に円盤を投影した図。(右)：円盤を左から見た図。

sign_v は円盤の回転方向を反映し、反時計回りなら 1、時計回りなら -1 と判別する。天球面上で視線方向の速度を求めるには、

$$\mathbf{V} \cdot \mathbf{e}_z = v_\phi (-\sin \theta \hat{\mathbf{l}} + \cos \theta \hat{\mathbf{m}}) \cdot \mathbf{e}_z \quad (3.10)$$

$$\mathbf{V} \cdot \mathbf{e}_z = v_\phi \cos \theta \hat{\mathbf{m}} \cdot \mathbf{e}_z \quad (3.11)$$

とすればよい。ここで S を求めるのに必要な $\cos \theta$ が登場した。左辺を長軸に沿った速度からのズレと考えると、

$$\begin{aligned} v_{\text{sys}} - v_{\text{los}} &= v_\phi \cos \theta \hat{\mathbf{m}} \cdot \mathbf{e}_z \\ \cos \theta &= \frac{v_{\text{sys}} - v_{\text{los}}}{v_\phi \hat{\mathbf{m}} \cdot \mathbf{e}_z} \\ (\sin \theta &= \text{sign}_\theta \sqrt{1 - \cos^2 \theta}) \end{aligned} \quad (3.12)$$

とすれば $\cos \theta$ と $\sin \theta$ が求まり、任意の視線速度成分の位置 S を求めることができる。 sign_θ は出力したい等速度曲線の位置角が長軸を基準に ($0^\circ \rightarrow 180^\circ$) ならば 1、($0^\circ \rightarrow -180^\circ$) ならば -1 と判別する項である。つまり、円盤の我々に対する星の位置を基準に近い側 (near side) と遠い側 (far side) を判別する。 v_{sys} は円盤のシステム速度、 v_{los} は出力したい視線速度、 M_* は中心星の質量、 r は円盤赤道面での半径、 R は $R = \sqrt{r^2 + z^2}$ となる球面半径である。本研究に用いた高さの関数や円盤特性のパラメータについては、表 3.4 で示した Izquierdo et al. (2023) から引用している。 S の x 成分と y 成分はそれぞれ出力される 2 次元平面の赤経と赤緯のオフセットに対応している。また、メインの視線速度成分の線と、速度分解能 (v_{res}) を考慮した幅 ($v_{\text{los}} - \frac{v_{\text{res}}}{2}$ と $v_{\text{los}} + \frac{v_{\text{res}}}{2}$) が前後に線で出力されるようになっている (図 3.4)。

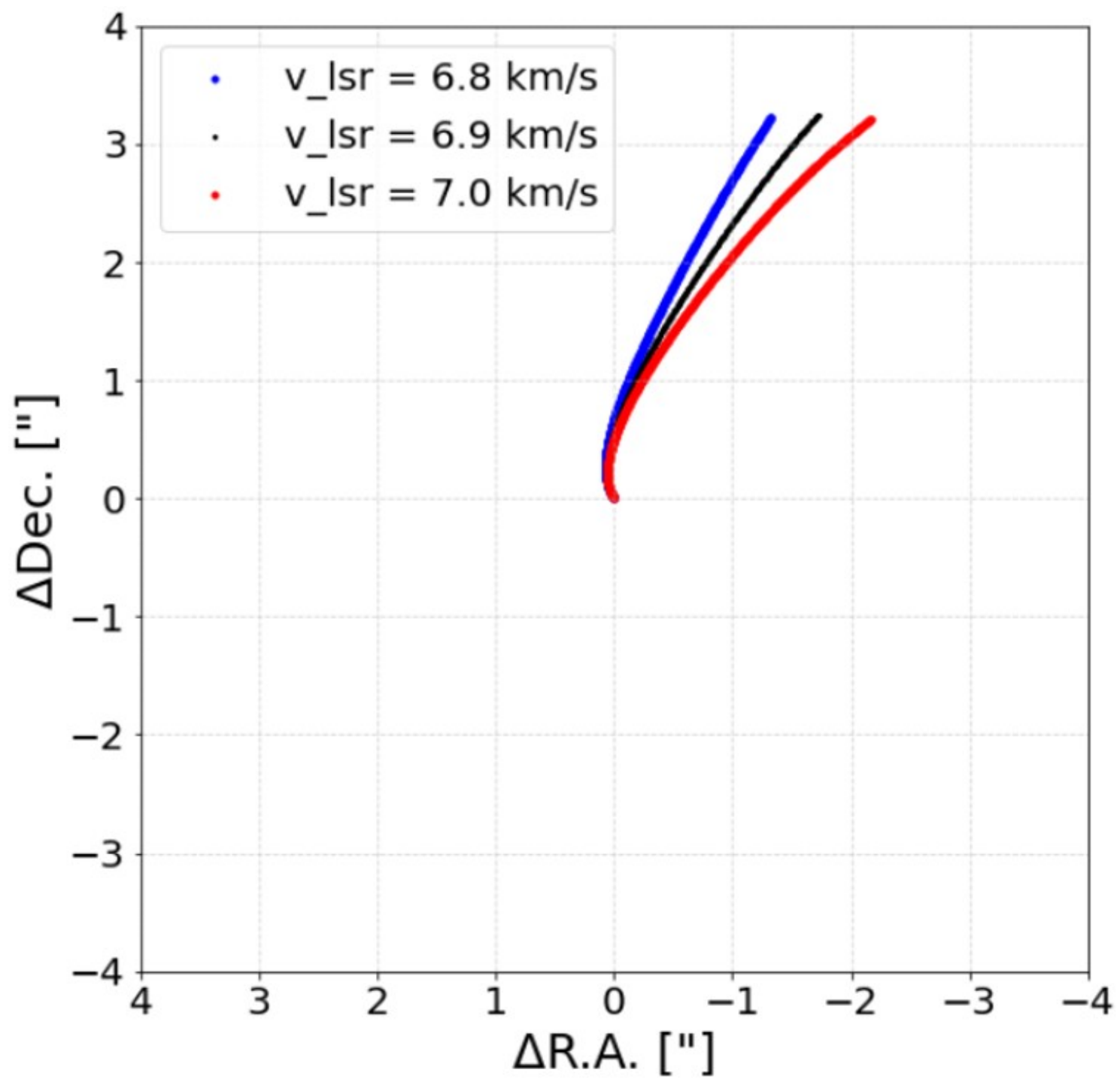


図 3.4. 純粋なケプラー回転を仮定した HD 163296 に付随する円盤上面側の等速度曲線モデル。黒い線を比較対象のチャンネルの速度成分である 6.9 km/s に合わせ、前後に観測データの速度分解能を考慮した幅を持たせている。

表 3.4

恒星質量	$1.92 M_{\odot}$
距離	101.5 pc
傾き角	$-46^{\circ}.7$
位置角	$312^{\circ}.8$
システム速度	5.76 km/s
h_{u0}	29.6 au
p_u	1.29
q_u	1.66
上面の最大半径 R_{tu}	435.4 au
上面での放射面の高さ	$h_u = h_{u0}(\frac{r}{D_0})^{p_u} \exp[-(\frac{r}{R_{tu}})^{q_u}]$
h_{l0}	16.7 au
p_l	1.16
q_l	3.50
下面の最大半径 R_{tl}	559.0 au
下面での放射面の高さ	$h_l = -h_{l0}(\frac{r}{D_0})^{p_l} \exp[-(\frac{r}{R_{tl}})^{q_l}]$

本研究で等速度曲線モデルの作成に用いたパラメータ。全て Izquierdo et al. (2023) から引用している。

3.3 強度ピークの抽出

前節の等速度曲線モデルと比較するための観測画像はこれ以降、図 3.2 の中で最も位置決定精度が優れている、ロバストパラメータを 0.5 で設定した CLEAN イメージを用いる。この CLEAN イメージ上における kink がある側の曲線について、中心から外側に向かって一定の範囲ごとに、それぞれ最も強度の高い点を抽出しプロットすることで、各点ごとにモデルとの差を評価できるような処理を行った。その際、画像内で kink がある側の near side のみフィットを行うため、near side の放射だけプロットした。上記の処理を施した画像を図 3.5 に示している。白の点は、 $(\Delta R.A., \Delta Dec.) = (0, 0)$ から円環状に 0.03 arcsec の各範囲内で最も強度の高い点をプロットしたものである。青の線は動径方向に白の点を繋いだ線である。

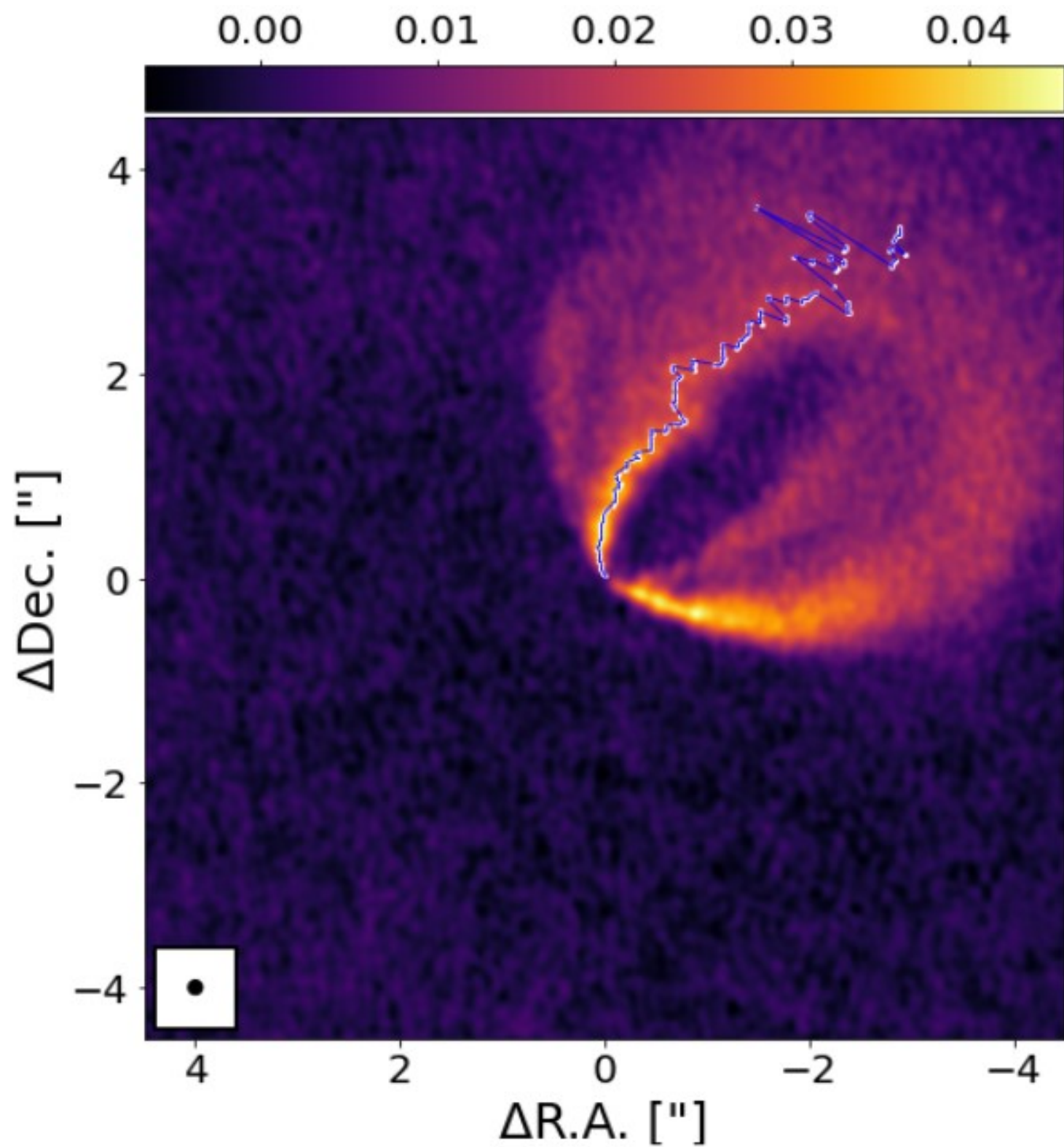


図 3.5. 円盤の near side で中心から外側に向かって強度の高い点を繋いだ稜線をプロットした CLEAN イメージ。白の点は動径方向に $0.03''$ の範囲ごとに最も高い強度を持つピクセル。青の線は白の点を繋いだ線。画像は図 3.2 の中で最も位置決定精度の良かった $R = 0.5$ の CLEAN イメージ。カラーバーは強度 [Jy/beam] で左下の黒丸はビームサイズ。

3.4 画像とモデルの比較

画像の等速度曲線を線で表現した図 3.5 の上に、等速度曲線モデルの図 3.4 を重ねたものが図 3.6 の左側パネルである。図 3.6 の右側には横軸が中心からの距離、縦軸に純粋なケプラー回転を仮定した等速度曲線と、kink のある曲線との差をプロットしたグラフも併せて表示した（作成コードは Appendix C）。この右側のパネルを見ると、半径が $1.5'' \sim 2.3''$ の間で、横軸 0 を跨ぐような大きな速度ズレを読み取ることができる。しかしそこから外側へ遠ざかるほど、視線速度成分の前後幅である灰色の領域から大きく速度差が生じていることが分かった。

この円盤外側での速度差が kink だけによる影響であるのかどうかを確かめるため、このチャンネルと短軸対称であるチャンネルの等速度曲線に同様の方法で等速度曲線モデルを重ねて検証した。その結果を図 3.7 に示した。図 3.7 の右側のパネルを見ると、先ほどと同様に強度の稜線が円盤の外側にいくほど、明らかに灰色の領域である速度幅の端を超えていることが読み取れる。従って、図 3.6 の円盤外側の速度差の原因は kink 起因だけではないということが分かった。他に考えられる原因として、等速度曲線モデルで仮定した回転速度と実際の円盤回転速度が異なるという点が挙げられる。等速度曲線モデルは円盤が純粋なケプラー回転をしているという仮定のもと作られたものであるが、一方ガス円盤の回転速度は、序論でも説明した通り、圧力勾配力の作用により純粋なケプラー速度よりも少し遅い速度で回転をしている可能性が高く、特に円盤外側でその効果が顕著に現れることが分かっている。

