

2019 年度
学士卒業論文

ALMA 望遠鏡を用いた
遷移円盤の内部構造の観測的研究

茨城大学理学部理学科
物理学コース

16S2042X 折原龍太

概要

星形成中に形成される原始惑星系円盤の中でも、中心付近のダストが散逸し空洞をもつものが存在する。それを遷移円盤と呼ぶ。円盤の分類は Spectral Energy Distribution (SED) が用いられ、遷移円盤は遠赤外線波長帯で赤外超過するものとして分類される。

最近の観測により、SED から遷移円盤に分類されていた DM Tau が前遷移円盤の構造をしていることが分かった。前遷移円盤とは遷移円盤の中心付近に内部円盤が存在するものである。

ALMA 望遠鏡を用いた観測では、SED から遷移円盤に分類されている天体を選び出し、前遷移円盤の特徴である内部円盤が存在しているか調査した。本研究では、観測された天体の中から SY Cha に注目し、内部円盤の発見を試みた。

目次

第 1 章	研究背景	2
1.1	Spectral Energy Distribution (SED)	2
1.2	遷移円盤と前遷移円盤	4
第 2 章	観測	6
2.1	観測天体	6
2.2	観測方法	8
第 3 章	連続波のイメージング	11
3.1	スパース配列 MS	11
3.2	コンパクト配列 MS	15
3.3	Concat MS	17
第 4 章	輝線のイメージング	19
4.1	$^{12}\text{CO}(2-1)$ 輝線	19
4.2	$^{13}\text{CO}(2-1)$ 輝線	26
第 5 章	まとめと展望	32
付録 A	イメージングの原理	33
A.1	干渉計の基礎	33
A.2	Data Reduction	35
A.3	重み付け	37
A.4	CLEAN	39
A.5	Self-Calibration	41
付録 B	2 次元像とフーリエ変換	43
付録 C	ビジビリティのモデルフィット	46
C.1	ハンケル変換	47
C.2	方位角対称な円盤のモデルフィット	47
参考文献		49

第 1 章

研究背景

遷移円盤とは、中心付近のダストが散逸し空洞が存在する円盤である。これに加えて、Spectral Energy Distribution (SED) の遠赤外線波長帯で赤外超過する特徴を持つ。

最近の研究で、SED の特徴から遷移円盤と考えられていた DM Tau に内部円盤の存在が示唆され、前遷移円盤 (1.2) と似た構造をしていることが分かった。これにより、SED による円盤の分類を見直す必要が出てきた。

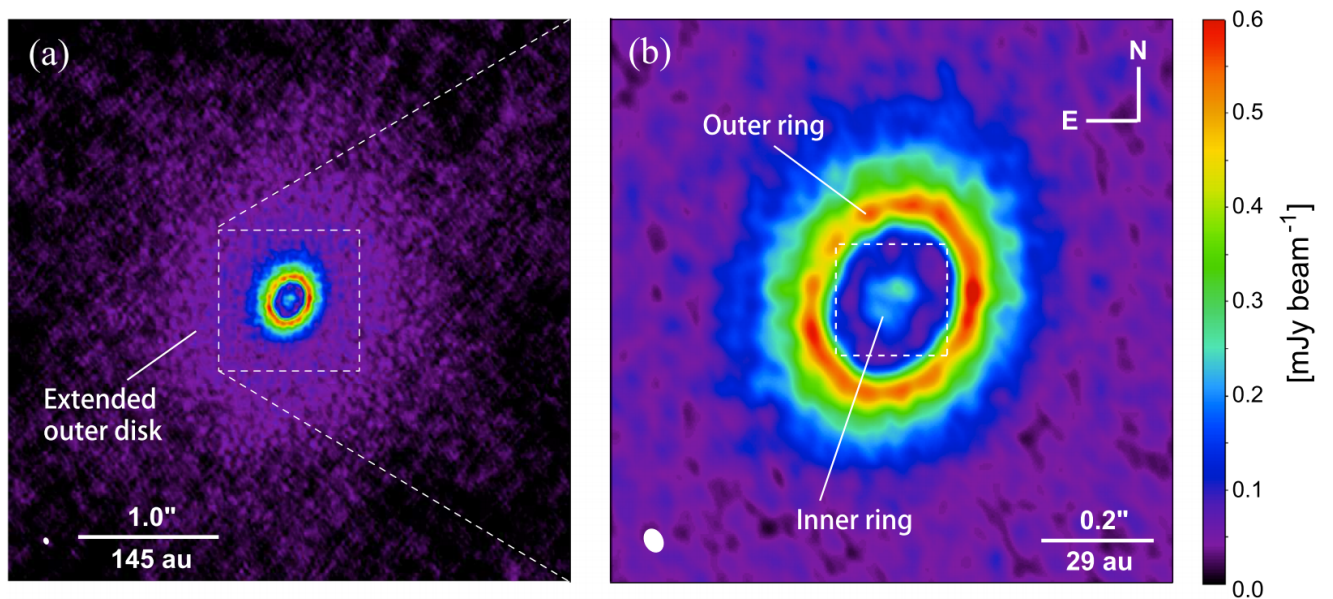


図 1.1 DM Tau のイメージ [1]

ここでは SED と遷移円盤、前遷移円盤について説明する。

1.1 Spectral Energy Distribution (SED)

原始星から前主系列星の進化段階にある若い星を総称して Young Stellar Object (YSO) と呼ぶ。YSO の進化プロセスを知るための手がかりとして Spectral Energy Distribution (SED) が挙げられる。YSO の SED には主に 2 つの成分がある。1 つは中心星からの放射であり、可視光領域をピークとする黒体放射のような形を持つ。もう一つはそれに付随する円盤からの放射であり、赤外

線・ミリ波帯に広がった SED を持つ。

SED の勾配 (スペクトルインデックス)

$$\alpha = \frac{d \ln(\lambda F_\lambda)}{d \ln \lambda} \quad (1.1)$$

によって 4 つの class に分類される。[2]

- Class 0

原始星が光学的に厚いエンベロープによって完全に隠されている。自己重力エネルギーの解放をエネルギー源として放出することで光っている。低温で濃いエンベロープに取り囲まれているため、サブミリ波からミリ波以上の長波長でのみ検出される。

- Class I $\cdots \alpha > 0$

エンベロープに覆われているが、原始星からの一部の放射が観測される。赤外線エネルギー超過は星周りの円盤の寄与によるものである。観測波長としては、星周物質の量が大きく、中心の減光が大きいため減光の少ないサブミリ波、ダスト柱密度がやや低下しているため遠赤外線まで放射が確認できる。

- Class II $\cdots -2 < \alpha < 0$

可視光観測により、classical T Tauri star(CTTS) に分類されていた前主系列星に対応する。星周円盤をもつが、エンベロープは完全に消失している。星の黒体放射に対して円盤による赤外線放射が見られる。

- Class III $\cdots \alpha < -2$

可視光観測により、weak-line T Tauri star(WTTS) に分類されていた前主系列星に対応する。エンベロープは消失しており、ごく小質量の円盤が付随している。可視光から赤外線の間では、恒星の表面温度の黒体放射曲線で近似できる。

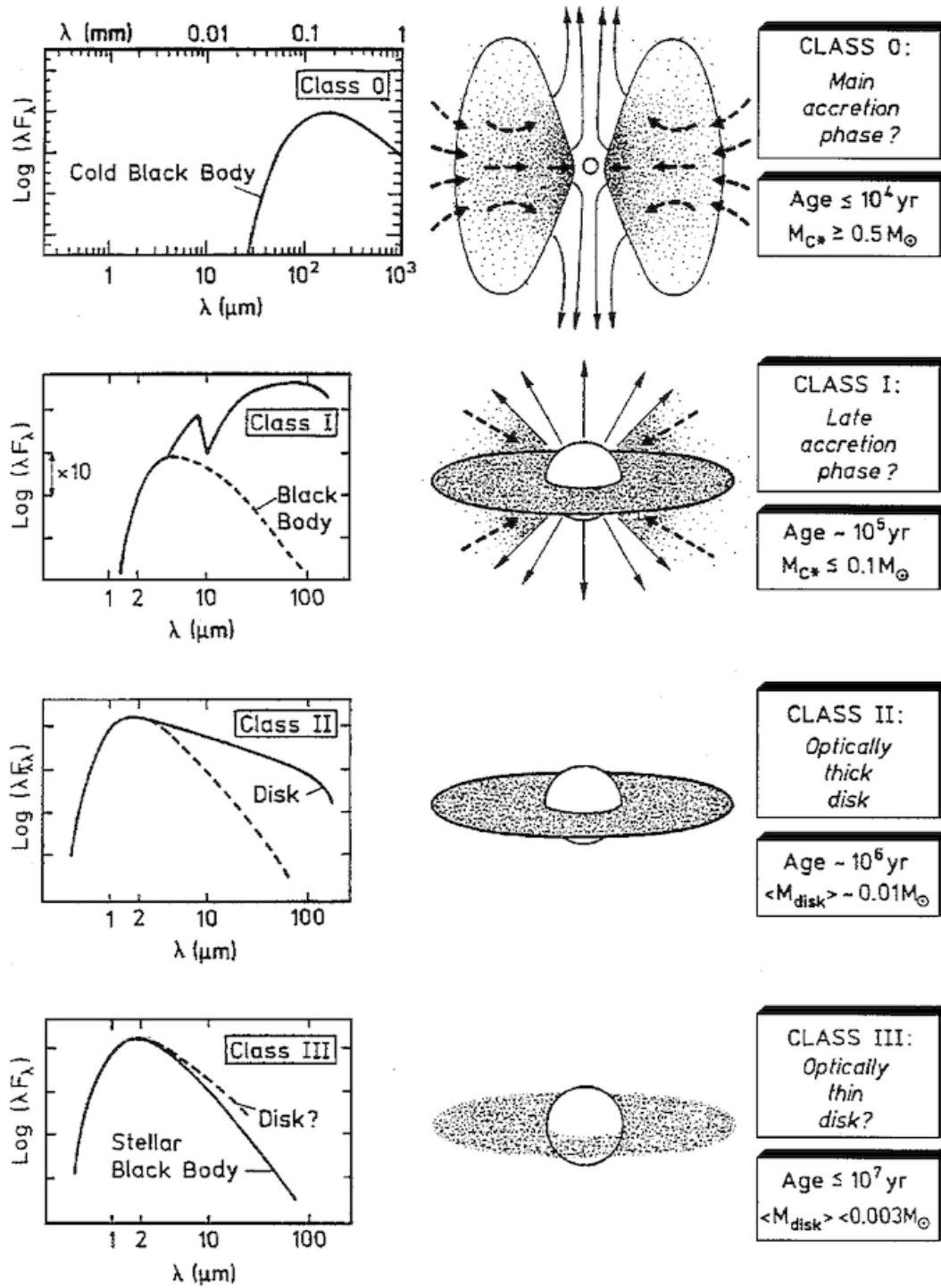


図 1.2 SED による YSO 進化段階 [3]