そこで、等速度曲線モデルで仮定した回転速度に、圧力勾配効果を近似できるような項を加えることでモデルの修正を図った。式 (1.3) で表した右辺の圧力勾配項は円盤の密度構造と熱構造に依存しており、この基礎方程式に基づく一般化を行うのは複雑である。そのため簡単なモデル化のため、まずガス表面密度を $\Sigma(R) = \Sigma_0 (\frac{R}{R_0})^{-p}$ 、鉛直方向の等温温度の関数も $T = T_0 (\frac{R}{R_0})^{-q}$ というべき関数で与え、円盤赤道面での圧力も同様に $P = P_0 (\frac{R}{R_0})^{-s}$ というべき関数で仮定した。このとき、 $s = p + \frac{q}{2} + \frac{3}{2}$ であり、この指数を用いて以下の式のように、回転速度に適用して近似することができる。

$$v_\phi(r) = v_{\phi,k} \sqrt{1 - s \left(\frac{H}{r} \right)^2}. \quad (3.13)$$

ここで H はスケールハイトと呼ばれ、ケプラー角速度 $\Omega_k = \sqrt{\frac{GM_*}{r^3}}$ と音速 c_s を用いて $H \approx \frac{c_s}{\Omega_k}$ で表される円盤の厚みを示す指標である。

この式中の項 s の値を変えながら調整することで、モデルが実際の等速度曲線と速度差ができるだけ生じないような修正を試みた。円盤の回転速度は、 s の値によって図 3.8 のような違いが表れる。この s の調整を、視線速度が 4.7 km/s の画像の等速度曲線で行った。この画像は kink のある放射分布とは短軸対称となる似たような放射分布が写っており、かつ kink がいないため、調整に適していると判断した。kink のない 4.7 km/s の画像で調整し

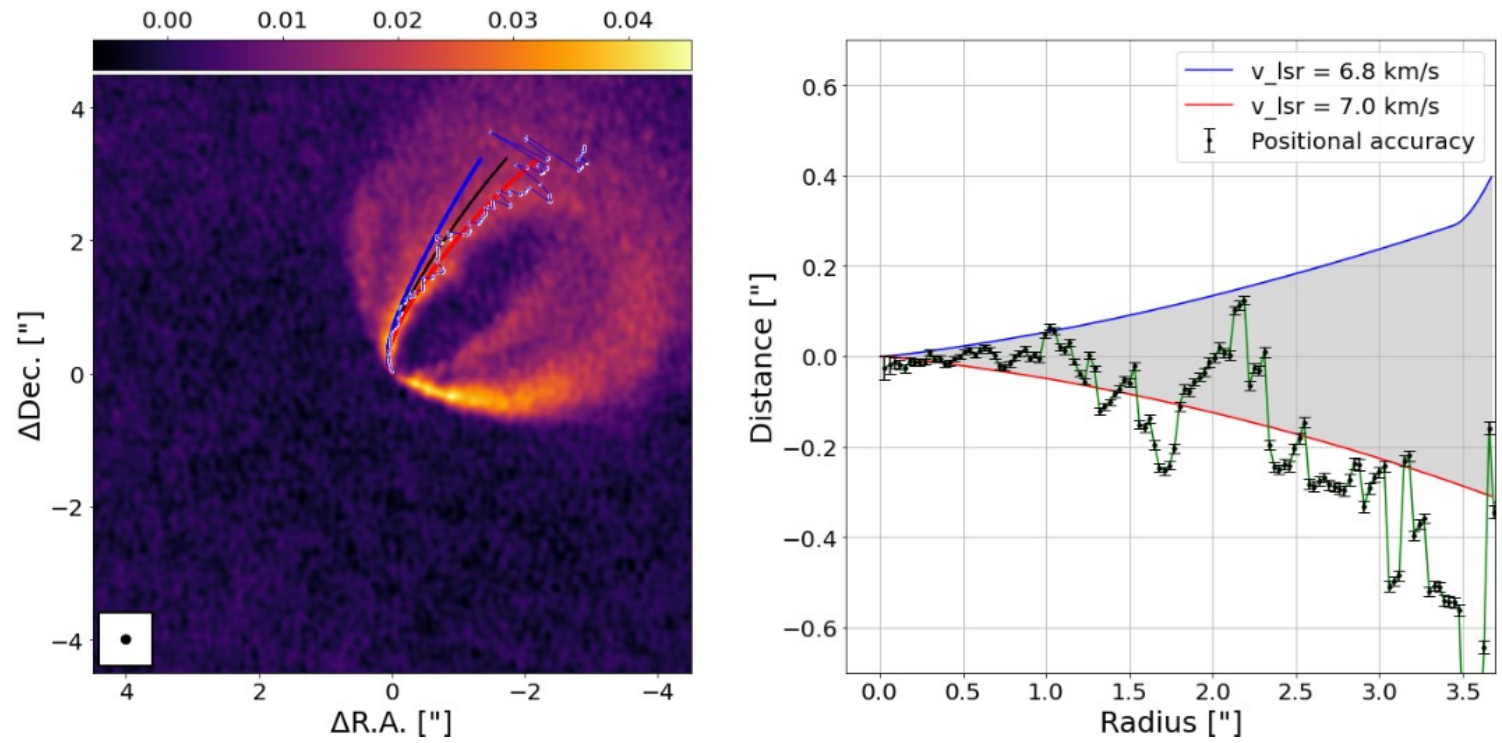


図 3.6. (左) : $R = 0.5$ の CLEAN イメージ (図 3.5) に等速度曲線モデル (図 3.4) を重ねた図。カラーバーは強度 [Jy/beam]、左下の黒丸はビームサイズ。(右) : 横軸に中心からの半径、縦軸に 6.9 km/s のモデルと kink との方位角方向の差をプロットしたグラフ。灰色の領域は速度分解能を考慮した、視線速度成分の前後幅。黒のエラーバーは抽出した点ごとの位置決定精度。

た結果を、図 3.9 に示した。 s は、右のプロット図で速度幅を表す灰色の領域内に、各データ点がより多く収まった $s = 8.0$ を選択した。以上のような修正を行い、6.9 km/s の画像について図 3.10 のような等速度曲線のモデルとデータの比較図を得た。なお、他のロバストパラメータについて CLEAN イメージとモデルを比較した同様の図は Appendix D に示した。

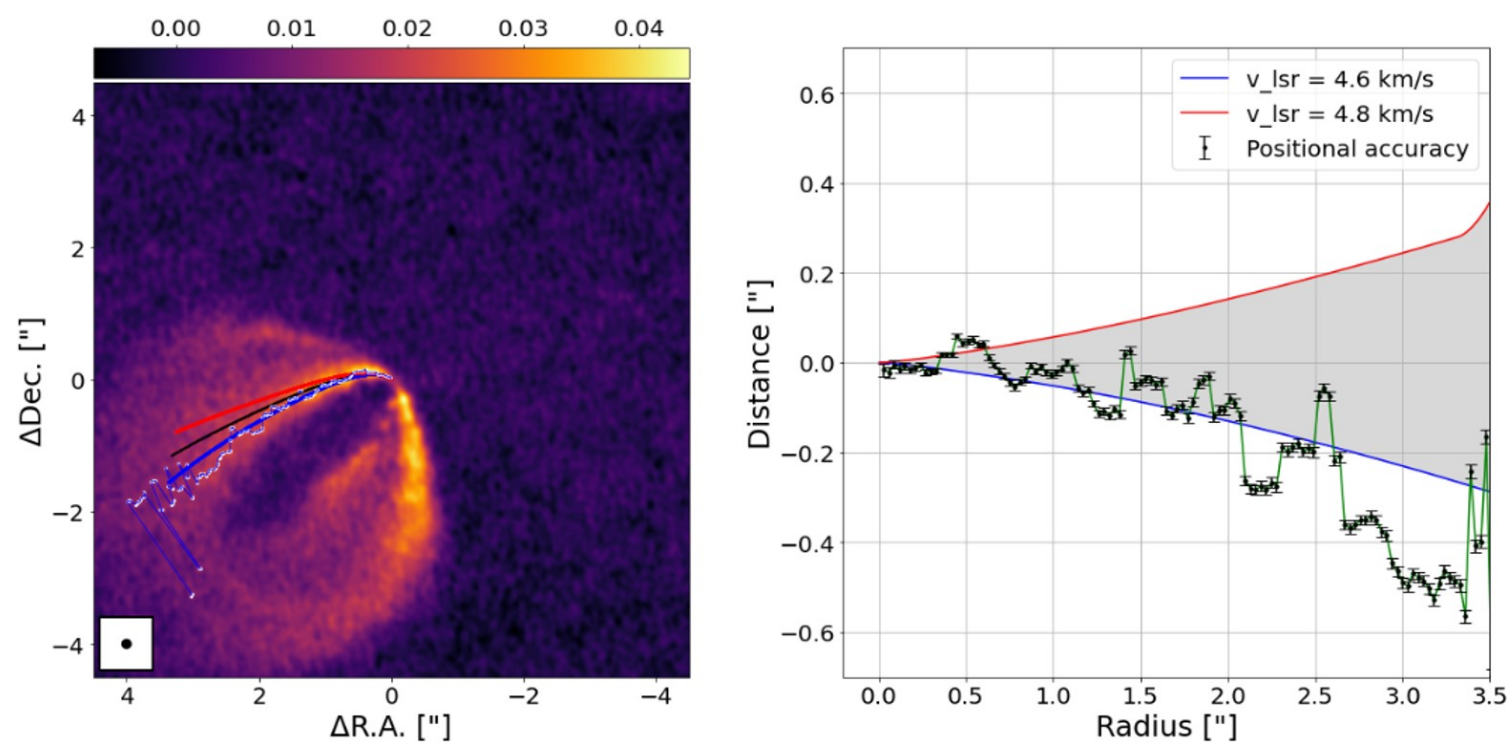


図 3.7. (左): 図 3.6 と同様だが、視線速度成分が 4.7 km/s の図。カラーバーは強度 [Jy/beam]、左下の黒丸はビームサイズ。(右): 横軸に中心からの半径、縦軸に 4.7 km/s のモデルと kink との方位角方向の差をプロットしたグラフ。灰色の領域は速度分解能を考慮した、視線速度成分の前後幅。黒のエラーバーは抽出した点ごとの位置決定精度。

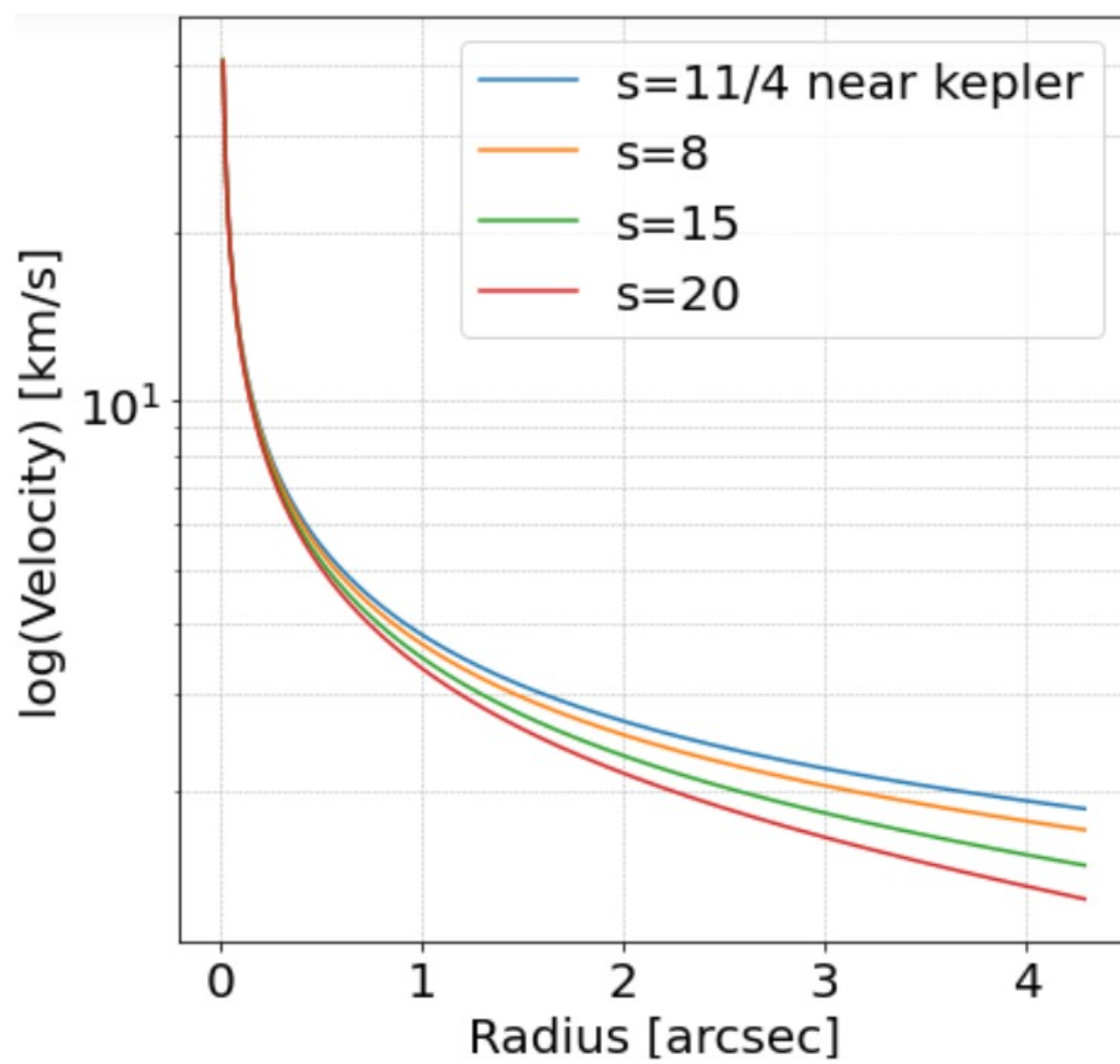


図 3.8. べき指数 s を変えたときの回転速度の違いを 対数スケールで比較した図。 $s = \frac{11}{4}$ は限りなくケプラー回転に近い速度となる係数。