1.2 遷移円盤と前遷移円盤

円盤の構造は赤外線、ミリ波長帯の SED によって分類されている。下図は SED と円盤構造の関係を示したものである。

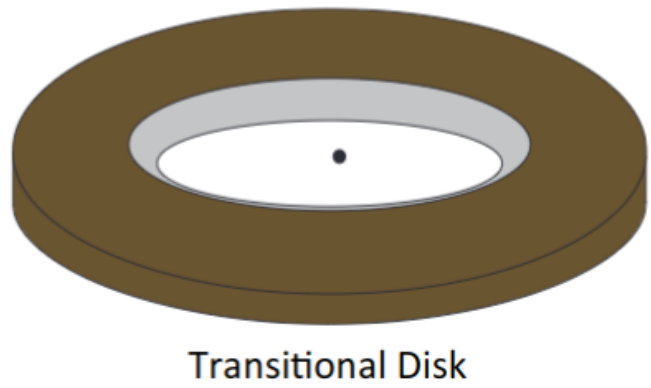
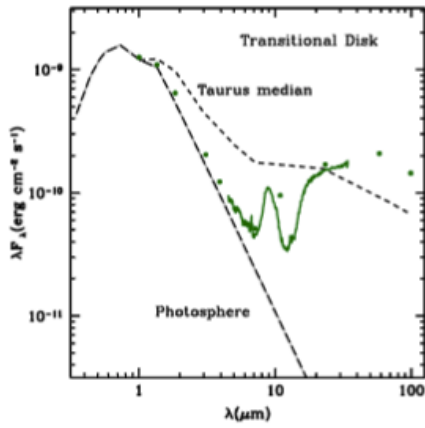
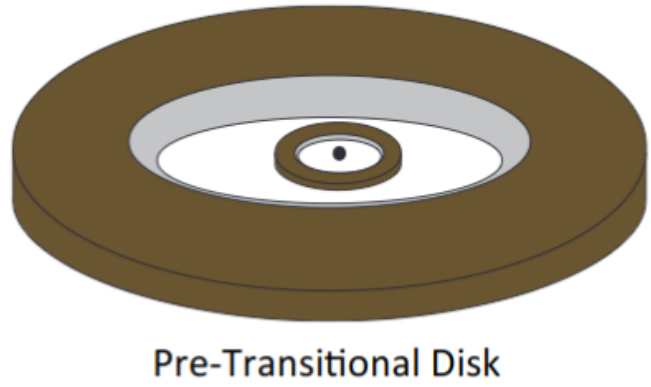
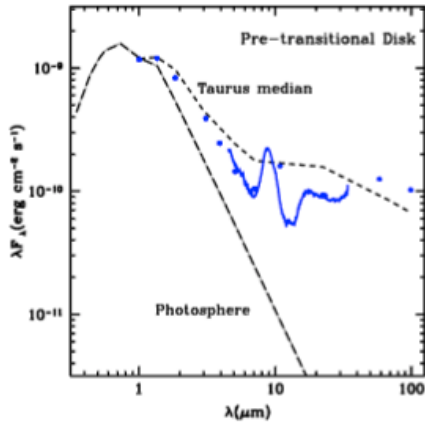
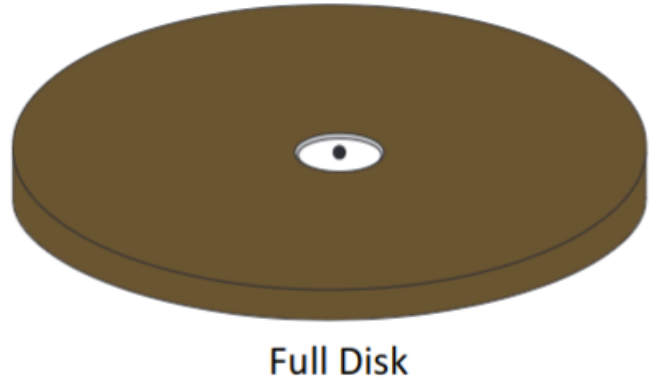
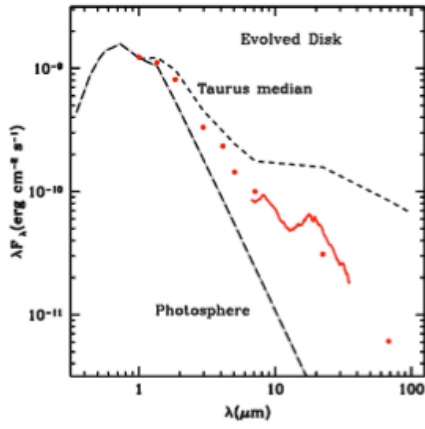


図 1.3 SED [4]

図 1.4 円盤構造 [4]

遠赤外線 ($4\mu\text{m}\sim 1\text{mm}$) で赤外超過が見られる円盤を遷移円盤と呼ぶ。遷移円盤の形成過程は未だに分かっていない。

前遷移円盤は遷移円盤の中心付近に内部円盤が存在すると考えられている。また、SED において近赤外線波長帯でも赤外超過が見られる円盤である。

第 2 章

観測

2.1 観測天体

今回の ALMA を用いた観測 (2018.1.00689.S, PI:T. Muto) では、SED の特徴から遷移円盤と分類されている円盤を選出し、DM Tau のように内部円盤が付随しているのか調査した。以下は本観測で選出された円盤である。

表 2.1 選出された円盤

観測天体	以前の ALMA data (分解能, Band)
RXJ1633.9-2442	0".14, Band 7
SR 21	0".23, Band 7
	0".06, Band 3
RXJ1852.3-3700	0".2, Band 7
Sz 111	0".18, Band 6
SY Cha	0".6, Band 7
TYC 7851-810-1	0".18, Band 6

本研究では上の中から SY Cha に注目し、解析を行った。この天体の詳細を以下にまとめる。

表 2.2 観測天体のパラメータ

観測天体	SY Cha
Ra. (ICRS)	10:56:30
Dec. (ICRS)	-77:11:39
スペクトル型	K7 [5]
有効温度	4060 K [5]
距離	180 pc [6]
P. A.	160° [6]
Inclination	39° [6]

図 2.1 は赤外線、ミリ波波長帯の多波長観測により得られた SY Cha の SED である。

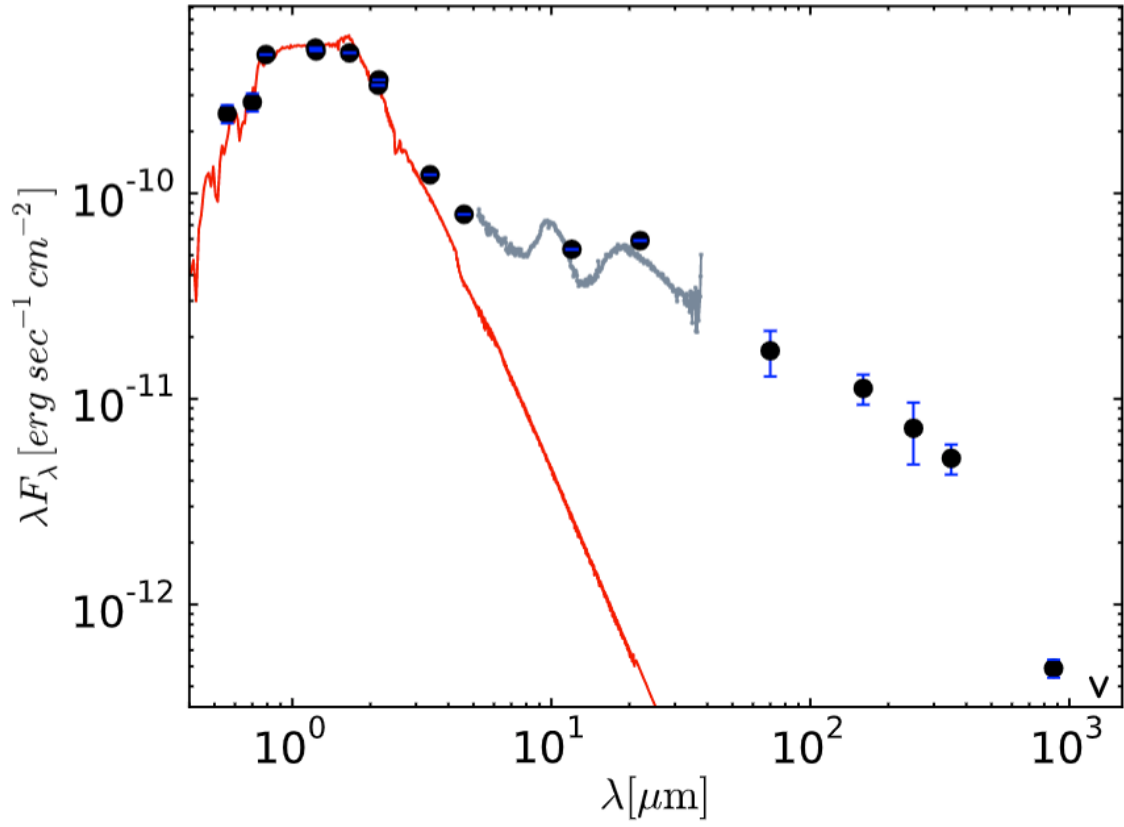


図 2.1 SY Cha の SED [7]

赤線はモデル大気 (Allard et al. (2012)) である。これはほぼ黒体放射でフィットできる。この線よりも超過して観測されるフラックスがあり、これは周囲の円盤の熱放射が原因であると考えられる。

2.2 観測方法

2.2.1 スパース配列観測

2019 年 6 月 22 日 (UT) にスパース配列観測が行われた。ALMA 観測では基本的に 1 時間で 1 つの MS (Measurement Set) を作る。今回の観測時間は 2 時間を超えているので 2 つの MS がある。

以下は観測の詳細である。

表 2.3 2019/6/22 の観測パラメータ

観測時間	2 時間 26 分
観測周波数	Band6 (216~233GHz)
アンテナ台数	48 台
速度分解能	633.7 m/s
観測輝線	CO(2-1) : 230.536 GHz $^{13}\text{CO}(2-1)$: 220.387 GHz $\text{C}^{18}\text{O}(2-1)$: 219.549 GHz

以下はアンテナの配列をプロットした図である。

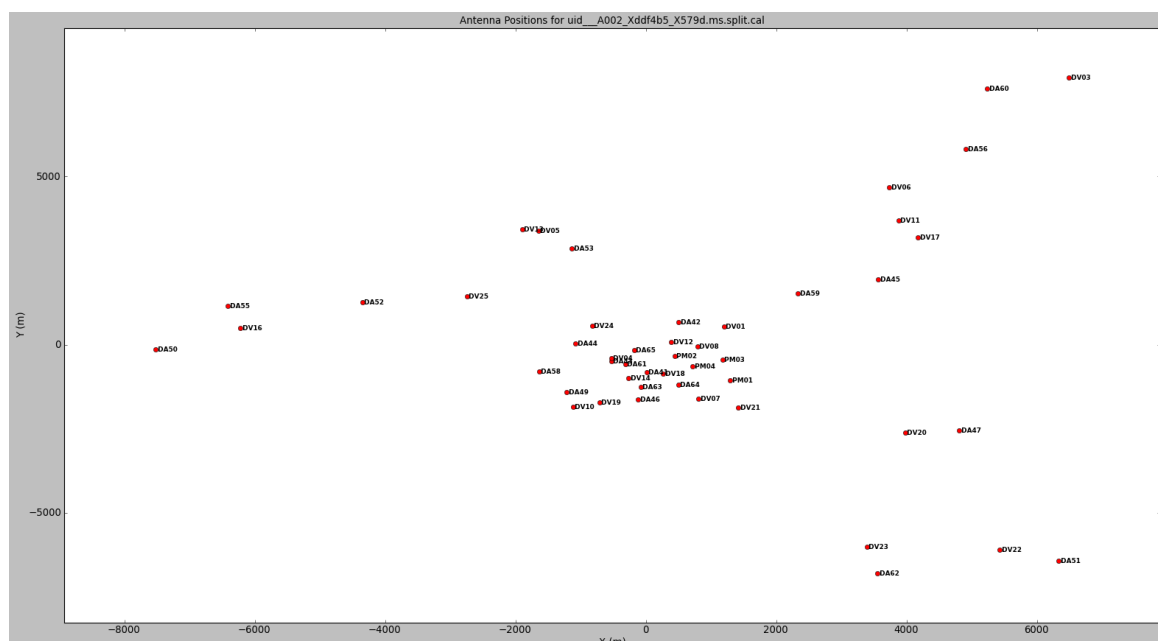


図 2.2 2019/6/22(UT) のアンテナ配列

2.2.2 コンパクト配列観測

2019年8月19日(UT)、9月25日(UT)にコンパクト配列観測が行われた。それぞれの観測におけるパラメータとアンテナ配列を以下に示す。

表 2.4 2019/8/19 の観測パラメータ

観測時間	32 分
観測周波数	Band6 (216~233GHz)
アンテナ台数	45 台
速度分解能	633.7 m/s
観測輝線	CO(2-1) : 230.536 GHz $^{13}\text{CO}(2-1)$: 220.387 GHz $\text{C}^{18}\text{O}(2-1)$: 219.549 GHz

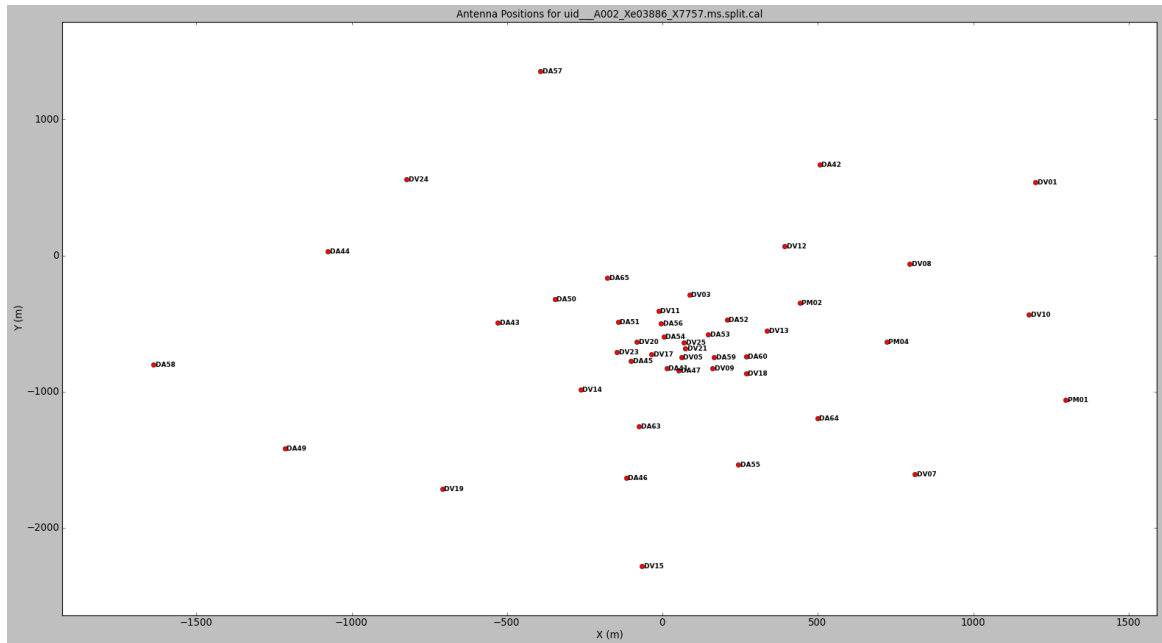


図 2.3 2019/8/19(UT) のアンテナ配列

表 2.5 2019/9/25 の観測パラメータ

観測時間	30 分
観測周波数	Band6 (216~233GHz)
アンテナ台数	50 台
速度分解能	633.7 m/s
観測輝線	CO(2-1) : 230.536 GHz ¹³ CO(2-1) : 220.387 GHz C ¹⁸ O(2-1) : 219.549 GHz

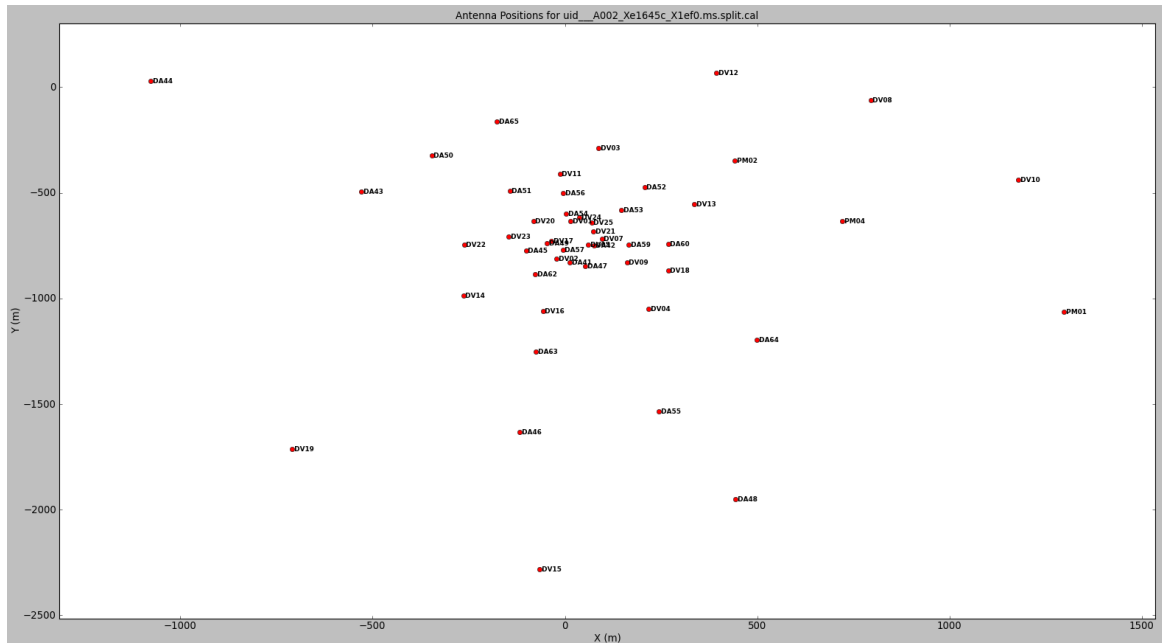


図 2.4 2019/9/25(UT) のアンテナ配列

それぞれの観測日が離れていることもあり、天体の固有運動を考慮してマップ中心を決め直す必要がある。固有運動とは天球上での見かけの動きのことで、一般に近距離の星ほど運動が大きい。今回は Baobab Liu 氏の解析ログを参考にし、固有運動を fixplanets タスクを実行することで補正した。また、今後 Gaia で得られたデータを用いて自分で計算し直すことを考えている。以下はその際に参照するデータである。

表 2.6 SY Cha の固有運動 [8]

RA 方向の速度	標準偏差	Dec 方向の速度	標準偏差
-23.714 mas/yr	0.037 mas/yr	2.822 mas/yr	0.035 mas/yr

第 3 章

連続波のイメージング

ここでは、ダスト連続波イメージングの結果を示す。スパース配列 MS とコンパクト配列 MS で各々イメージングした。その後、2つの MS を足し合わせた (concat) イメージングも行った。また、イメージングの基礎知識については付録 A を参照。

3.1 スパース配列 MS

今回のスパース配列データを Natural でイメージングする際、以下のような縞々のパターンが現れる。

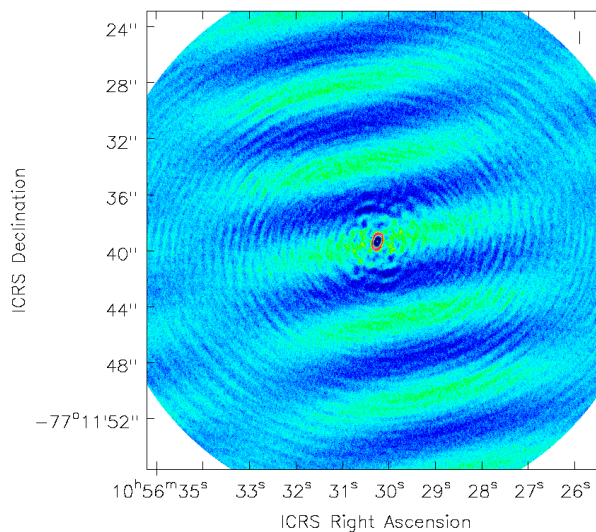


図 3.1 Natural weighting のイメージ

これは uv coverage 上の短基線成分が以下のようにプロットされていることが原因と考えられる。

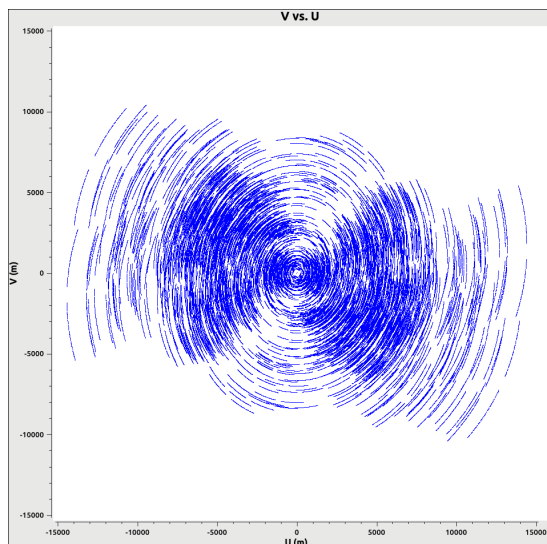


図 3.2 スパース配列データの uv coverage

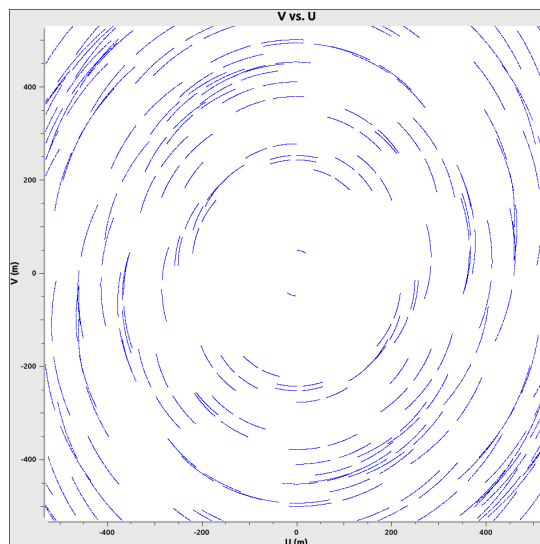


図 3.3 ズームした uv coverage

uv coverage は原点对称の 2 つのデルタスパイク対の集合であり、そのフーリエ変換は合成ビームとなる。また、原点对称の 2 つのデルタスパイクのフーリエ変換は $\cos$ になる。(付録 B 参照)
実際に uv coverage 中心付近の短基線成分のみでイメージングすると以下ようになった。

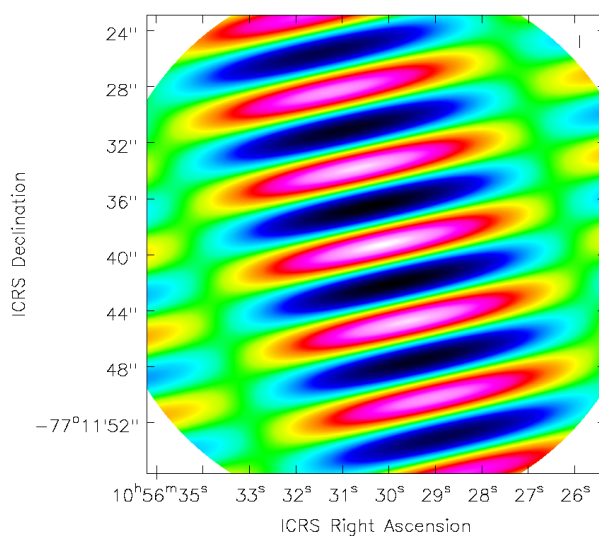


図 3.4 短基線成分のみのイメージ

短基線成分を Flag することで縞々パターンの問題が解決すると考えられる。Flag 後の uv coverage は以下である。

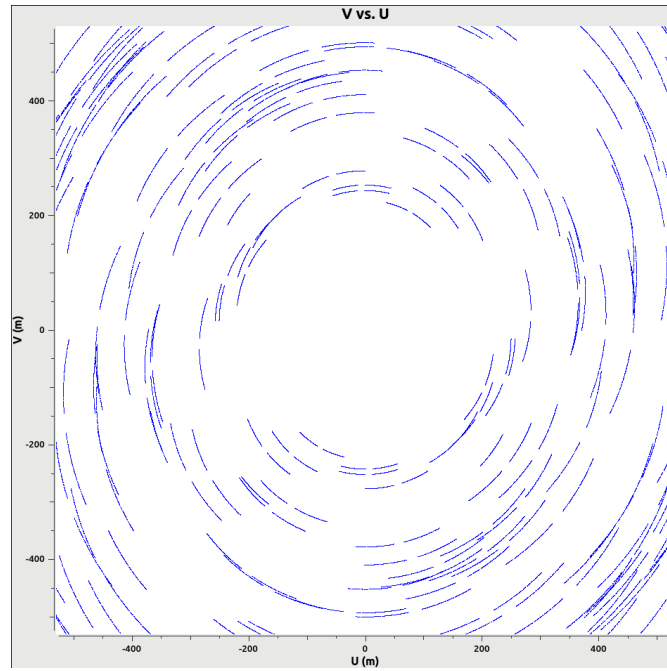


図 3.5 ズームした uv coverage (flag 済み)