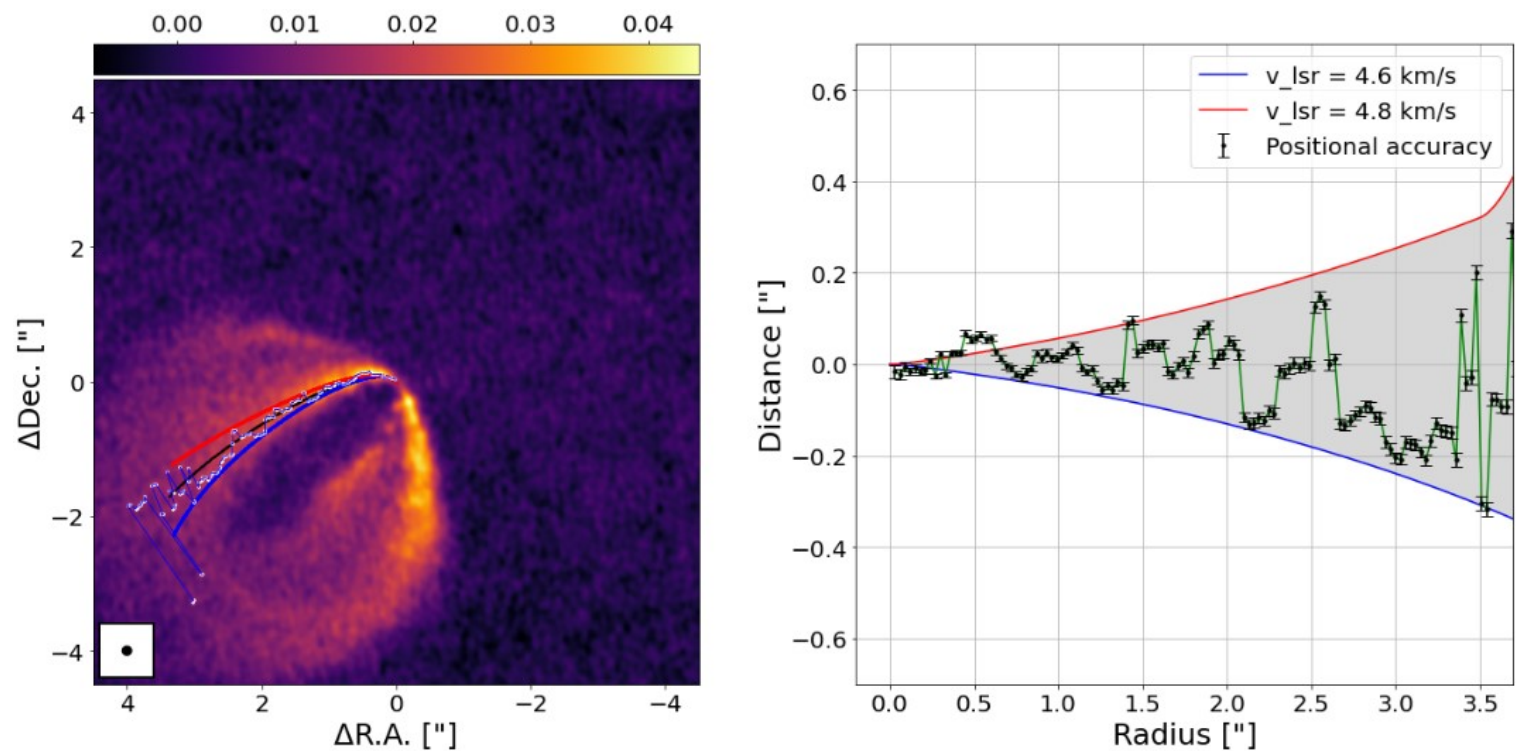


図 3.9. (左)：図 3.7 と同様だが、モデルの回転速度を $s = 8.0$ で調整した図。カラーバーは強度 [Jy/beam]、左下の黒丸はビームサイズ。(右)：横軸に中心からの半径、縦軸に 4.7 km/s のモデルと kink との方位角方向の差をプロットしたグラフ。灰色の領域は速度分解能を考慮した、視線速度成分の前後幅。黒のエラーバーは抽出した点ごとの位置決定精度。

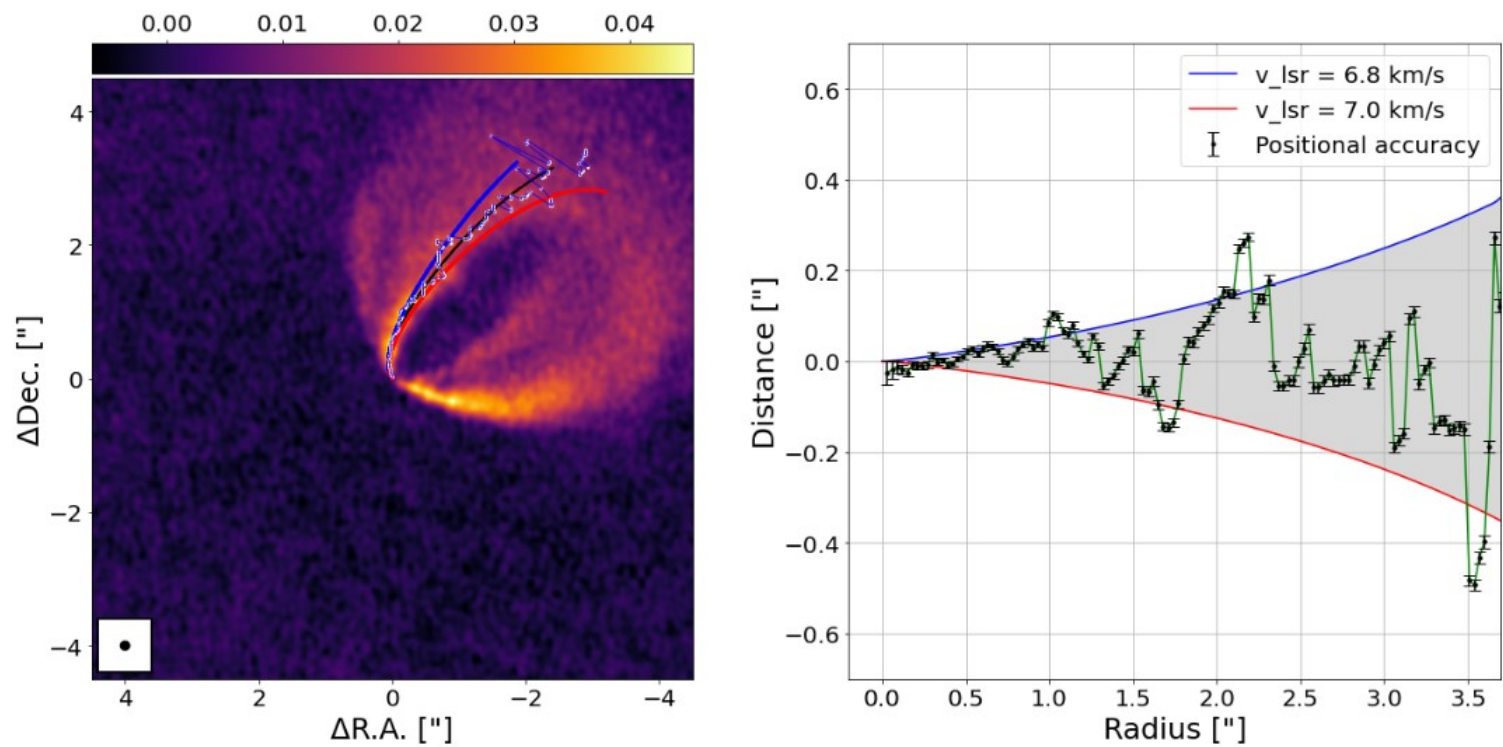


図 3.10. (左)：図 3.6 と同様だが、モデルの回転速度を $s = 8.0$ で調整した図。カラーバーは強度 [Jy/beam]、左下の黒丸はビームサイズ。(右)：横軸に中心からの半径、縦軸に 6.9 km/s のモデルと kink との方位角方向の差をプロットしたグラフ。灰色の領域は速度分解能を考慮した、視線速度成分の前後幅。黒のエラーバーは抽出した点ごとの位置決定精度。

第 4 章

考察

前章では、図 3.10 に示す kink とモデルの比較図を得た。kink は画像で見ると、中心から約 2'' 近辺の領域にあることが分かっている。図 3.10 の右側パネルを見ると中心から 1.5 ~ 2.2'' のところで、6.9 km/s のモデル曲線が基準となっている縦軸 0 の線を跨ぐようにして、速度幅の両端を超えている強度プロットを確認することができた。さらに、中心から 1.5'' ~ 2.2'' における各点の位置決定精度は、図 4.1 に示すようにおおよそ 0.0085 ~ 0.011'' であるのに対し、kink とモデルとの方位角方向の差は 6.9 km/s のモデル曲線から、中心側で ~ 0.15''、外側で ~ 0.3'' である。1 σ を 0.01'' とすると、kink との差はいずれも 5 σ を超えているため、この kink は有意な検出であると言える。

次に、kink の定量化に向けて、kink が純粋なケプラー回転からどれほどの速度差を生んでいるのか求めた。CLEAN イメージやプロット図の kink は、天球面上での視線速度成分におけるズレを表しているため、これを円盤面に変換して回転速度の差を導いた。画像上の任意の放射点から、その点における放射面の方位角方向の速度を導出したい。その際の手順の概要を、以下に示した。

1. 方位角方向の速度を導出したい任意の点 (x_k, y_k) について、その場所での大局的な速度場式 (3.13) を仮定した際の視線速度を求める。まず、この点の座標を求めた後、この点を通過するような曲線モデルを探し、kink がない場合の視線速度を得る。
2. モデル作成時の位置ベクトルの式 (3.8) を利用する。今は円盤の上面での放射を考えているので、 $\text{sign}_{\text{layer}} = 1$ とすると

$$\mathbf{S} = r(\cos \theta \hat{\mathbf{l}} + \sin \theta \hat{\mathbf{m}}) + h(r)\hat{\mathbf{n}}$$

この式から、式 (3.12) のような $\cos \theta$ と方位角方向の速度 v_ϕ を関連付ける式が導かれている。これを v_ϕ についてまとめると

$$v_\phi = \frac{v_{\text{sys}} - v_{\text{chan}}}{\cos \theta \hat{\mathbf{m}} \cdot \mathbf{e}_z} \quad (4.1)$$

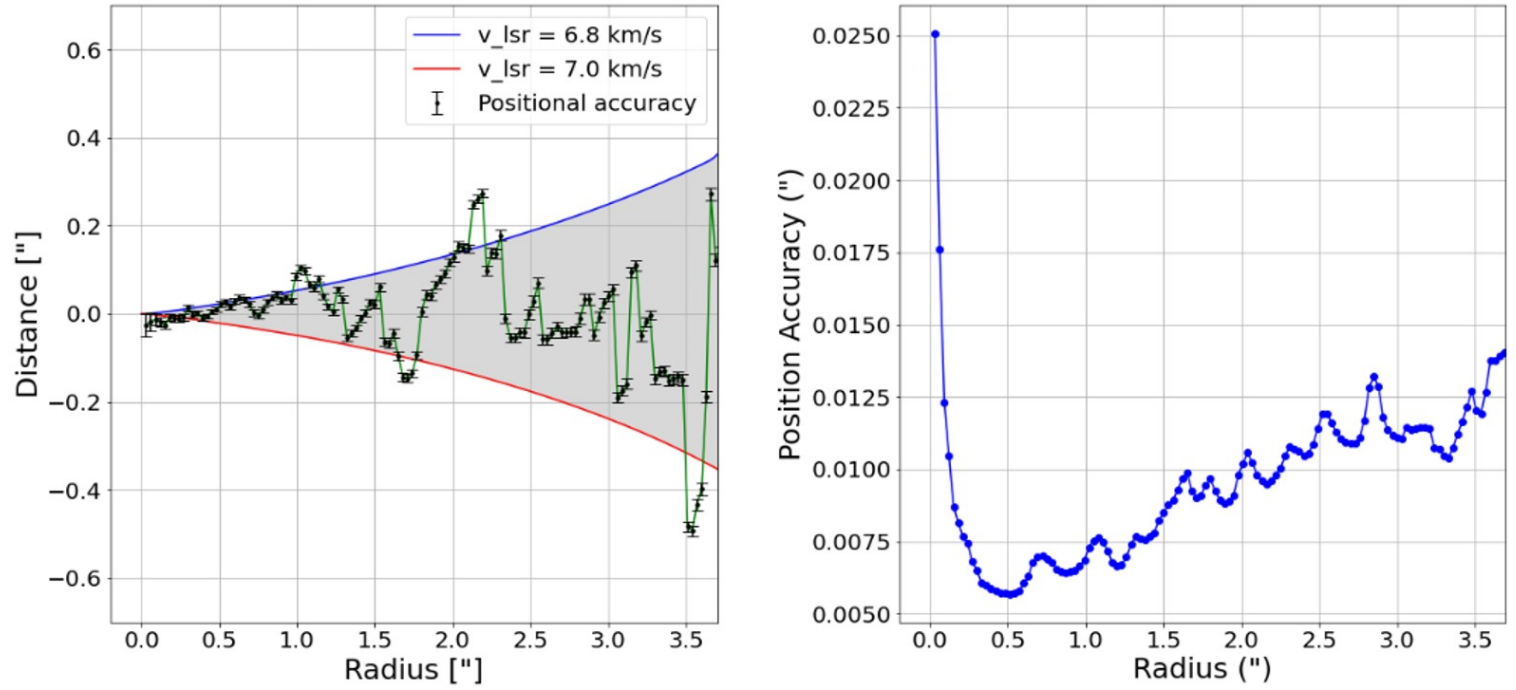


図 4.1. (左): 横軸にチャンネルの速度 6.9 km/s の等速度曲線を基準とした中心からの半径、縦軸に kink の方位角方向の差をプロットしたグラフ。(右): 横軸は左の図と同様、縦軸は各点における位置決定精度。

モデル作成時は出力したい曲線の視線速度として v_{los} とおいたので、ここでは v_{chan} に変更する。 v_{chan} は、kink がない場合の、画像上の任意の放射点での視線速度である。画像上の点から $\cos \theta$ の解を得るため、先ほどの位置ベクトルの話に戻る。 $\mathbf{S}$ に、 (x_k, y_k) を代入し、各成分ごとに式をまとめて

$$r(\cos \theta \hat{\mathbf{l}} \cdot \mathbf{e}_x + \sin \theta \hat{\mathbf{m}} \cdot \mathbf{e}_x) + h(r)\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{e}_x + y_k = 0 \quad (4.2)$$

$$r(\cos \theta \hat{\mathbf{l}} \cdot \mathbf{e}_y + \sin \theta \hat{\mathbf{m}} \cdot \mathbf{e}_y) + h(r)\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{e}_y + x_k = 0 \quad (4.3)$$

のような非線形の連立方程式をたてる。この式は (r, θ) の 2 つであるため、それぞれ初期推定値を画像から推測できるような数値で設定し、この 2 式の左辺がともに 0 となるような $(r, \cos \theta)$ の解を推定する。