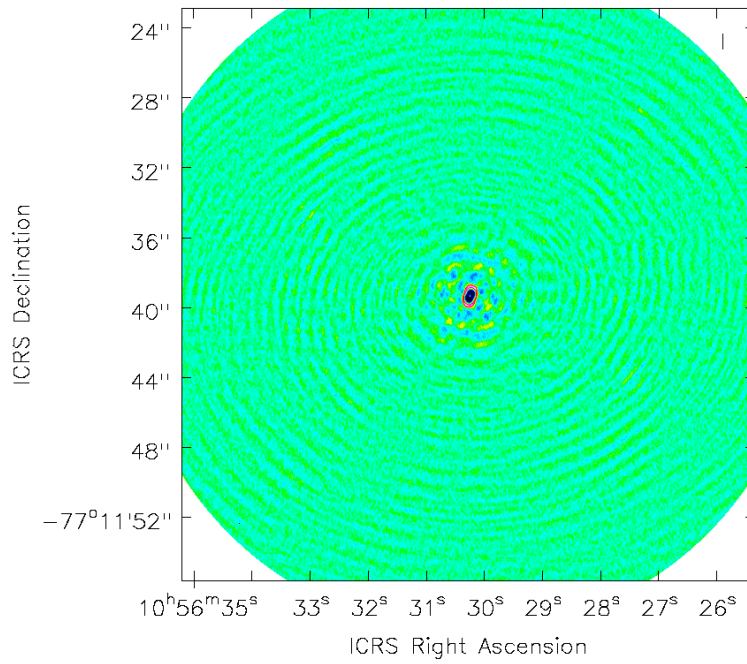


図 3.6 Flag 後の Natural weighting のイメージ

上のイメージは dirty image である。これを Self-Calibration した後、Natural weight で CLEAN したイメージを以下に示す。また、1 ピクセルのサイズは 0.005arcsec に設定した。

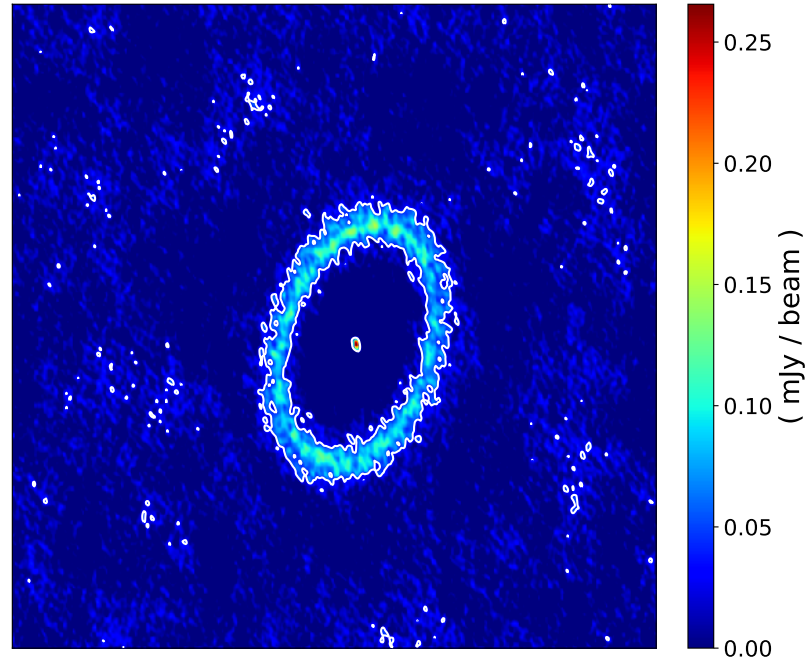


図 3.7 Flag 済みスパース配列データの CLEAN イメージ $[1.5'' \times 1.5'']$

表 3.1 イメージのパラメータ

合成ビーム	$0''.043, 0''.024, 17.295 \text{ deg}$
rms ノイズ	$13.3 \mu\text{Jy/beam}$
Total Flux	21.1 mJy

白いコントラストは 3σ 以上の放射を示している。合成ビームの値は、左から長軸、短軸、位置角である。また、図の $[1.5'' \times 1.5'']$ はマップの表示範囲であり、以降の全てのマップ中心は一致している。

ここまで縞々パターンが顕著に現れる理由として、フラックスキャリブレーションが適切にできていない可能性が挙げられる。干渉計では非相関ノイズが変化するため、絶対的なフラックスを簡単に測定できない。そのため、惑星などのフラックスが既知な天体を観測して較正する。短時間で SNR(Signal-to-Noise Ratio) を稼げるように、このキャリブレーションは非常に明るい天体である必要がある。

フラックスキャリブレーションを含めた縞々パターンに関する詳しい考察は今後の課題である。

3.2 コンパクト配列 MS

8/19 に観測されたデータと 9/25 に観測されたデータはそれぞれで Self-Calibration した後、前述の通り (2.2 節)、固有運動によるずれを fixplanets タスクで補正した。それらを concat し、briggs robust=2.0(Natural) の重み付けで CLEAN したイメージを以下に示す。

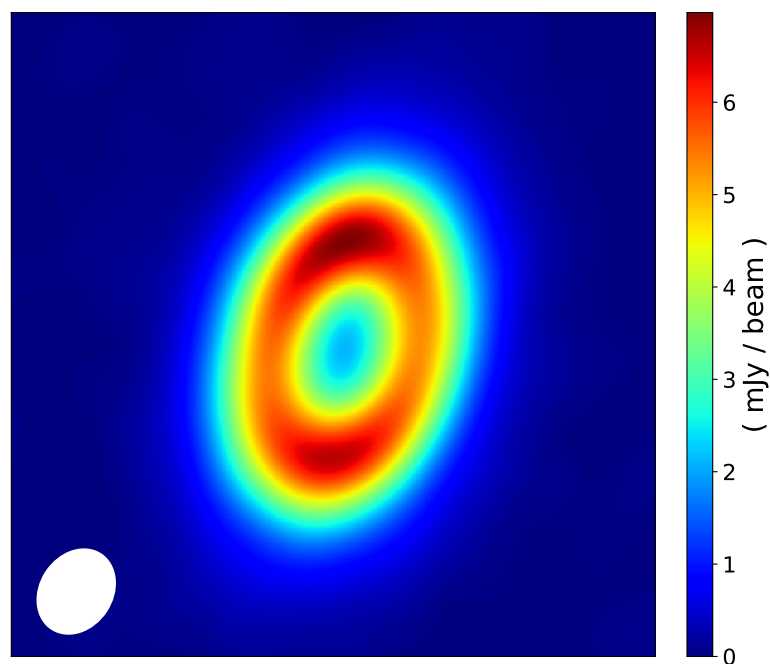


図 3.8 コンパクト配列データの CLEAN イメージ [1.5"×1.5"]

表 3.2 イメージのパラメータ

合成ビーム	0".419, 0".337, -33.418 deg
rms ノイズ	29.1 μ Jy/beam
Total Flux	58.1 mJy

イメージから分かる通り比較的分解能が悪いため、スパース配列イメージでは見えていた point source like な構造が見えない。

3 σ のコントアを重ねたものを図 3.9 に示す。表 3.2 の Total Flux はこの 3 σ 以上の放射である。

図 3.7 のリングサイズと比較するため、コンパクト配列データのマップにスパース配列データのコントアを重ねたものを図 3.10 に示す。スパース配列データよりも外側の構造が見えやすくなっており、表 3.2 から Total Flux も高い。言い換えれば、スパース配列データは Missing Flux であると考えられる。

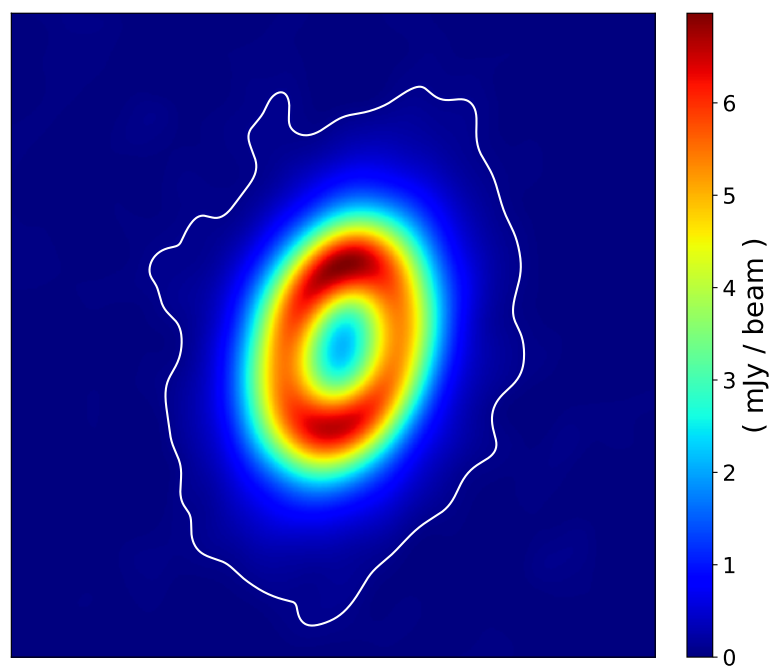


図 3.9 コンパクト配列データの CLEAN イメージ + コントア (3σ) [$2'' \times 2''$]

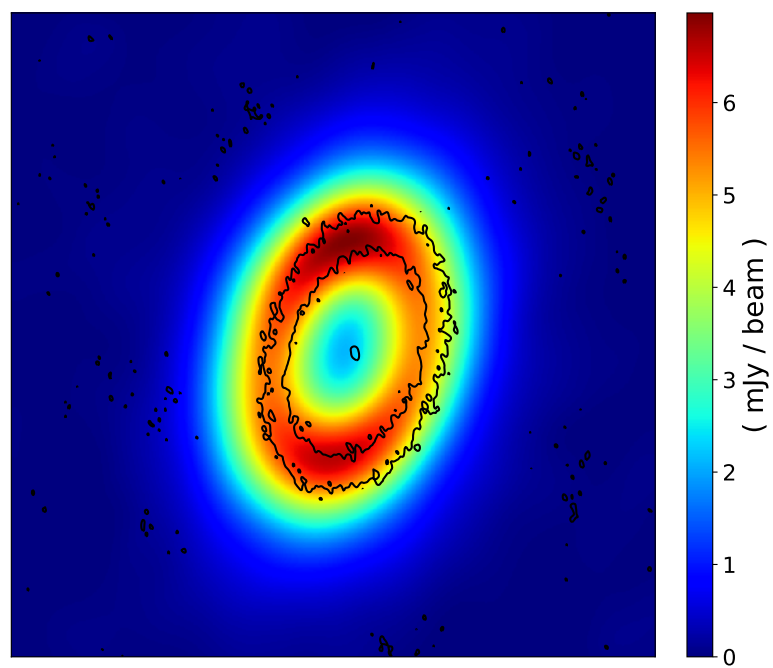


図 3.10 コンパクト配列データの CLEAN イメージ + スパース配列データのコントア [$1.5'' \times 1.5''$]

3.3 Concat MS

Self-Calibration 解を apply したスパース配列 MS(短基線成分を Flag した) とコンパクト配列 MS を結合し (concat)、イメージングを行った。ここでは Natural と Briggs Robust=2.0 で CLEAN を実行した。

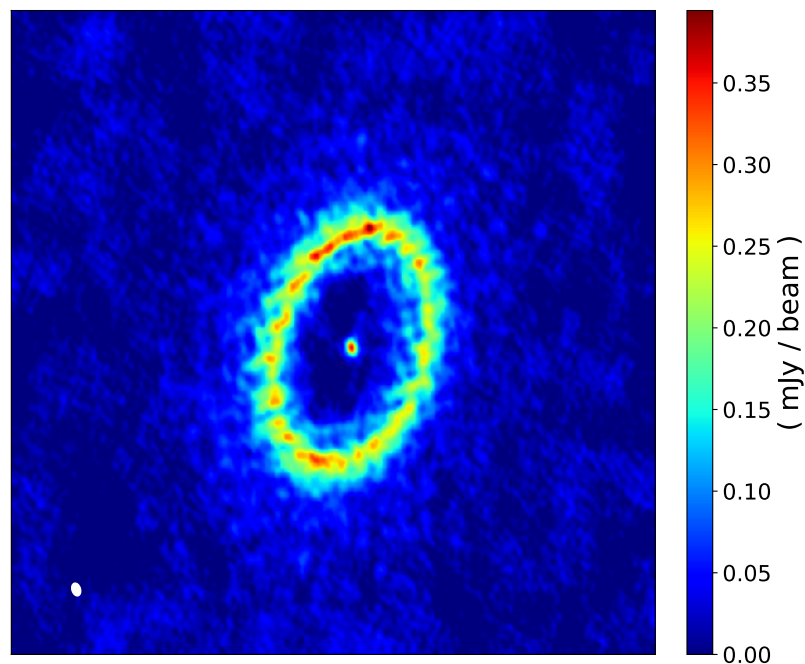


図 3.11 concat MS の CLEAN イメージ (Natural) [$1.5'' \times 1.5''$]