3. 推定した $\cos \theta$ を式 (4.1) に代入し、 v_ϕ を得る。この v_ϕ について、kink がない場合の速度を $v_{\phi_{\text{if}}}$ とし、kink から想定される実際の速度を $v_{\phi_{\text{real}}}$ とする。

4. 方位角方向の速度差として

$$\frac{v_{\phi_{\text{real}}} - v_{\phi_{\text{if}}}}{v_{\phi_{\text{if}}}} \times 100 \quad (4.4)$$

を求める。

上記について、本研究で用いた視線速度が 6.9 km/s の CLEAN イメージの kink の速度差を導く。まず、kink の外側で顕著な速度差が見られる放射点の位置を探し、 $(x_k, y_k) = (-0.65'', 2.05'')$ という点を得た。次に、この点を通るようなモデルの視線速度を求め、6.716 km/s という結果を得た。この点とモデルの曲線について、図 4.2

の左図にシアンの点と黒線で示している。右図ではその曲線が Distance = 0 となっており、Distance = 0 上にあるシアンの丸の中の点が $(x_k, y_k) = (-0.65'', 2.05'')$ を表している。つまり、kink がない場合に 6.176 km/s のチャンネルで見えるはずの放射が、観測結果では 6.9 km/s のチャンネルで見えているということである。さらに視線速度の比較から、この場所では kink がない場合よりも少し回転速度が速くなっているということがこの時点で分かる。この点について、円盤放射面での回転速度がどれほど速いか求める。先ほどの位置ベクトルの式 (4.3) より

$$\begin{aligned} r(\cos \theta \hat{\mathbf{l}} \cdot \mathbf{e}_x + \sin \theta \hat{\mathbf{m}} \cdot \mathbf{e}_x) + h(r)\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{e}_x - (2.05'' \times 101.5 \text{ pc}) [\text{au}] &= 0 \\ r(\cos \theta \hat{\mathbf{l}} \cdot \mathbf{e}_y + \sin \theta \hat{\mathbf{m}} \cdot \mathbf{e}_y) + h(r)\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{e}_y + (0.65'' \times 101.5 \text{ pc}) [\text{au}] &= 0 \end{aligned}$$

の非線形連立方程式がたつ。この式の変数は (r, θ) の2つであるため、それぞれ初期推定値を $r \sim 250$ [au]、 $\cos \theta \sim 0.55$ と設定し、この2式の左辺がともに0となるような $(r, \cos \theta)$ の解を推定する。結果、 $r = 300.43$ [au] と $\cos \theta = 0.63$ という値を得た。式 (4.1) にこの $\cos \theta$ の値、 $v_{\text{sys}} = 5.76$ [km/s]、 $v_{\text{chan}} = 6.716$ [km/s] を代入すると、 $v_{\phi_{\text{if}}} = -2.08$ [km/s] を得た。この値は、 $(x_k, y_k) = (-0.65'', 2.05'')$ で kink がなかった場合の速度である。同様に、この点での実際の速度を求める。CLEAN イメージの視線速度 6.9 km/s を考慮すると、 $v_{\phi_{\text{real}}} = -2.48$ [km/s] となった。従って、この放射点での方位角方向の速度差は

$$\frac{v_{\phi_{\text{real}}} - v_{\phi_{\text{if}}}}{v_{\phi_{\text{if}}}} \times 100 = 19\% \quad (4.5)$$

となり、 $(x_k, y_k) = (-0.65'', 2.05'')$ での円盤上の実際の速度は、kink がない場合の速度よりも 19% 回転が速いということが分かった。

次に、kink の内側で速度差が顕著な放射点の位置を探し、 $(x_k, y_k) = (-0.79'', 1.57'')$ を得た。そしてこの点を通るようなモデルの視線速度を求め、7.041 km/s という結果を得た。この点とモデルの曲線について、図 4.2 と同様に、図 4.3 に示している。kink がない場合に視線速度が 7.041 km/s に放射がある場所が、観測結果では 6.9 km/s のチャンネルで放射が見られているので、この場所では少し回転速度が遅いことが分かる。その速度差を求めるため、先ほどと同様に以下のような非線形連立方程式をたてる。

$$\begin{aligned} r(\cos \theta \hat{\mathbf{l}} \cdot \mathbf{e}_x + \sin \theta \hat{\mathbf{m}} \cdot \mathbf{e}_x) + h(r)\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{e}_x - (1.57'' \times 101.5 \text{ pc}) [\text{au}] &= 0 \\ r(\cos \theta \hat{\mathbf{l}} \cdot \mathbf{e}_y + \sin \theta \hat{\mathbf{m}} \cdot \mathbf{e}_y) + h(r)\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{e}_y + (0.79'' \times 101.5 \text{ pc}) [\text{au}] &= 0 \end{aligned}$$

初期推定値も先ほどと同様に設定した結果、 $(r, \cos \theta) = (228.45, 0.73)$ という推定値を得た。式 (4.1) に $\cos \theta$ の値、 $v_{\text{sys}} = 5.76$ [km/s]、 $v_{\text{chan}} = 7.041$ [km/s] を代入すると、 $v_{\phi_{\text{if}}} = -2.40$ [km/s] を得た。この点での実際の速度は $v_{\phi_{\text{real}}} = -2.48$ [km/s] なので、方位角方向の速度差は

$$\frac{v_{\phi_{\text{real}}} - v_{\phi_{\text{if}}}}{v_{\phi_{\text{if}}}} \times 100 = -11\% \quad (4.6)$$

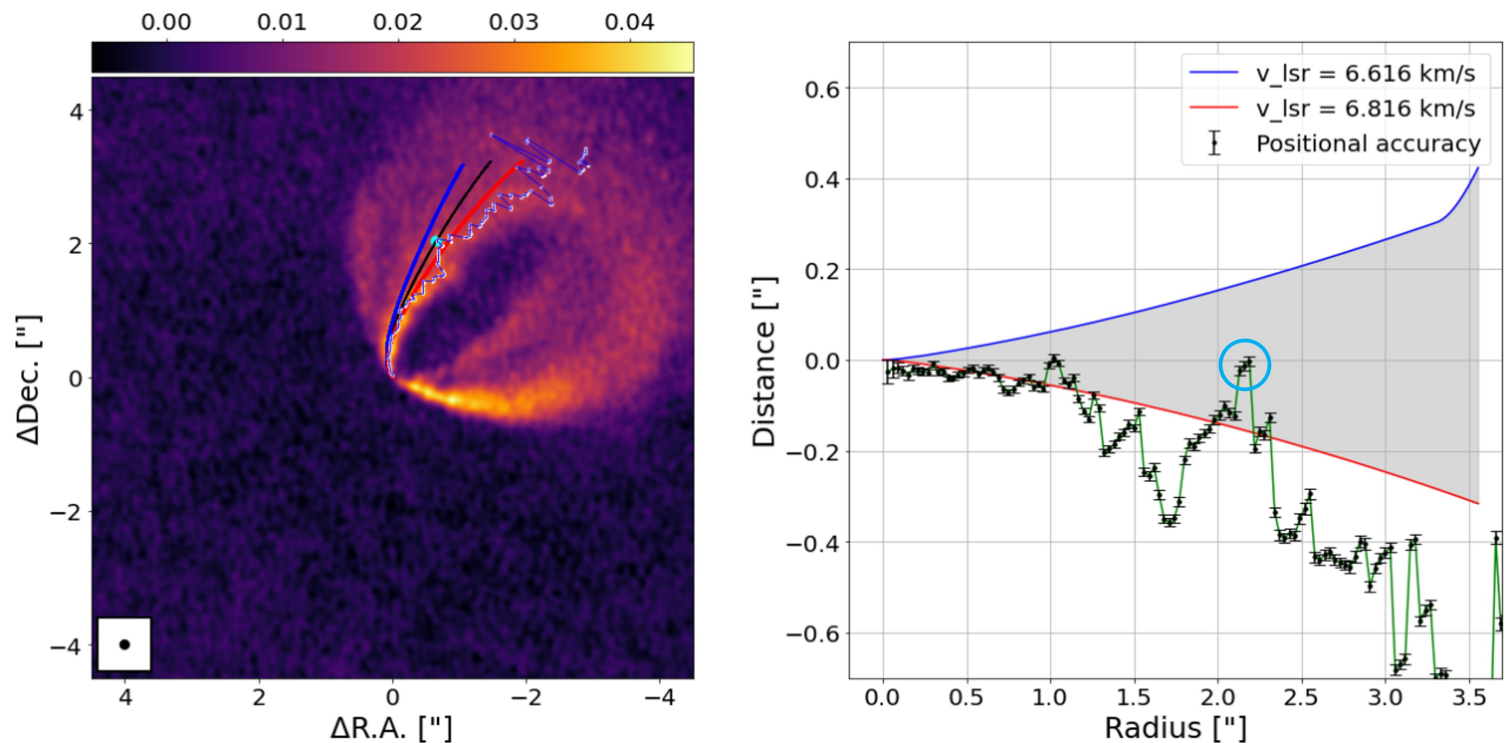


図 4.2. (左) : $R = 0.5$ の CLEAN イメージ。黒線は視線速度が 6.716 km/s である分布を表す。シアン点は、kink の外側で最も速度差が大きい場所を表す。(右) : Distance = 0 は左図の黒線を基準としている。灰色の領域は速度分解能を考慮した、視線速度成分の前後幅。黒のエラーバーは抽出した点ごとの位置決定精度。シアン丸は kink の外側で最も速度差が大きい箇所を表す。

となり、 $(x_k, y_k) = (-0.79'', 1.57'')$ での円盤上の実際の速度は、kink がない場合の速度よりも 11% 回転が遅いということが分かった。この速度差に関して、理論的にはケプラー回転から数 10% までの速度差が生じるといったことや、惑星の外側ではスーパーケプラーに、内側ではサブケプラー的な速度になると示されている (Bollati et al. (2021)[10])。従って、観測画像から導いた上記の回転速度差の結果は、惑星の存在を示唆出来得るものであると考えている。また、速度差の数値は、本研究で作成した等速度曲線モデルに円盤ガスの自己重力、粘性の項を組み込み、計算過程で位置決定精度による誤差を加えれば、より正確な値を求めることが可能であると考えられる。

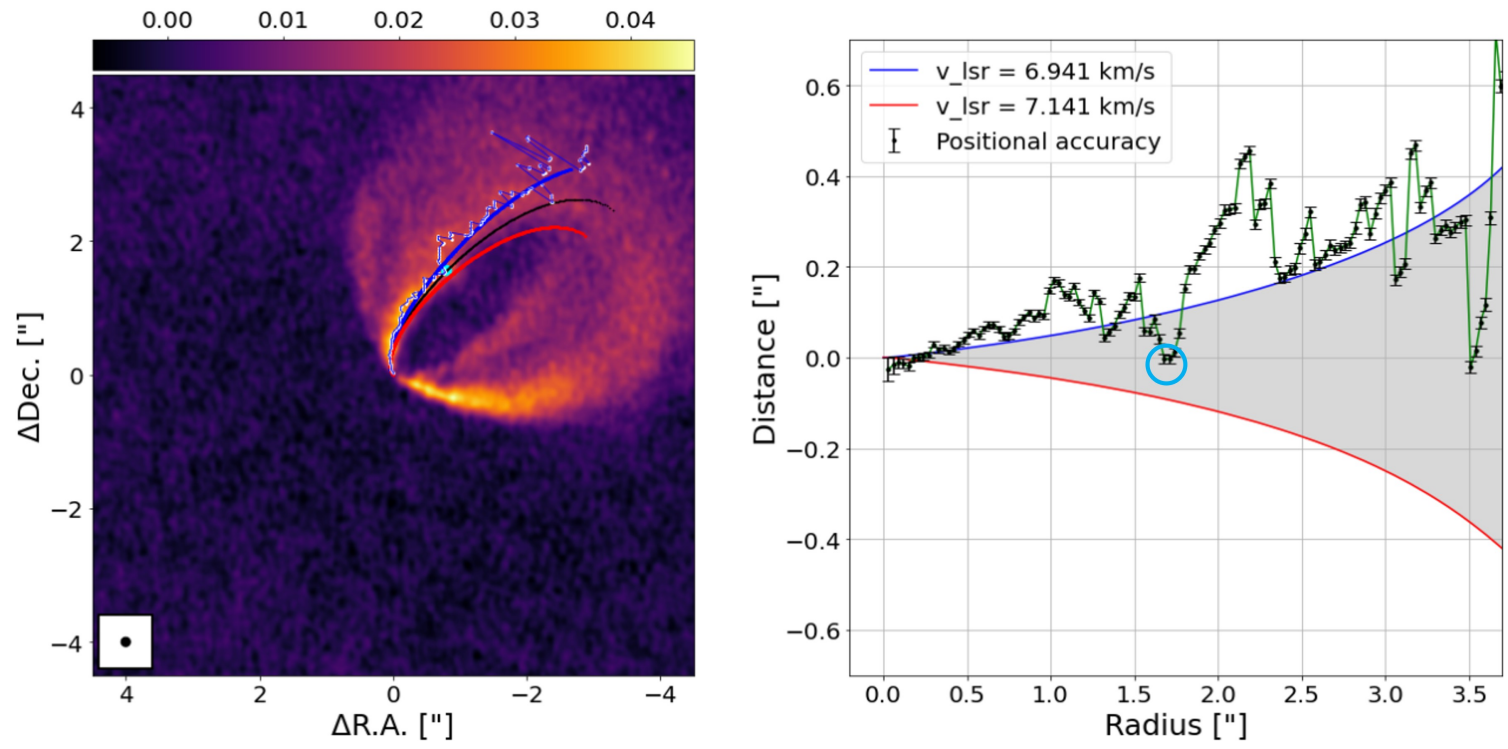


図 4.3. (左) : $R = 0.5$ の CLEAN イメージ。黒線は視線速度が 7.041 km/s である分布を表す。シアン点は、kink の内側で最も速度差が大きい場所を表す。(右) : $\text{Distance} = 0$ は左図の黒線を基準としている。灰色の領域は速度分解能を考慮した、視線速度成分の前後幅。黒のエラーバーは抽出した点ごとの位置決定精度。シアンの丸は kink の内側で最も速度差が大きい箇所を表す。

第 5 章

まとめ・展望

惑星起因の構造とされている kink の確実性を評価するために、惑星の存在の可能性が指摘されている HD 163296 に付随する円盤の ALMA アーカイブデータを用いて、ビジビリティ点の密度の重み付け量であるロバストパラメータを変えながら CLEAN を行い、出力された画像を比較した。