表 3.3 イメージのパラメータ

合成ビーム	$0''.061, 0''.040, 17.084 \text{ deg}$
rms ノイズ	$13.1 \mu\text{Jy/beam}$
Total Flux	59.2 mJy

Total Flux は 3σ 以上の放射である。以下に 3σ と 5σ のコントラストを重ねたイメージを示す。後述の輝線 Moment map にはこの 5σ コントラストを重ねることにする。

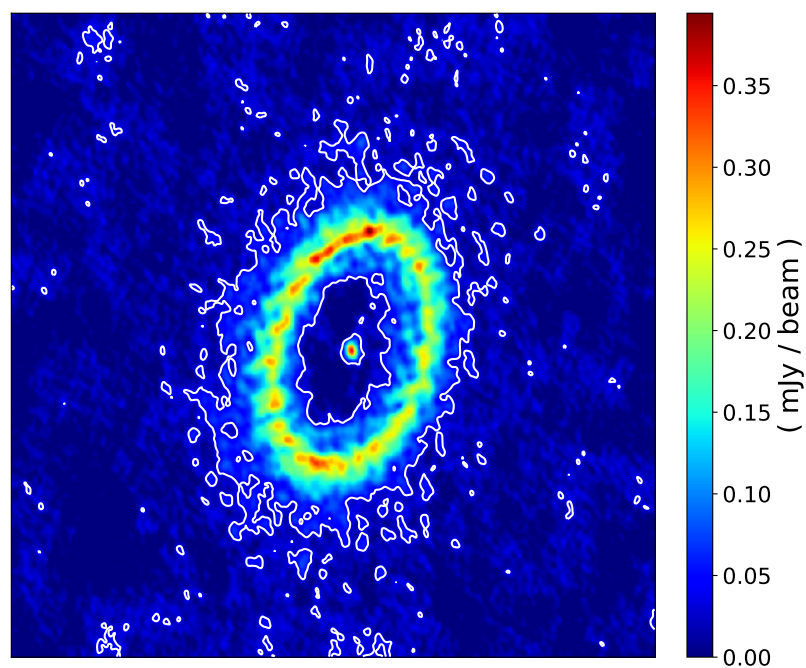


図 3.12 concat MS の CLEAN イメージ (Natural) + コントア (3σ) [$1.5'' \times 1.5''$]

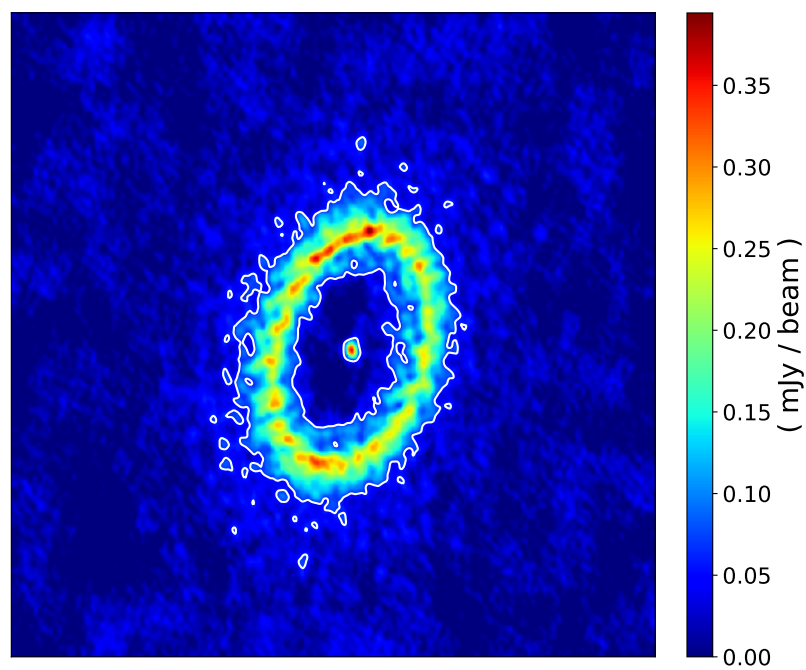


図 3.13 concat MS の CLEAN イメージ (Natural) + コントア (5σ) [$1.5'' \times 1.5''$]

第 4 章

輝線のイメージング

今回のコンパクト配列による観測によって 12CO(2-1) 輝線と 13CO(2-1) 輝線が検出された。
まず、CASA の uvcontsub タスクを用いてビジビリティデータから連続波成分を差し引いた。

4.1 12CO(2-1) 輝線

CLEAN を行う前に、連続波イメージングの際の Self-Calibration 解を 12CO(2-1) 輝線 MS に apply した。その後、以下のパラメータを適用した tclean タスクによって CLEAN を実行した。

表 4.1 CLEAN のパラメータ

specmode	cube
deconvolver	hogbom
weighting	briggs
robust	2.0
cell	0.005arcsec
imsize	[4096,4096]
outframe	LSRK
restfreq	230.538GHz
start	0 km/s
width	0.635 km/s
nchan	15

outframe には LSRK(Local Standard of Rest Kinematic) を採用した。LSR と呼ばれる座標系がある。

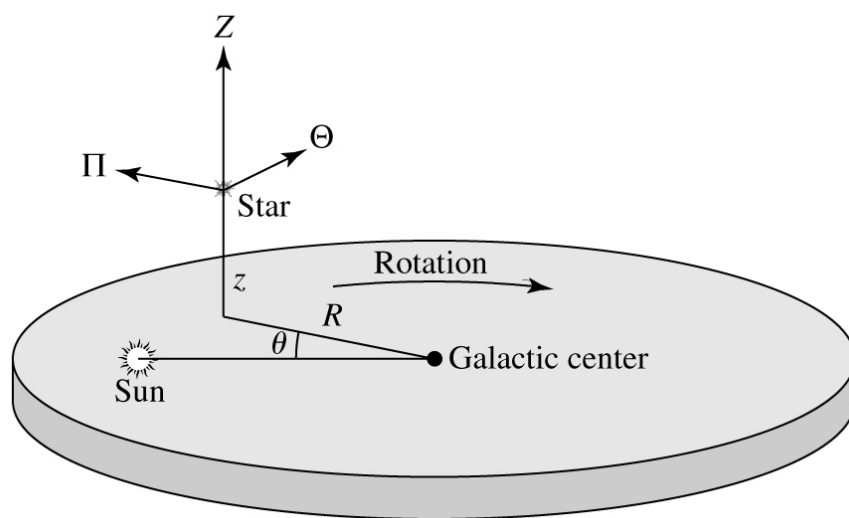


図 4.1 LSR の定義

- 位置: R, θ, z
- 速度: Π, Θ, Z

これにおいて太陽近傍の星の平均速度を考慮した座標系が LSRK である。

次項の図は CLEAN によって作成した 12CO(2-1) 輝線の Channel Map である。それぞれの図の右上にある表示は視線速度である。速度はターゲットとなる輝線、つまり 12CO(2-1) の静止周波数 (230.538GHz) から計算される。CLEAN パラメータにも記載した通り、視線速度は LSRK で 0km/s から 8.89km/s まで 0.635km/s の間隔でイメージングした。

表 4.2 イメージのパラメータ

合成ビーム	0".408, 0".328, -32.998 deg
rms ノイズ	2.38 mJy/beam

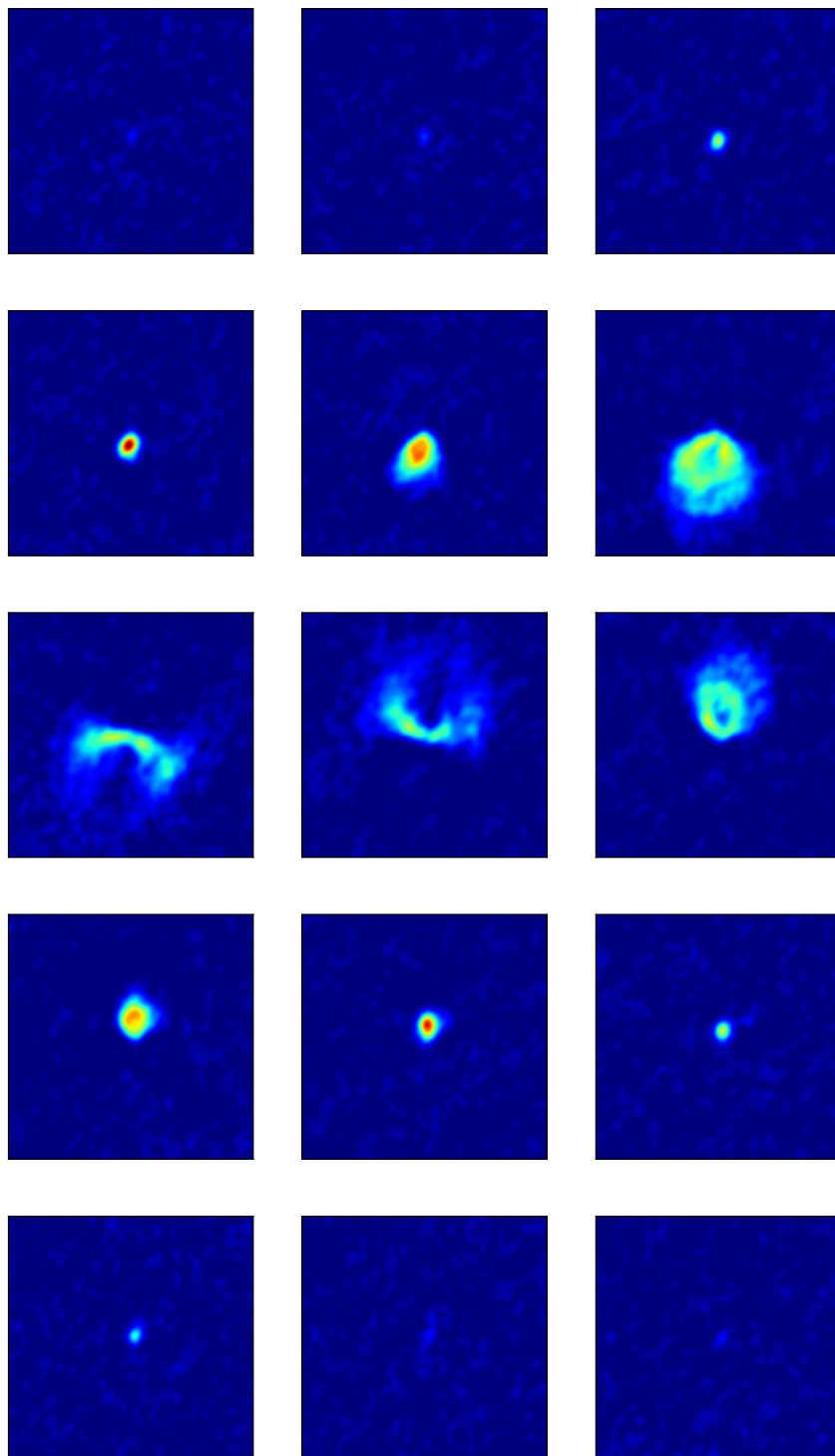


图 4.2 12CO(2-1) Channel Map [$4'' \times 4''$]

さらにこのイメージから情報を得るために Moment Map を作成した。

4.1.1 Moment 0 Map

3次元の画像データを速度方向へ積分したマップのことで、各ピクセルにおいて

$$\text{Moment0} = \int F_{\nu} d\nu \quad (4.1)$$

と計算される。

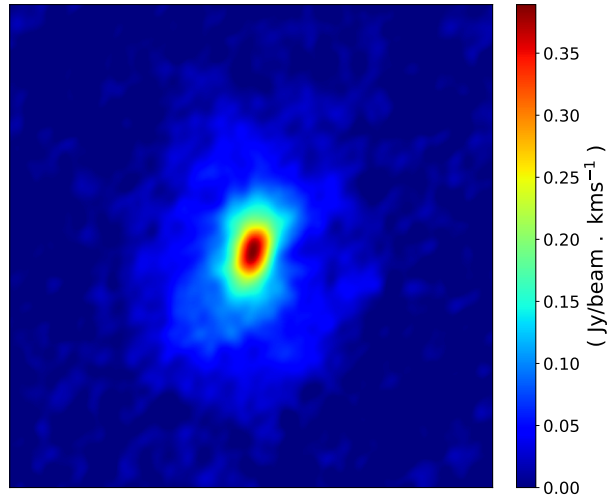


図 4.3 Moment0 Map [4'' x 4'']

これに図 3.13 に示すダスト連続波マップのコントアを重ねたものを以下に示す。

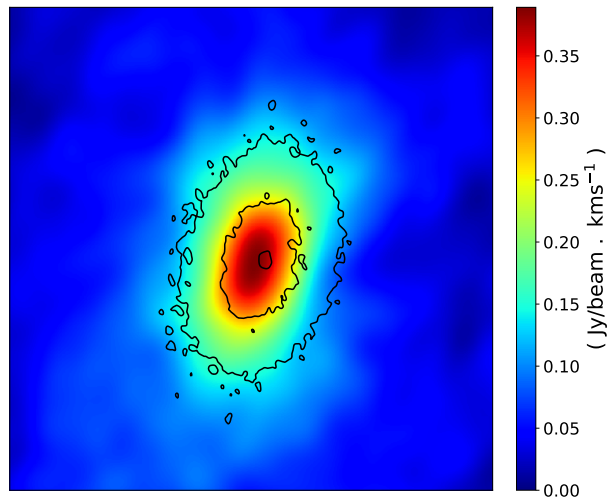


図 4.4 Moment0 Map + ダスト連続波コントア [1.5'' x 1.5'']

4.1.2 Mpmment 1 Map

このマップでは以下のように Flux density で重みを付けた平均視線速度の分布を出力する。

$$\text{Moment1} = \langle v \rangle = \frac{\int F_\nu v_\nu d\nu}{\int F_\nu d\nu} \quad (4.2)$$

一般に、Moment1 Map の積分では SNR が小さい領域を積分から除外する。これは、天体速度に対して速度差が大きな channel のノイズが速度平均値に大きなノイズを持ち込むためである。今回の clipping level は 3σ に設定した。

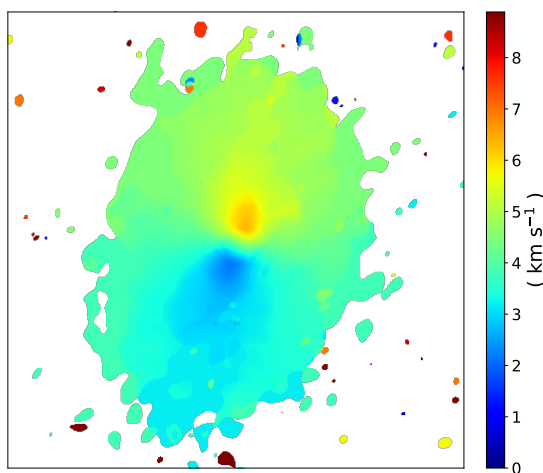


図 4.5 Moment1 Map [4''×4'']

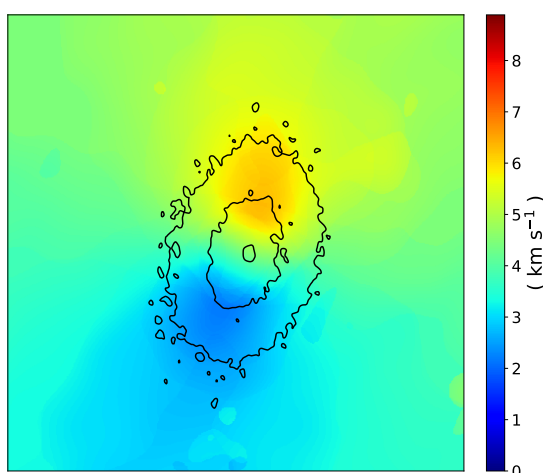


図 4.6 Moment1 Map + ダスト連続波コントラ [1.5''×1.5'']

4.1.3 Moment 2 Map

$$\text{Moment2} = \langle v^2 \rangle^{\frac{1}{2}} = \left[\frac{\int F_\nu (v_\nu - \langle v \rangle)^2 d\nu}{\int F_\nu d\nu} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.3)$$

大きな速度の値を持つ領域ほど視線方向に大きな速度差をもつ構造があることを示している。

Moment2 Map も 3σ 以下の領域を積分から除外している。

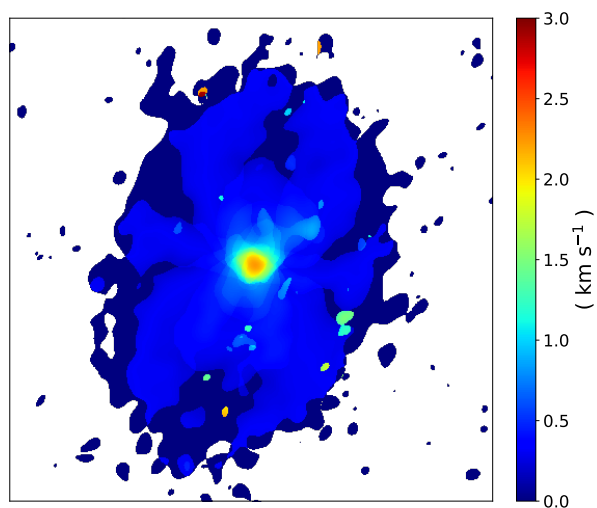


図 4.7 Moment2 Map [4'' × 4'']

このマップにダスト連続波のコントアを重ねて以下に示す。

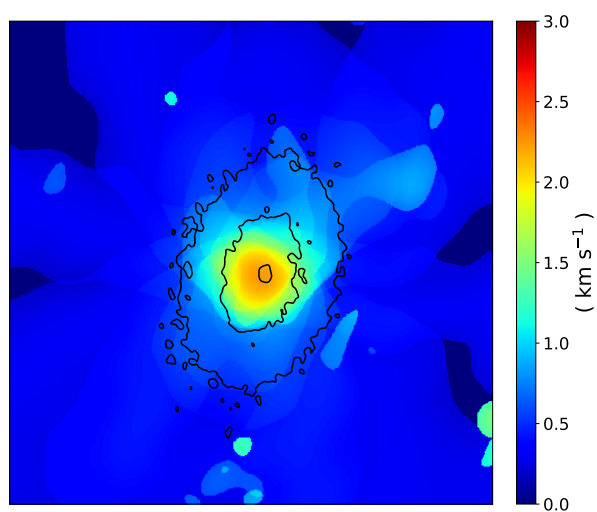


図 4.8 Moment2 Map + ダスト連続波コントア [1.5'' × 1.5'']

4.1.4 Moment 8 Map

Channel Map において、速度成分の中から放射の最大値を表す図である。

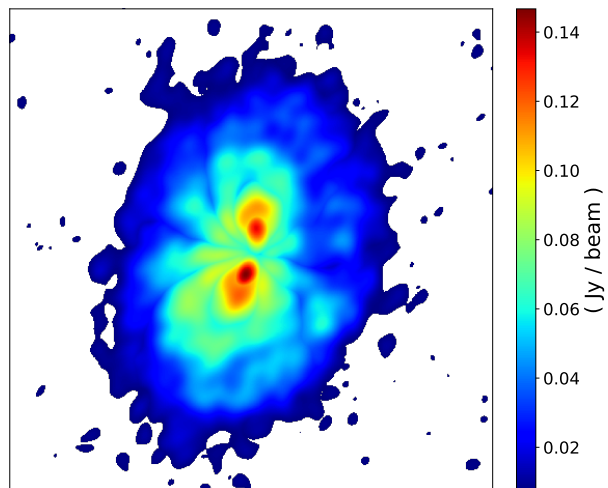


図 4.9 Moment8 Map [4"×4"]

このマップにダスト連続波のコントアを重ねて以下に示す。

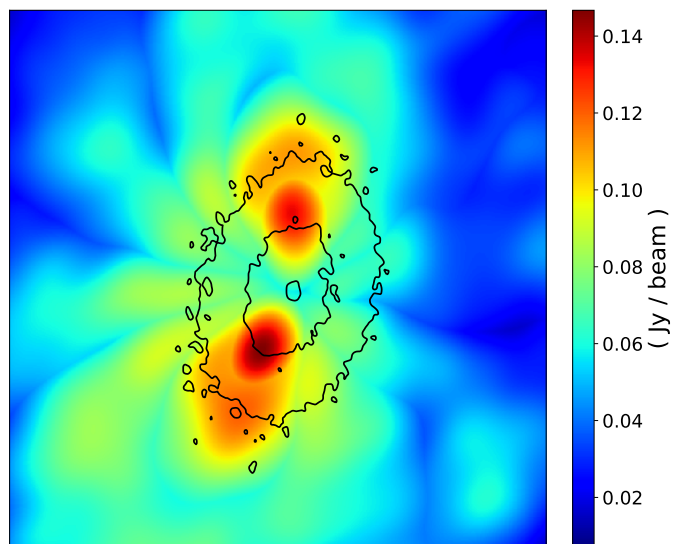


図 4.10 Moment8 Map + ダスト連続波コントア [1.5"×1.5"]

4.2 13CO(2-1) 輝線

13CO(2-1) 輝線は 9/25 に観測されたデータにのみ受かっていた。CLEAN を行う前に、連続波イメージングの際の Self-Calibration 解を 13CO(2-1) 輝線 MS に apply した。その後、以下のパラメータを適用した tclean タスクによって CLEAN を実行した。

表 4.3 CLEAN のパラメータ

specmode	cube
deconvolver	hogbom
weighting	briggs
robust	2.0
cell	0.005arcsec
imsize	[4096,4096]
outframe	LSRK
restfreq	220.398681GHz
start	0 km/s
width	0.635 km/s
nchan	15