全てのパターンにおいて kink が表れることを定性的に確認した。さらに、重みのかけ方によって画像上の位置決定精度に影響することを定量的に確認した。

kink の精度と画像の精度を比較するため、純粋な回転円盤で予想される等速度曲線モデルを作成し、最も位置決定精度の良い画像を用いて kink のある等速度曲線と等速度曲線モデルを比較した。その結果、kink のズレ幅は放射の各点における位置決定精度よりも 10 倍程度大きいことが分かり、HD 163296 の kink は有意な検出であることが分かった。

kink を定量化するため、kink の外側で最もズレ幅が大きい点で、純粋なガス円盤の場合との方位角方向での速度差を求め、kink の内側の点での同様のことを行った。その結果、先行研究で理論的に導出されている範囲内の数値を得た。

今後、速度差の数値をより正確に求めるためには、本研究で作成した等速度曲線モデルに円盤ガスの自己重力、粘性の項を組み込み、計算過程で位置決定精度による誤差を加えるなどといったことが必要である。

References

- [1] Kazuhiro D. Kanagawa et al. 2016, PASJ 68 43K.
- [2] Kataoka et al. 2016, ApJL 831 L12.
- [3] ALMA Partnership et al. 2015, ApJL 808 L3.
- [4] Qi, Chunhua et al. 2013 Sci 341 630Q.
- [5] Qi, Chunhua et al. 2015 ApJ 813 128Q.
- [6] Izquierdo, A. F et al. 2023 A&A 674A 113I.
- [7] Goldreich, P et al. 1979, ApJ 233 857G.
- [8] Ogilvie, G. I et al. 2002, MNRAS 330 950O.
- [9] Rafikov, R. R et al. 2002, ApJ 569 997R.
- [10] Bollati, F et al. 2021, MNRAS 504 5444B.
- [11] Bae, J et al. 2021 ApJ 912 56B.
- [12] Pinte, C et al. 2023 ASPC 534 645P.
- [13] Pinte, C et al. 2018 ApJ 860L 13P.
- [14] Pinte, C et al. 2020 ApJL 890 L9.
- [15] Disk Dynamics Collaboratioin et al. 2020 arXiv200904345D.
- [16] Högbom, J. A et al. 1974 A&AS 15 417H.
- [17] Cornwell, T. J et al. 2008 ISTSP 2 793C.
- [18] 干渉計サマースクール 2005 教科書
- [19] ALMA データ解析講習会テキスト第 7 版
- [20] Daniel, Shenon, Briggs, <https://casa.nrao.edu/Documents/Briggs-PhD.pdf>
- [21] Öberg, K, I et al. 2021 ApJS 257 1O.
- [22] CASA task, <https://casadocs.readthedocs.io/en/stable/api/casatasks.html>
- [23] ALMA Technical Handbook, <https://almascience.nrao.edu/documents-and-tools/cycle11/alma->

謝辞

本論文を完成させるにあたり、ご指導とご支援をいただきました皆様に、この場をお借りして心より感謝申し上げます。私は、教えていただいたことを理解し身に着けるまで時間がかかる人間でしたが、指導教員の百瀬宗武教授には、そのような私にも大学4年次から3年間、ゼミや進捗報告で丁寧にご指導いただきました。また、発表における話の組み立て方や、相手が納得できるような順序立てた説明などについても、一つ一つかみ砕いて助言をくださいました。研究以外にも野球の話をしたり、あらゆる面で有意義な時間を過ごすことができました。改めまして、心より感謝申し上げます。米倉覚則教授にも、B4ゼミや集中講義などで私の質問に丁寧に答えていただきました。特に、日立高萩局で実際の機器を見ながら講義いただいた授業は大変分かりやすく、全て貴重な経験となりました。心より感謝申し上げます。

研究員の田辺義浩様には大学4年次のときのアンテナ運用で大変お世話になりました。数回ほどご迷惑をおかけした覚えがあります。改めて申し訳ありませんでした。また、もう少し早くから魚釣りに行きたかったです。ぜひまた行きましょう。

研究室の先輩である折原龍太様、森泉怜様にもあらゆる場面でお世話になりました。特に、折原龍太様には同じ分野の先輩として、ゼミや研究の進捗などどのような時でも常に気にかけていただき、サポートして下さいました。どんな些細な質問でも丁寧に答えて下さり、本当に感謝しかありません。普段の生活でもご飯にたくさん誘っていただき、様々な相談にものって下さいました。公私ともに尊敬する先輩のもとで研究生活をおくれたことを誇りに思います。しかし唯一体調面だけは心配です。それは森泉怜様も同様です。天文の分野も、それ以外の、特に岩石と鉱物に関する分野でも貪欲に学ぶ姿勢を私は大変尊敬しております。しかしそれは食事を犠牲にした上で成り立っている気がしてなりません。ねるねるねるねはご飯ではありません。しっかりしたものを食べてください。

同期、後輩の皆さまにも、大変感謝しております。私自身頼りなかった上、できたことは少ないですが、皆さまから日々刺激をもらい、研究室で楽しく過ごすことができました。ありがとうございました。

改めまして、この修士論文を含め、学ぶ機会を設けて下さった全ての皆様に感謝申し上げます。

付録 A

重み付けによる合成ビームの比較

図 A.1 に、Briggs weighting における合成ビームの形状の違いを例として左上 ($R = -2.0$)、右上 ($R = 2.0$)、左下 ($R = 0$)、右下 ($R = 0.5$) で示した。図 2.4 での合成ビームの半値全幅曲線に、図 A.1 の形状の大きさが沿っていることが分かる。

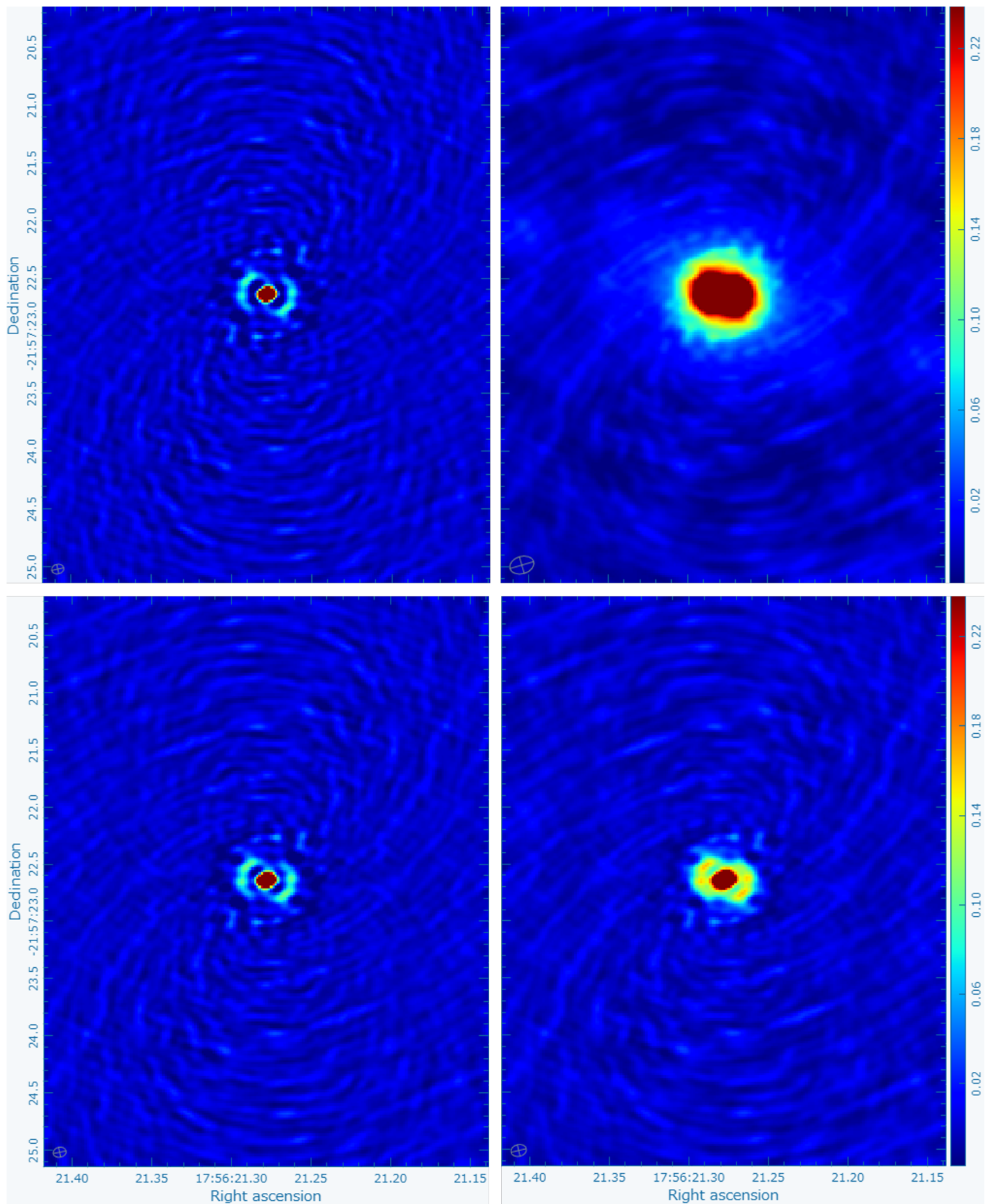


図 A.1. briggs weighting におけるロバストパラメータごとの合成ビームの比較。本研究にてビームの補正処理を加える前のものを用いている。左上が $R = -2.0$ 、右上が $R = 2.0$ 、左下が $R = 0$ 、右下が $R = 0.5$ 。

付録 B

等速度曲線モデル作成コード

```
1  # パラメータ
2  stellar_mass = 1.92 * M_sun.to(u.kg).value  # 中心星の質量 [kg]
3  radius_max = 435.4  # 最大半径 [AU]
4  dpc = 101.5  # 円盤までの距離 [pc]
5  pixel_scale = 0.02  # [arcsec/pixel]
6  position_angle = 312.8  # [degree]
7  inclination = -46.7  # [degree]
8  v_sys = 5.76  # システム速度 [km/s]
9  v_los = 6.9  # 見ているチャンネルの視線速度 [km/s]
10 v_res = 0.2  # 速度分解能 [km/s]
11 v_rot = -1  # counter clockwise = 1, clockwise = -1
12 phi_pm = 1  # phi: → 0180 : 1, →0-180 : -1
13 layer = 1  # upper layer: 1, lower layer: -1
14
15 # upper layer parameters
16 h0_u = 29.6  # スケーリング因子 [AU]
17 p_u = 1.29  # パワー指数
18 Rb_u = 435.4  # ブレイク半径 [AU]
19 q_u = 1.66  # テーパー指数
20
21 # 関数定義
22 def calculate_offsets(v_lsr):
23     # 角度変換
24     pa_rad = np.radians(position_angle)
25     inclination_rad = np.radians(inclination)
```

```

26
27 # 天球面基底ベクトル
28 ex = np.array([1.0, 0, 0])
29 ey = np.array([0, 1.0, 0])
30 ez = np.array([0, 0, 1.0])
31
32 # 円盤の回転軸 n
33 n = (np.sin(inclination_rad) * -np.sin(pa_rad),
34      np.sin(inclination_rad) * np.cos(pa_rad),
35      np.cos(inclination_rad))
36 n /= np.linalg.norm(n) # 規格化
37
38 # 円盤の長軸 l と短軸 m
39 l = np.cross(ez, n); l /= np.linalg.norm(l)
40 m = np.cross(n, l)
41
42 # 半径 R の定義
43 R = np.linspace(0, radius_max, 500) # 0 から radius_max AU まで 500 刻み
44
45 # 高さ z_u の計算
46 z_u = (h0_u * (R / 100)**p_u) * np.exp(-(R / Rb_u)**q_u) # 上面高度 [AU]
47
48 # 単位への変換SI
49 R_m = R * u.au.to(u.m)
50 z_u_m = z_u * u.au.to(u.m)
51
52 # 回転速度 v_k の計算
53 r_m = np.sqrt(R_m**2 + z_u_m**2)
54 r_m[r_m == 0] = np.inf # ゼロ割り回避のため無限大を代入
55 v_k = v_rot * np.sqrt(G.value * stellar_mass / r_m**3) * R_m # [m/s]
56 v_k = v_k / 1000 # [km/s]
57
58 # 視線速度成分の計算
59 mez = np.dot(m, ez)
60 cos_phi = (v_sys - v_lsr) / (v_k * mez)
61 sin_phi = phi_pm * np.sqrt(1 - cos_phi**2)

```

```

62
63     # 天球面座標への投影
64     S_x = R_m * (cos_phi * l[0] + sin_phi * m[0]) + layer * z_u_m * n[0]
65     S_y = R_m * (cos_phi * l[1] + sin_phi * m[1]) + layer * z_u_m * n[1]
66     S_x = S_x[np.isfinite(S_x)]
67     S_y = S_y[np.isfinite(S_y)]
68
69     # オフセット計算
70     RA_offset = S_y * u.m.to(u.au) / dpc
71     Dec_offset = S_x * u.m.to(u.au) / dpc
72
73     return RA_offset, Dec_offset
74
75     # プロット
76     fig, ax = plt.subplots(figsize = (9, 9))
77     ax.set_aspect('equal')
78
79     # 6.8 km/s の曲線
80     RA_offset_a, Dec_offset_a = calculate_offsets(v_los - v_res/2)
81     ax.scatter(RA_offset_a, Dec_offset_a, s=10, color = 'blue', label=f"v_lsr = {v_los
82         - v_res / 2:.1f} km/s")
83
84     # 6.9 km/s の曲線
85     RA_offset, Dec_offset = calculate_offsets(v_los)
86     ax.scatter(RA_offset, Dec_offset, s=3, color = 'black', label=f"v_lsr = {v_los} km/
87         s")
88
89     # 7.0 km/s の曲線
90     RA_offset_b, Dec_offset_b = calculate_offsets(v_los + v_res/2)
91     ax.scatter(RA_offset_b, Dec_offset_b, s=10, color = 'red', label=f"v_lsr = {v_los +
92         v_res / 2:.1f} km/s")
93
94     # 軸設定
95     plt.rcParams["font.size"] = 20
96     ax.set_xlim(4, -4)
97     ax.set_ylim(-4, 4)

```



```
95 ax.set_xlabel('ΔR.A. ["', fontsize='25')
96 ax.set_ylabel('ΔDec. ["', fontsize='25')
97 ax.grid(True, linestyle="--", alpha=0.5)
98 ax.legend()
99 plt.show()
```

Listing B.1: 等速度曲線モデル作成のコード

付録 C

等速度曲線モデルと kink の比較図作成コード

```
1 # 初期設定
2 radius_arcsec = 0.03 # 単位の円半径arcsec
3 radius_step_pixels = radius_arcsec / pix # ピクセル単位に変換
4 current_radius_pixels = radius_step_pixels # 現在の外側の半径
5 position_angle = 312.8 # 角度を設定
6 angle_min, angle_max = (360 - position_angle), (540 - position_angle) # 扇形の角度範囲 (度)
7 # angle_min = (180 - position_angle) % 360 ; angle_max = (340 - position_angle) %
   360 # 角度を° から° の範囲に正規
   化0360
8
9 plt.rcParams["font.size"] = 20
10 fig, ax = plt.subplots(1, 2, figsize=(22, 10))
11
12 # 画像の中心を設定
13 height, width = data_slice_0p5.shape
14 center_cut_image = (width // 2, height // 2)
15
16 im = ax[0].imshow(data_slice_0p5, vmin=min_cut0p5, vmax=max_cut0p5, cmap='inferno',
   origin='lower', extent=extent)
17 ax[0].set_xlabel('ΔR.A. ["', fontsize = '25')
18 ax[0].set_ylabel('ΔDec. ["', fontsize = '25')
19
20 # カラーバーの追加
21 divider = make_axes_locatable(ax[0])
22 cax = divider.append_axes("top", size="5%", pad=0.05)
```

```

23  cax.xaxis.set_ticks_position('top')
24  cbar = plt.colorbar(im, cax=cax, orientation='horizontal')
25  cbar.ax.xaxis.set_label_position('bottom')
26  cbar.ax.xaxis.set_ticks_position('top')
27
28  # ボックスの追加
29  elc = 4
30  recs = 3.6
31
32  # ボックスを作成する関数
33  def create_rectangle(elc, recs):
34      return patches.Rectangle((recs, -recs - (2 * elc - 2 * recs)),
35                               2 * elc - 2 * recs,
36                               2 * elc - 2 * recs,
37                               linewidth=2,
38                               edgecolor='k',
39                               fc='w',
40                               fill=True)
41
42  # ビームを作成する関数
43  def create_ellipse(elc, width, height, angle):
44      return patches.Ellipse(xy=(elc, -elc), width=width, height=height, angle=-angle
45                              , fc='black', ec='black', linewidth=1)
46
47  rect0p5 = create_rectangle(elc, recs)
48  f0p5 = create_ellipse(elc, 0.14, 0.14, -76.72) # (BMIN, BMAJ, deg)
49
50  ax[0].add_patch(rect0p5)
51  ax[0].add_patch(f0p5)
52
53  # モデル曲線表示
54  ax[0].scatter(RA_offset, Dec_offset, s=0.5, color='black')
55  ax[0].scatter(RA_offset_a, Dec_offset_a, s=3, color='blue')
56  ax[0].scatter(RA_offset_b, Dec_offset_b, s=3, color='red')
57
58  # 繰り返し処理

```

```

58 previous_pixel_x = 0
59 previous_pixel_y = 0
60
61 while current_radius_pixels <= min(height, width) / 2:
62     # 外側と内側の円の領域を設定
63     y, x = np.ogrid[:height, :width]
64     distances = np.sqrt((x - center_cut_image[0])**2 + (y - center_cut_image[1])
65                        **2)
66
67     angles = np.degrees(np.arctan2(y - center_cut_image[1], x - center_cut_image
68                                [0]))
69
70     # 負の角度を正の角度に変換
71     angles = (angles + 360) % 360
72
73     mask_radius = (distances <= current_radius_pixels) & (distances > (
74                    current_radius_pixels - radius_step_pixels))
75
76     if angle_min < angle_max:
77         mask_angle = (angles >= angle_min) & (angles <= angle_max)
78     else:
79         mask_angle = (angles >= angle_min) | (angles <= angle_max)
80
81     sector_mask = mask_radius & mask_angle
82
83     # 条件に合う領域で最大輝度を取得
84     masked_data = np.ma.masked_array(data_slice_0p5, mask=~sector_mask)
85     max_pixel = np.unravel_index(np.argmax(masked_data), data_slice_0p5.shape)
86     max_pixel_x = Y[max_pixel[0], max_pixel[1]] # 修正: X と Y を逆転
87     max_pixel_y = X[max_pixel[0], max_pixel[1]] # 修正: X と Y を逆転
88
89     # 線を描画
90     ax[0].plot([previous_pixel_x, max_pixel_x], [previous_pixel_y, max_pixel_y], '
91                blue', lw=0.8) # 修正: x と y を逆
92                                転
93     ax[0].scatter(max_pixel_x, max_pixel_y, color='white', s=3) # 修正: x と y を逆転
94
95     # 更新
96     previous_pixel_x = max_pixel_x
97     previous_pixel_y = max_pixel_y

```

```

90     current_radius_pixels += radius_step_pixels
91
92     # 初期データと定数設定
93     beamsize_arcsec = 0.14
94     rms = 0.00155 # Jy/beam
95
96     # 画像の中心を設定
97     height, width = data_slice_0p5.shape
98     center_cut_image = (width // 2, height // 2)
99
100    # 初期設定
101    radius_arcsec = 0.03
102    radius_step_pixels = radius_arcsec / pix
103    current_radius_pixels = radius_step_pixels
104    position_angle = 312.8 # 角度を設定
105
106    # 結果を保存するリスト
107    distances_from_center = []
108    signed_distances_to_model = []
109    errors_arcsec = [] # エラーバーを保存するリスト
110
111    # モデル曲線を配列に変換
112    model_points = np.array(list(zip(RA_offset, Dec_offset)))
113    model_points_a = np.array(list(zip(RA_offset_a, Dec_offset_a)))
114    model_points_b = np.array(list(zip(RA_offset_b, Dec_offset_b)))
115
116    # 中心からの半径を計算
117    radius = np.sqrt(RA_offset**2 + Dec_offset**2)
118
119    # distances_to_model_a および distances_to_model_b を計算
120    distances_to_model_a = []
121    distances_to_model_b = []
122
123    for ra, dec in zip(RA_offset, Dec_offset):
124        # モデルとの距離を計算A
125        distances_a = np.sqrt((RA_offset_a - ra)**2 + (Dec_offset_a - dec)**2)

```

```

126     distances_to_model_a.append(np.min(distances_a))
127
128     # モデルとの距離を計算B
129     distances_b = np.sqrt((RA_offset_b - ra)**2 + (Dec_offset_b - dec)**2)
130     distances_to_model_b.append(np.min(distances_b))
131
132     # リストを配列に変換
133     distances_to_model_a = np.array(distances_to_model_a)
134     distances_to_model_b = np.array(distances_to_model_b)
135
136     # モデルとの距離を連続的な曲線としてプロット（縦軸プラス側） A
137     ax[1].plot(radius, distances_to_model_a, linestyle='-', color='blue', label=f"v_lsr
        = {v_los - v_res / 2:.1f} km/s")
138
139     # モデルとの距離を連続的な曲線としてプロット（縦軸マイナス側） B
140     ax[1].plot(radius, -distances_to_model_b, linestyle='-', color='red', label=f"v_lsr
        = {v_los + v_res / 2:.1f} km/s")
141
142     # モデルとモデルの間の領域を灰色で塗りつぶすAB
143     ax[1].fill_between(radius, distances_to_model_a, -distances_to_model_b, color='gray
        ', alpha=0.3)
144
145     '''グラフに表示するモデル
146     -----とモデルのどちらをプラス側マイナス側にするかは、個人の好みであったり、円盤ABposition の向き、に
        よって変える必要がある。angle_v_rotphi_pm-----
147     # モデルとの距離を連続的な曲線としてプロット（縦軸マイナス側） A
148     ax[1].plot(radius, -distances_to_model_a, linestyle='-', color='blue', label=f"
        v_lsr = {v_los - v_res / 2:.1f} km/s")
149
150     # モデルとの距離を連続的な曲線としてプロット（縦軸プラス側） B
151     ax[1].plot(radius, distances_to_model_b, linestyle='-', color='red', label=f"v_lsr
        = {v_los + v_res / 2:.1f} km/s")
152
153     # モデルとモデルの間の領域を灰色で塗りつぶすAB
154     ax[1].fill_between(radius, -distances_to_model_a, distances_to_model_b, color='gray
        ', alpha=0.3)
155     '''

```

```

156
157 # ループ処理
158 while current_radius_pixels <= min(height, width) / 2:
159     # 外側と内側の円の領域を設定
160     y, x = np.ogrid[:height, :width]
161     distances = np.sqrt((x - center_cut_image[0])**2 + (y - center_cut_image[1])
162                        **2)
163
164     angles = np.degrees(np.arctan2(y - center_cut_image[1], x - center_cut_image
165                                   [0]))
166
167     # 負の角度を正の角度に変換
168     angles = (angles + 360) % 360
169
170     mask_radius = (distances <= current_radius_pixels) & (distances > (
171                    current_radius_pixels - radius_step_pixels))
172
173     if angle_min < angle_max:
174         mask_angle = (angles >= angle_min) & (angles <= angle_max)
175     else:
176         mask_angle = (angles >= angle_min) | (angles <= angle_max)
177
178     sector_mask = mask_radius & mask_angle
179
180     # 条件に合う領域で最大輝度ピクセルを取得
181     masked_data = np.ma.masked_array(data_slice_0p5, mask=~sector_mask)
182     max_pixel = np.unravel_index(np.argmax(masked_data), data_slice_0p5.shape)
183
184     # 最大輝度ピクセルの輝度を取得
185     max_pixel_intensity = data_slice_0p5[max_pixel[0], max_pixel[1]]
186
187     # エラーバー計算
188     snr = max_pixel_intensity / rms
189     error_arcsec = beamsize_arcsec / (snr * 0.9)
190     errors_arcsec.append(error_arcsec) # エラーバーをリストに追加
191
192     # モデル曲線上の最小距離点を計算
193     max_pixel_x = X[max_pixel[0], max_pixel[1]]
194     max_pixel_y = Y[max_pixel[0], max_pixel[1]]

```

```

189     distances_to_model = np.sqrt((model_points[:, 0] - max_pixel_y)**2 + (
        model_points[:, 1] - max_pixel_x)**2)
190     nearest_point_index = np.argmin(distances_to_model)
191     nearest_point = model_points[nearest_point_index]
192
193     # 距離計算 (符号付き)
194     signed_distance = np.hypot(max_pixel_x - nearest_point[1], max_pixel_y -
        nearest_point[0])
195     if max_pixel_y > nearest_point[0]: # 軸における位置関係で符号付け x
196         signed_distance = signed_distance # 側+
197     else:
198         signed_distance = -signed_distance # 側-
199
200     # 中心からの距離を計算
201     center_distance = current_radius_pixels * 0.02
202
203     distances_from_center.append(center_distance)
204     signed_distances_to_model.append(signed_distance)
205
206     # 半径更新
207     current_radius_pixels += radius_step_pixels
208
209     # 最後の結果を同じグラフに追加
210     ax[1].plot(distances_from_center, signed_distances_to_model, marker='o', markersize
        =3, linestyle='--', color='green')
211     ax[1].errorbar(distances_from_center, signed_distances_to_model, yerr=errors_arcsec
        , fmt='o', capsize=5, color='black', markersize=3, label="Positional accuracy")
212
213     # 軸ラベルとタイトルの設定
214     ax[1].set_xlabel('Radius ["']', fontsize=25) # 横軸の単位は arcsec
215     ax[1].set_ylabel('Distance ["']', fontsize=25)
216     ax[1].set_xlim(-0.2, 3.7) # 範囲はその都度変更
217     ax[1].set_ylim(-0.7, 0.7) # 範囲はその都度変更
218
219     # 凡例の設定
220     ax[1].legend()