次項の図はは CLEAN によって得られた 13CO(2-1) 輝線の Channel Map である。ここではイメージのパラメータを先に示す。

表 4.4 イメージのパラメータ

合成ビーム	0".484, 0".344, -53.908 deg
rms ノイズ	3.12 mJy/beam

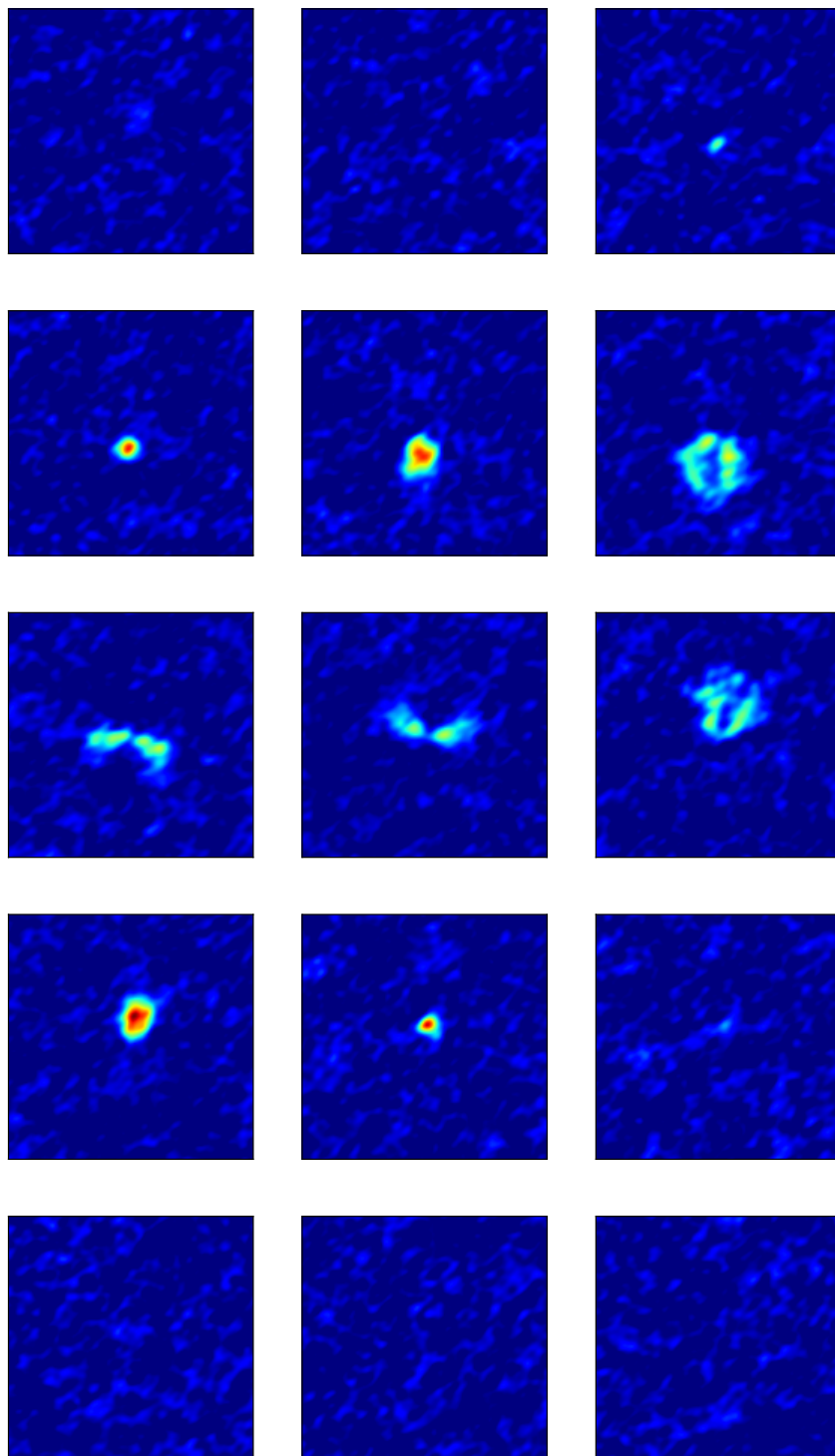


图 4.11 $^{13}\text{CO}(2-1)$ Channel Map $[4'' \times 4'']$

さらにこのイメージから情報を得るために Moment Map を作成した。

4.2.1 Moment 0 Map

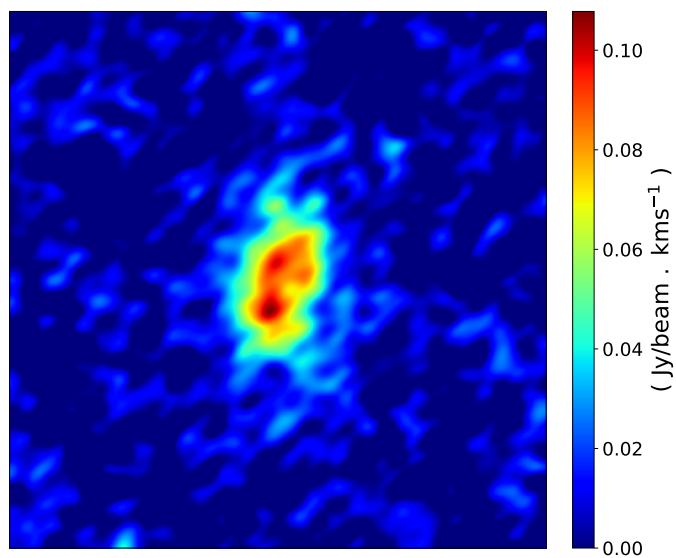


図 4.12 Moment0 Map [4"×4"]

これにダスト連続波マップのコントアを重ねたものを以下に示す。

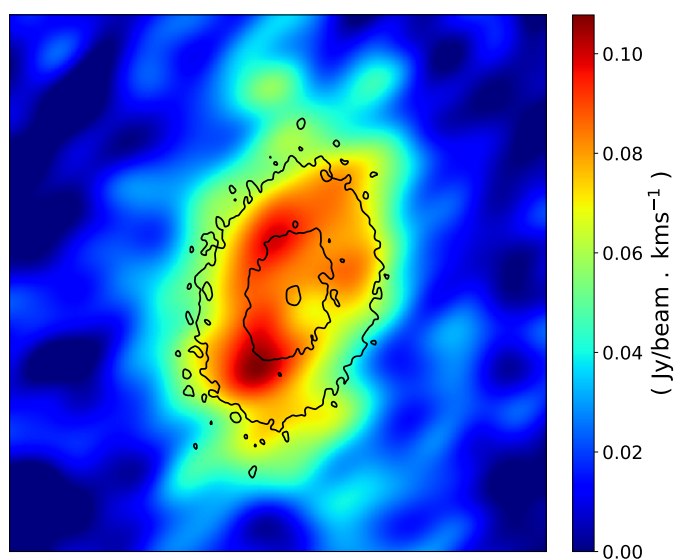


図 4.13 Moment0 Map + ダスト連続波コントア [1.5"×1.5"]

4.2.2 Mpmment 1 Map

今回の clipping level は 3σ に設定した。

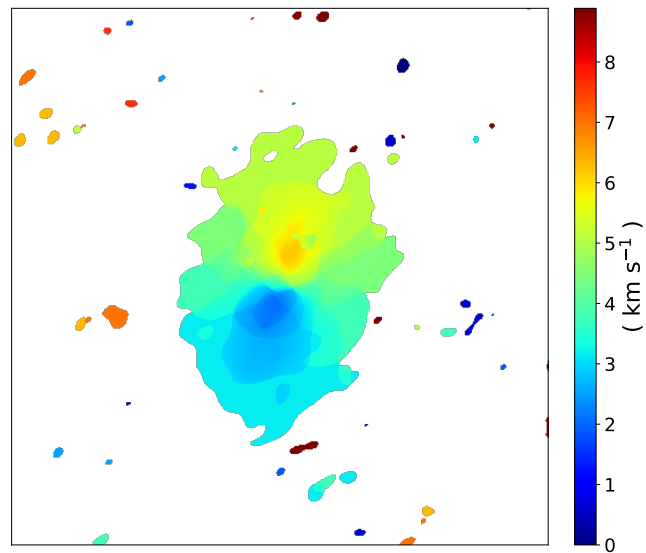


図 4.14 Moment1 Map [4''×4'']

このマップにダスト連続波のコントアを重ねて以下に示す。

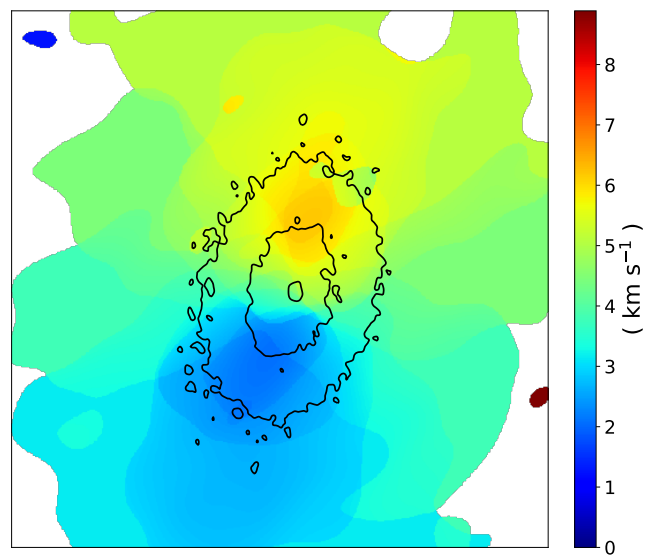


図 4.15 Moment1 Map + ダスト連続波コントア [1.5''×1.5'']

4.2.3 Moment 2 Map

Moment2 Map も 3σ 以下の領域を積分から除外している。

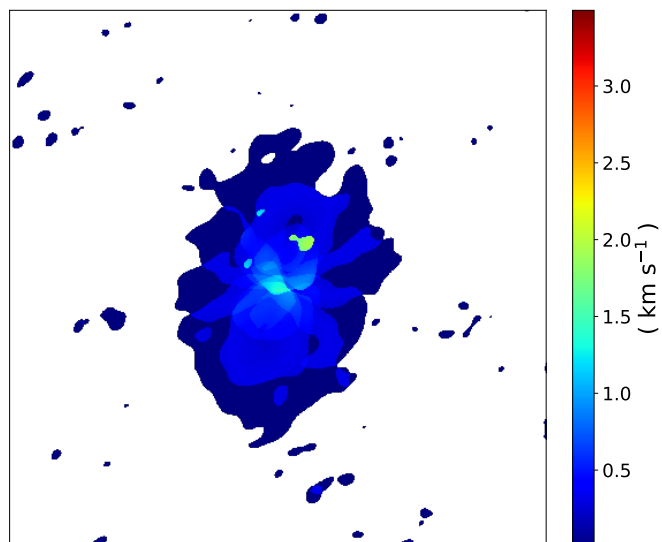


図 4.16 Moment2 Map [$4'' \times 4''$]

このマップにダスト連続波のコントアを重ねて以下に示す。

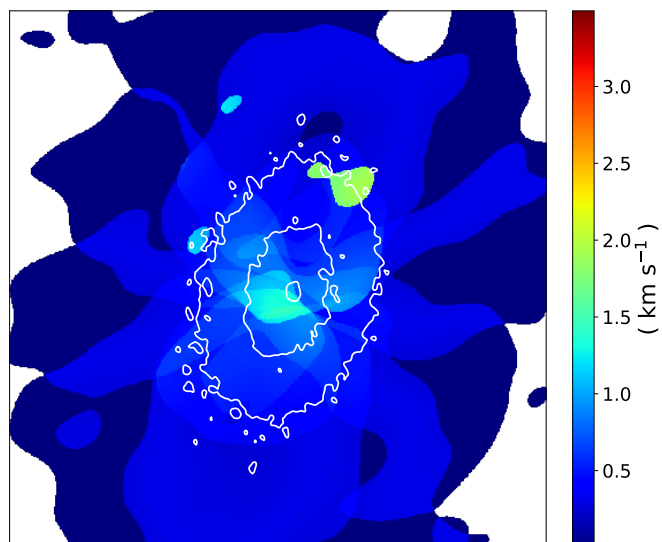


図 4.17 Moment2 Map + ダスト連続波コントア [$1.5'' \times 1.5''$]

4.2.4 Moment 8 Map

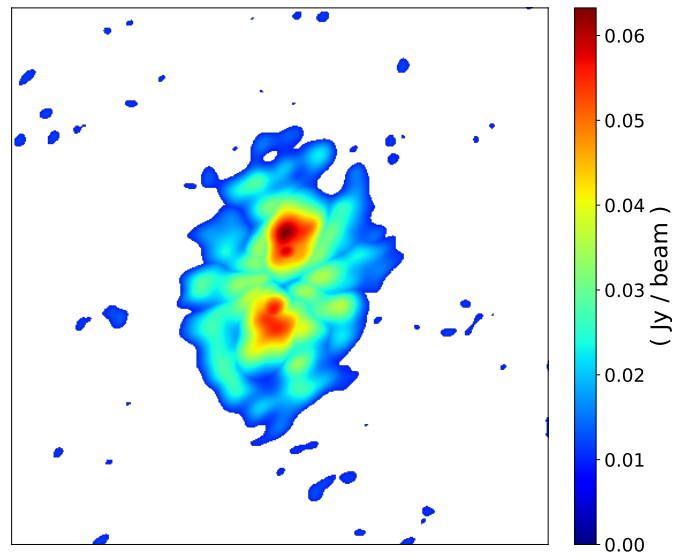


図 4.18 Moment8 Map [$4'' \times 4''$]

このマップにダスト連続波のコントアを重ねて以下に示す。

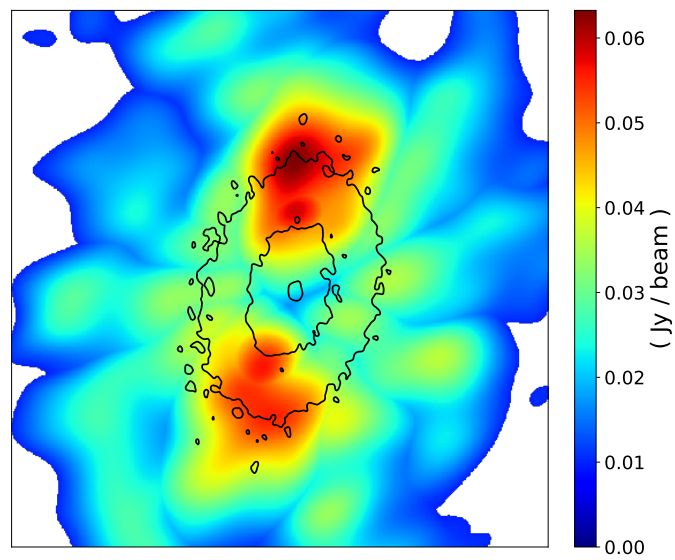


図 4.19 Moment8 Map + ダスト連続波コントア [$1.5'' \times 1.5''$]