```



```
221 ax[1].grid()
222
223 # グラフを表示
224 plt.show()
```

Listing C.1: 等速度曲線モデルと kink の比較図作成のコード

付録 D

ロバストパラメータごとの CLEAN イメージ におけるモデルと kink の比較

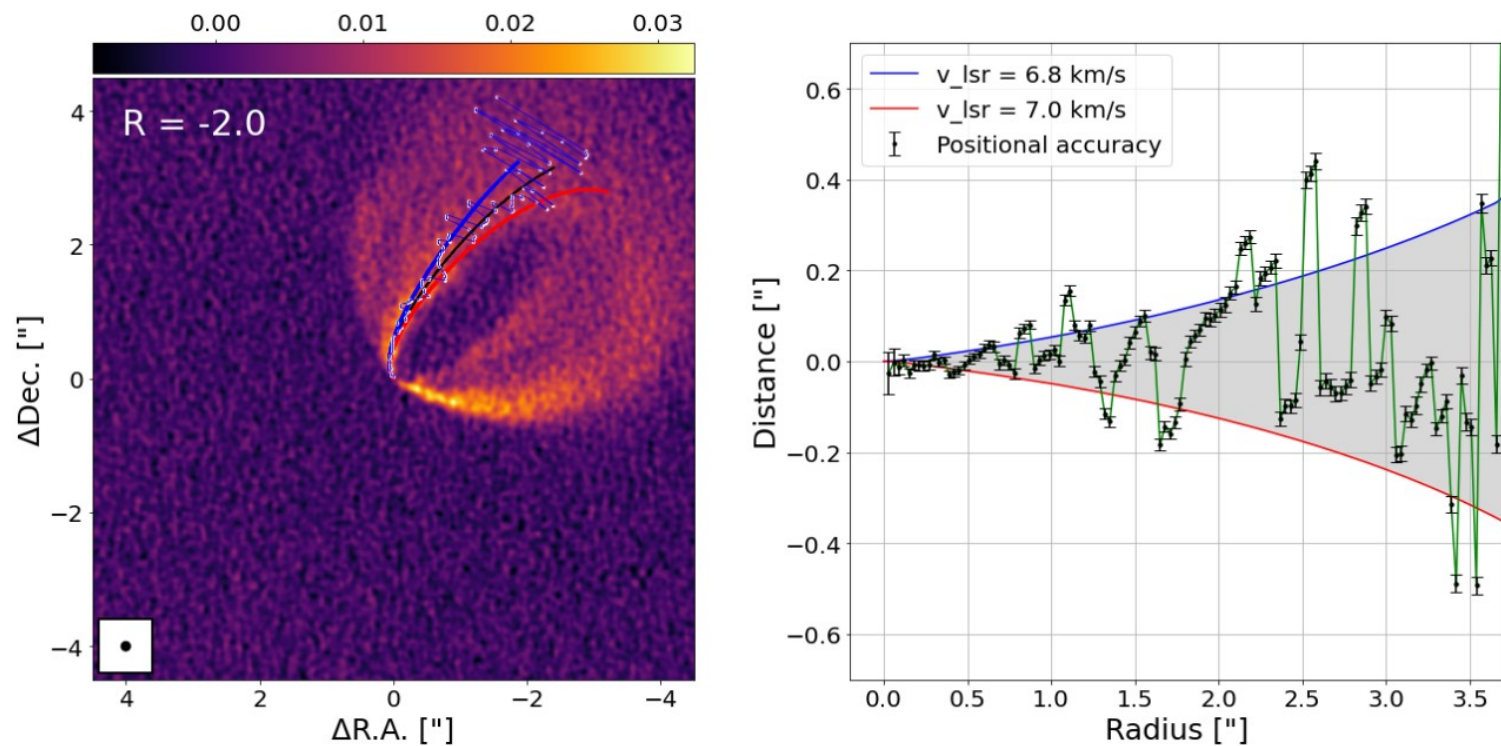


図 D.1. $R = -2.0$ のときの CLEAN イメージ

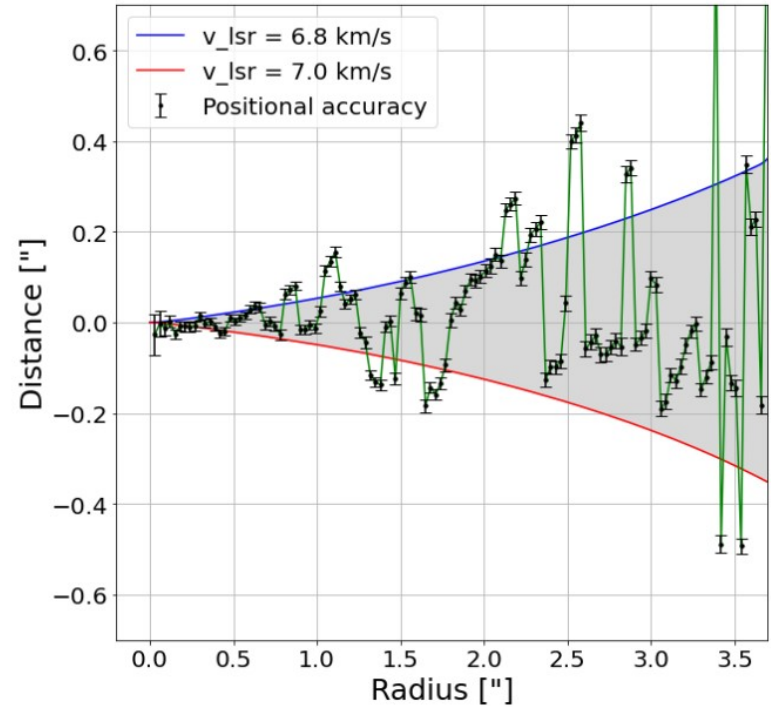
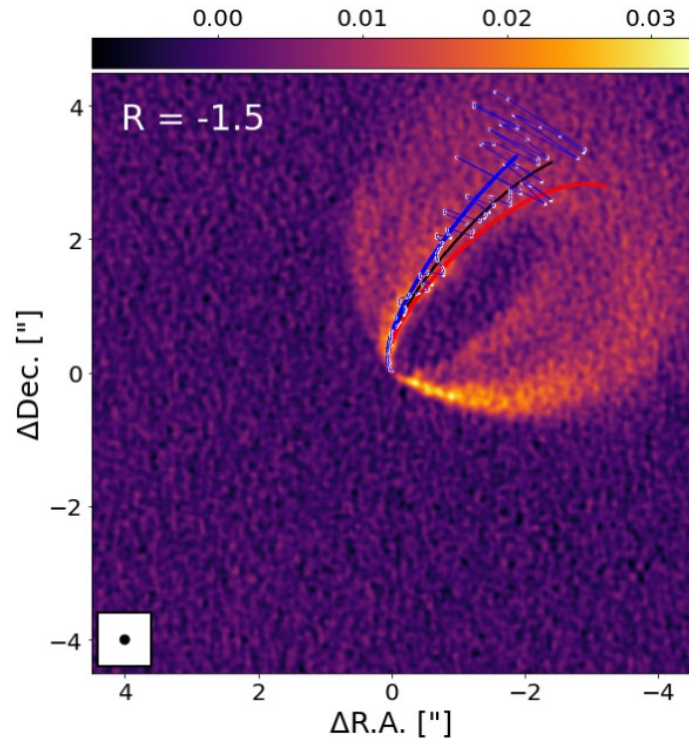


図 D.2. $R = -1.5$ のときの CLEAN イメージ

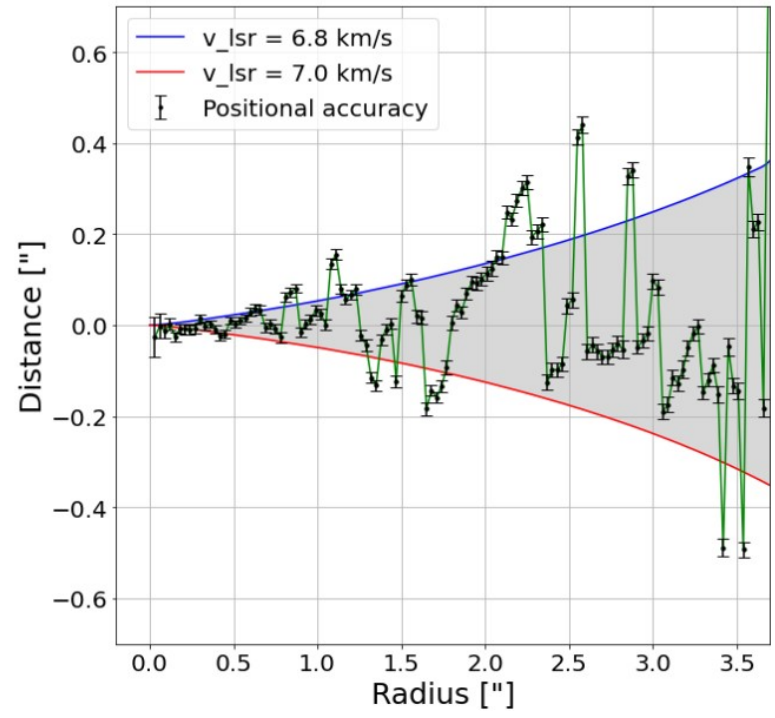
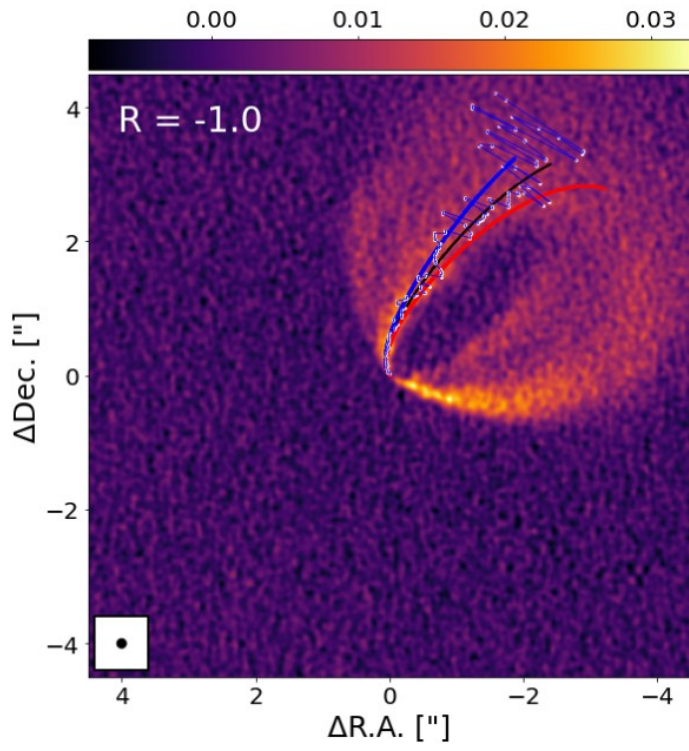


図 D.3. $R = -1.0$ のときの CLEAN イメージ

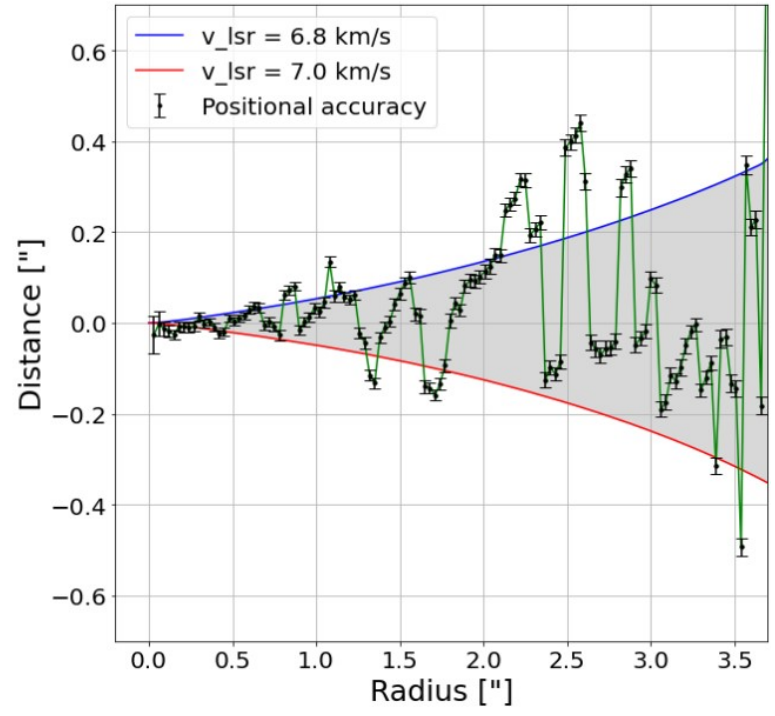
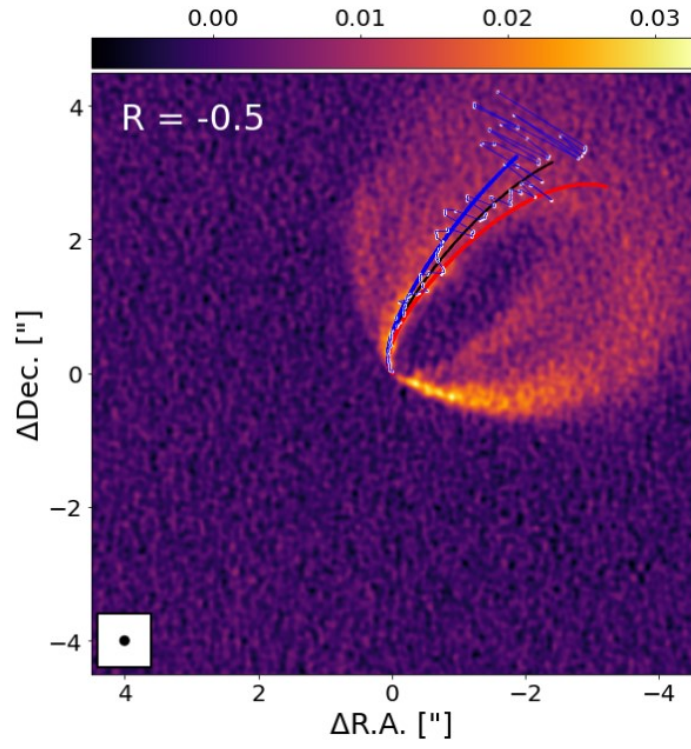


図 D.4. $R = -0.5$ のときの CLEAN イメージ

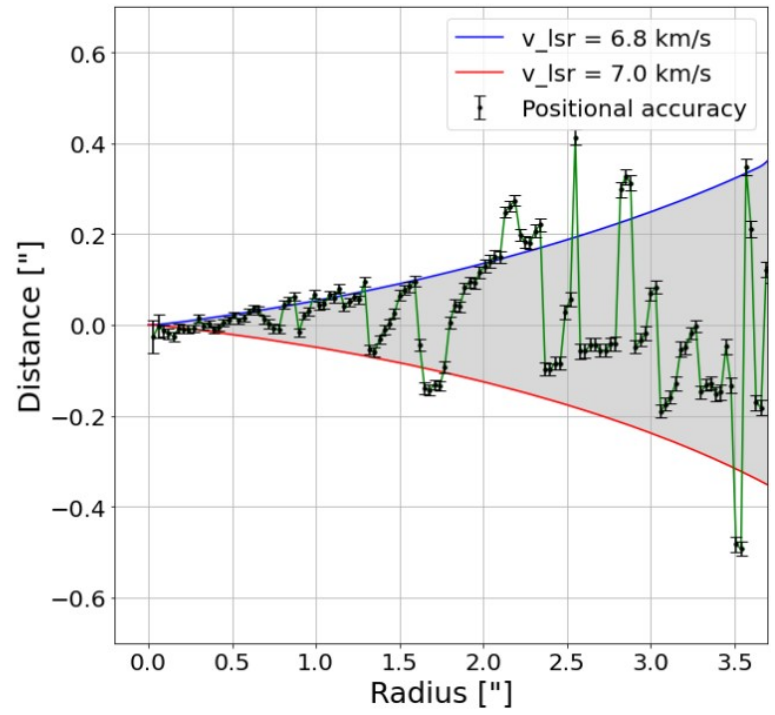
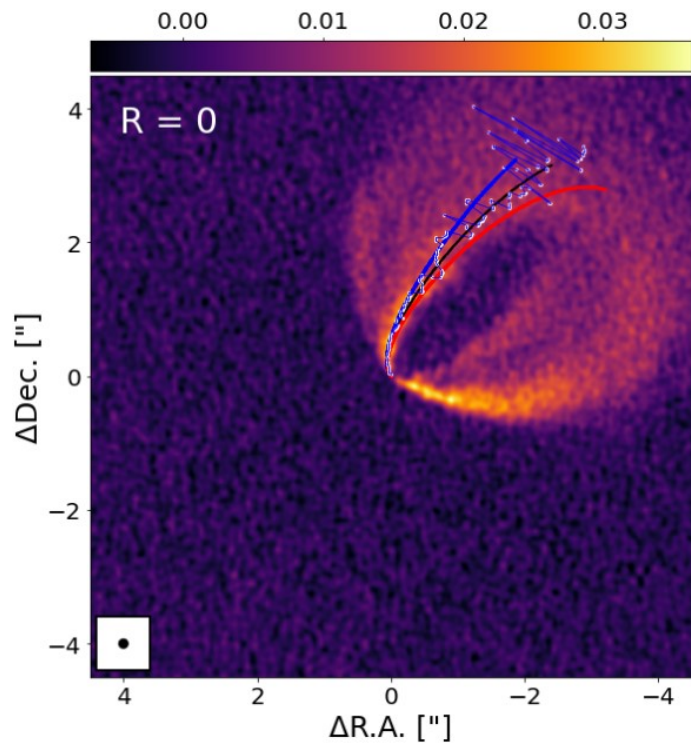


図 D.5. $R = 0$ のときの CLEAN イメージ

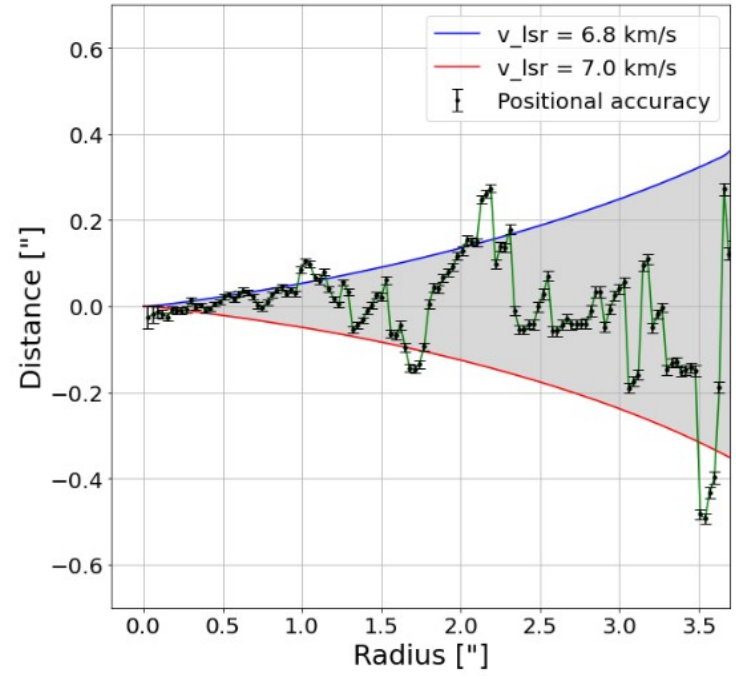
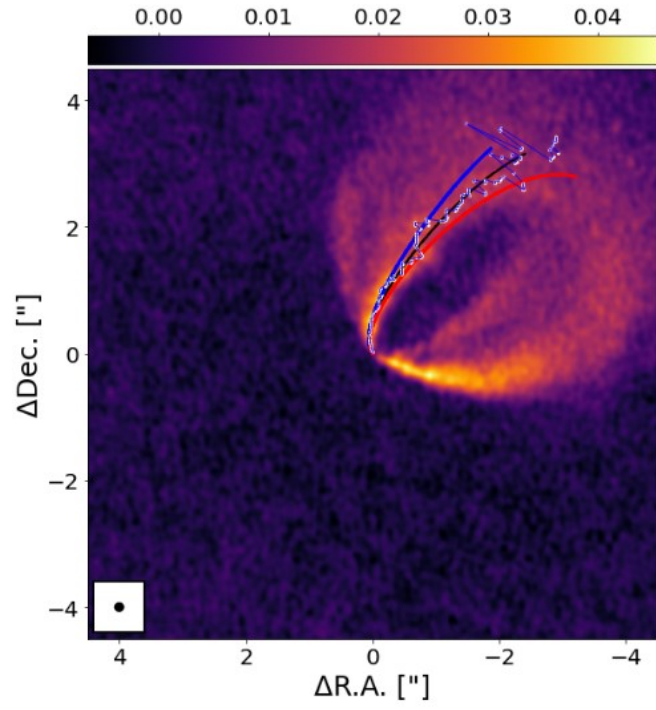


図 D.6. $R = 0.5$ のときの CLEAN イメージ

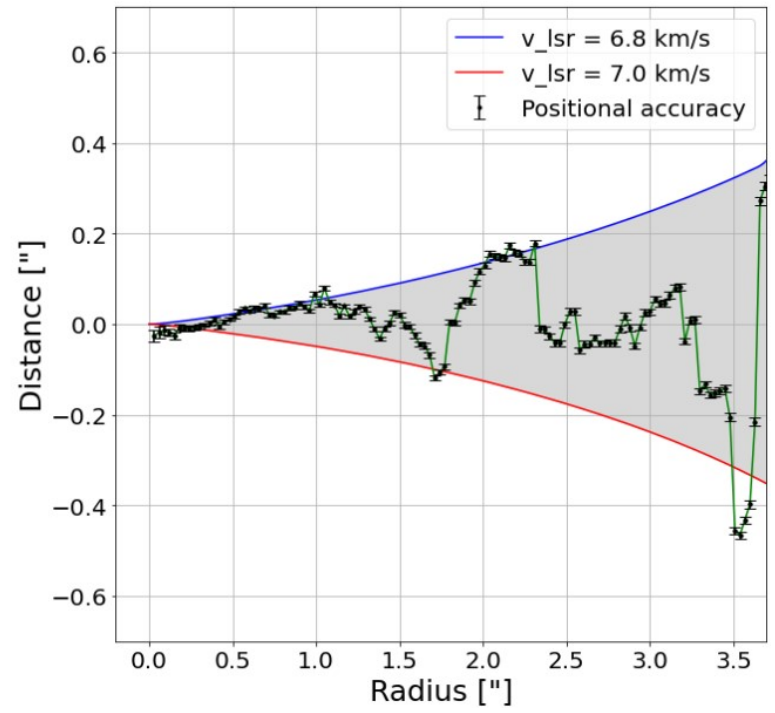
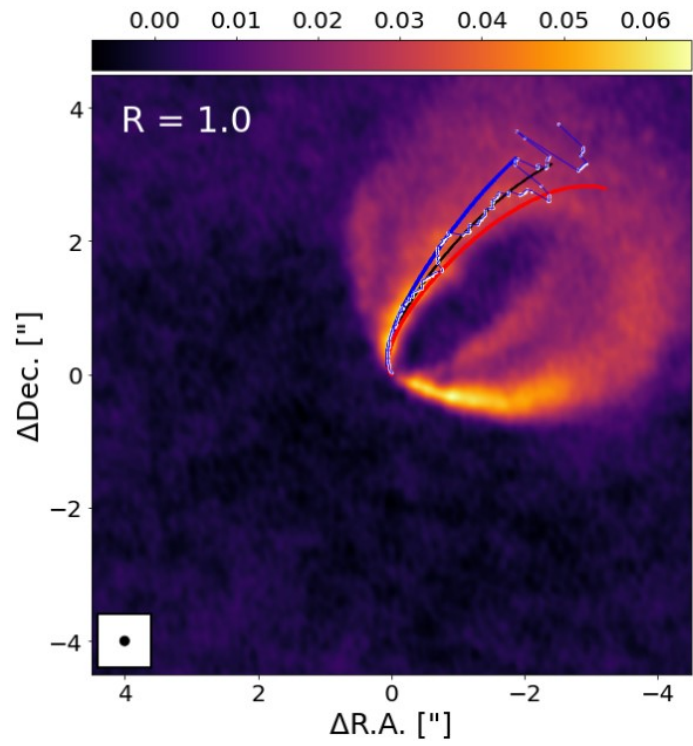


図 D.7. $R = 1.0$ のときの CLEAN イメージ

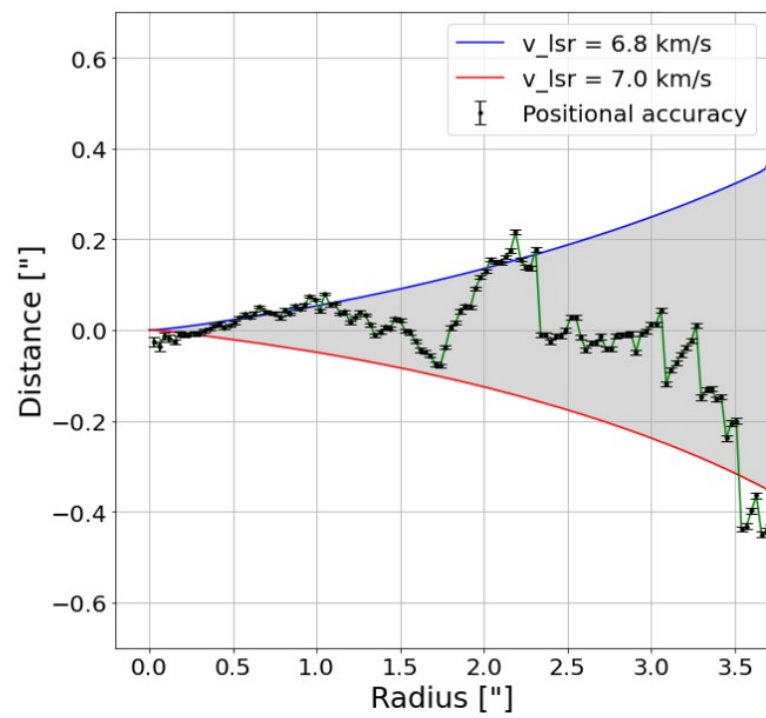
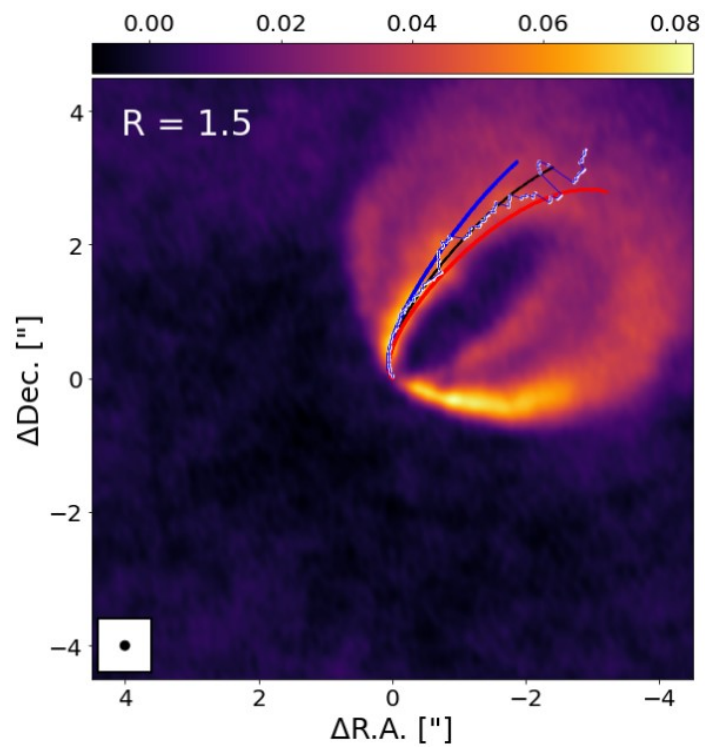


図 D.8. $R = 1.5$ のときの CLEAN イメージ

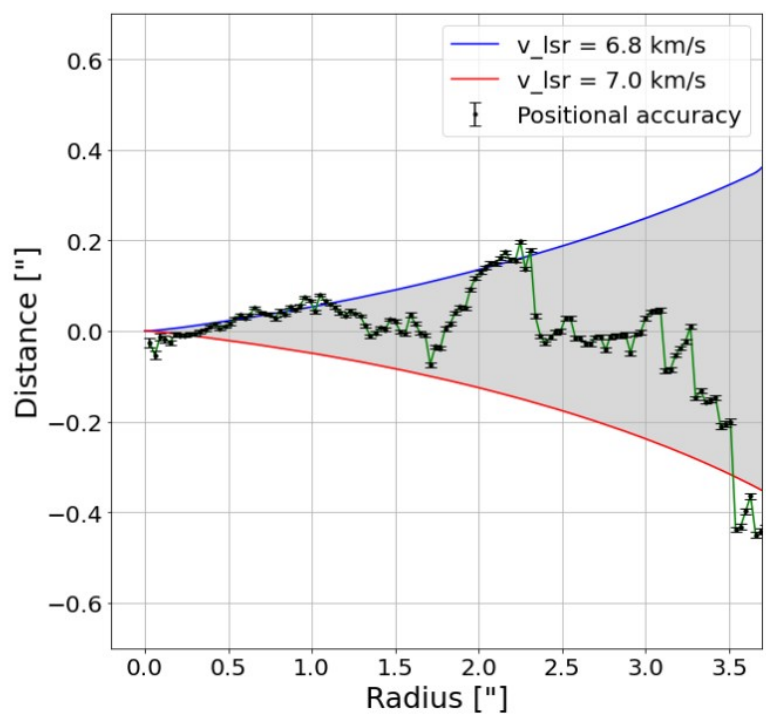
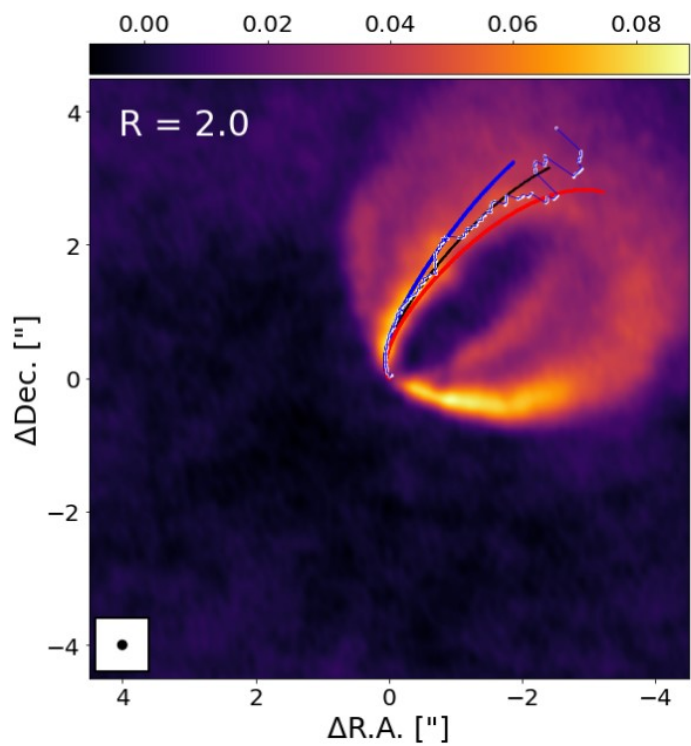


図 D.9. $R = 2.0$ のときの CLEAN イメージ