第 5 章

まとめと展望

前述の通り観測データはスパース配列とコンパクト配列に分かれており、それぞれの観測日時も離れている。これに伴い、マップの中心がずれてしまい、concat したデータを CLEAN すると尤もらしいイメージが得られない。例えば、コンパクト配列データと concat データの間に円盤の Total Flux が矛盾してしまう。そこで固有運動を考慮し、fixplanets タスクを用いて座標を補正した。

この研究のテーマは遷移円盤の中心付近に内部リングの存在を確認することである。ダスト連続波のイメージング結果からは、中心に point source like な構造が確認できるが、合成ビームサイズと等しいため、これを内部リングと断言することはできない。イメージ上の結果として、SY Cha は SED(図 2.1) から予想される通り、遷移円盤である可能性が高い。

今後は SY Cha に付随する円盤の構造を吟味する。そこで主な解析を以下に示す。

- 円盤を face on に写した後、円盤リングの方位角依存性をプロット、ガウシアンフィットして軸対称性を確認する。円盤を face on にするには、円盤イメージから長軸、短軸の情報、もしくは P.A. と inclination からビジビリティの uv をうまく調整する必要がある。
- $^{12}\text{CO}(2-1)$ 輝線と $^{13}\text{CO}(2-1)$ 輝線が受かったので CO ガスの光学的厚み、柱密度を求める。
- 円盤の長軸方向に切った位置速度図 (PV 図) を描き、円盤の回転と構造の関係を見る。
- イメージ上の解析ではないが、ビジビリティそのものをフィットすることができる (付録 C 参照)。これによってビジビリティから円盤サイズなどを推定する。

DM Tau のような構造は見られなかったが、今回 point source が見えたのは ALMA 望遠鏡の高分解能な観測によるものである。SY Cha に関して新たな観測提案も準備されているようなので、今回の観測を出発点として SY Cha の構造に迫っていきたい。

付録 A

イメージングの原理

A.1 干渉計の基礎

干渉計はビジビリティを測定する装置である。下図は干渉計の仕組みの概略図である。

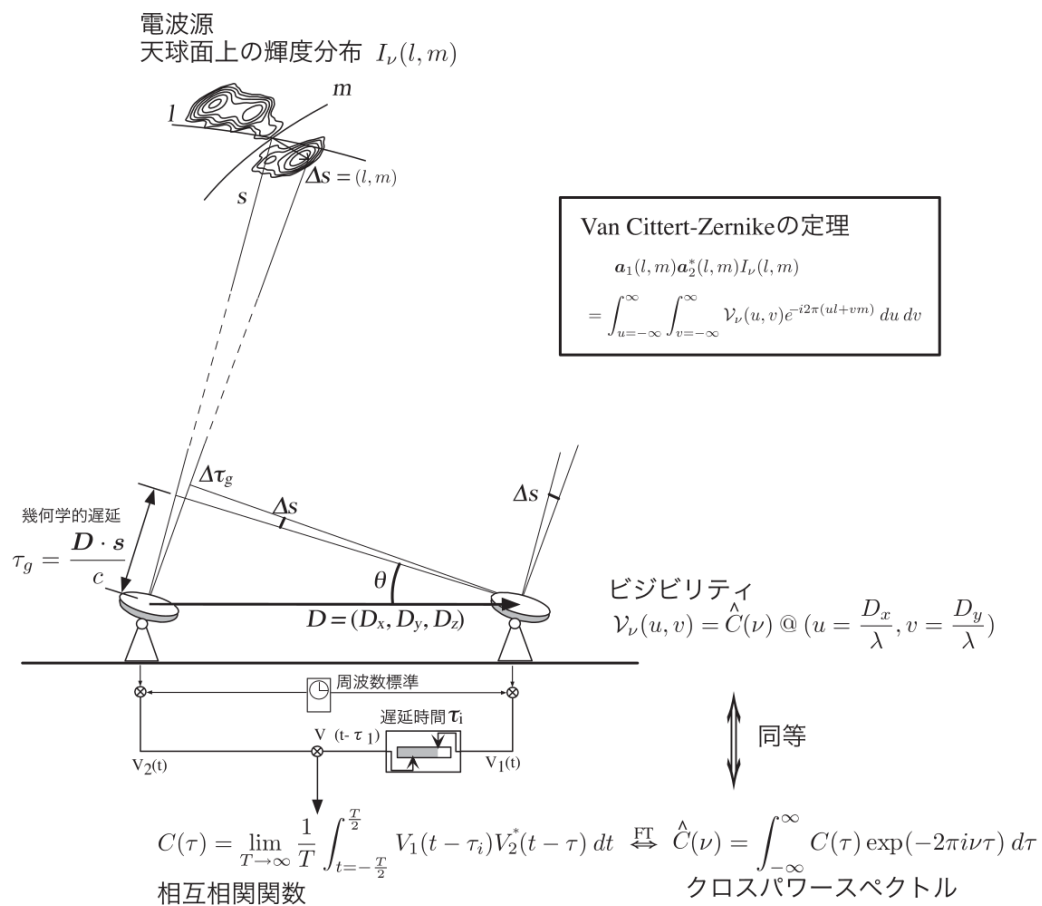


図 A.1 干渉計の原理 [9]

ここで出てくる u, v は空間周波数と呼ばれるものである。直感的には基線長の天体方向への投影成分 $D \cos \theta$ と観測波長 λ の比で決まる。

我々が観測したいものは天球面上の輝度分布 I_ν である。この輝度分布とビジビリティはフーリ

エ変換の関係にある。

$$\mathbf{a}_1 \mathbf{a}_2^* I_\nu(l, m) = \int_u \int_v \mathcal{V}_\nu(u, v) \exp(2\pi i(ul + vm)) du dv \quad (\text{A.1})$$

これを Van Cittert-Zernike の定理と呼ぶ。ここで $\mathbf{a}$ はアンテナの複素ゲインである。つまり、振幅と位相を持つ量である。

この定理により、ビジビリティを多く集めれば逆フーリエ変換によって天体の輝度分布を推定できる。天体の完全な輝度分布を得るには、全ての (u, v) についてビジビリティを測定する必要がある。しかし現実的には有限の (u, v) の集合でしか得られない。

観測してビジビリティが得られた (u, v) には 1、得られなかった (u, v) には 0 を与えるサンプリング関数を $U(u, v)$ とすると、観測されたビジビリティ $\hat{\mathcal{V}}(u, v)$ は真のビジビリティ $\mathcal{V}(u, v)$ に対して

$$\hat{\mathcal{V}}(u, v) = \mathcal{V}(u, v) U(u, v) \quad (\text{A.2})$$

となる。この $U(u, v)$ を uv coverage と呼ぶ。このフーリエ変換が合成ビーム $B(l, m)$ という関数になる。

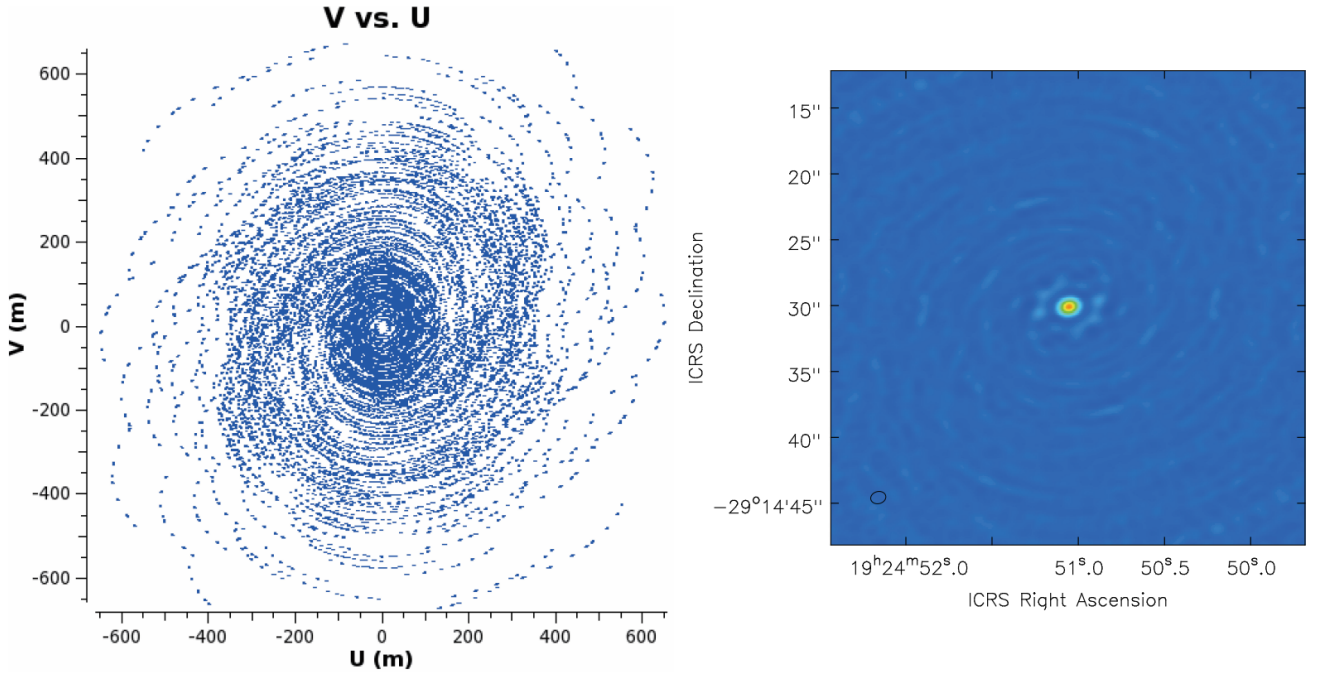


図 A.2 uv coverage(左) と合成ビーム (右) の例 [10]

観測されたビジビリティ $\hat{\mathcal{V}}(u, v)$ をフーリエ変換すると

$$\text{FT}[\hat{\mathcal{V}}(u, v)] = \text{FT}[\mathcal{V}(u, v) U(u, v)] \quad (\text{A.3})$$

$$= \text{FT}[\mathcal{V}(u, v)] * \text{FT}[U(u, v)] \quad (\text{A.4})$$

$$= I(l, m) * B(l, m) \quad (\text{A.5})$$

である。ここで畳み込み定理を用いた。また、Van Cittert-Zernike の定理により、観測されたビジビリティ $\hat{V}(u, v)$ のフーリエ変換は観測された輝度分布 $\hat{I}(l, m)$ であるので、

$$\hat{I}(l, m) = I(l, m) ** B(l, m) \quad (\text{A.6})$$

となる。つまり、観測される輝度分布は真の輝度分布に合成ビームを畳み込んだものである。言い換えれば、真の輝度分布を得るには畳み込みを解けば良いということになる。

A.2 Data Reduction

ALMA データは、観測されると自動的に処理、較正される (pipeline)。つまり、ユーザーは pipeline を通してスクリプト (scriptForPI.py) を走らせることによって、観測時の処理を再現することができる。

ここで、スクリプトの主な処理内容をまとめる。[11]

1. Flag

不要な情報に flag を立て解析に利用しないようにする。主に以下を flag する。

- 自己相関データ
- キャリブレーション目的の scan

2. WVR の較正

WVR(Water Vapor Radiometer) は大気中の水蒸気量を測定して、観測している周波数における電波の位相変化量に変換する。大気中を通過してくる電波は乾燥大気成分と水蒸気成分の両方の影響で位相が揺ぐ。前者は変動のタイムスケールが比較的長く、ゲインキャリブレーションを用いて変動を較正することが可能だが、後者は数分以下の短いタイムスケールで変化し、ゲインキャリブレーションだけでは較正することができない。そこで WVR によって水蒸気成分の影響による位相変動を追跡する。

3. システム雑音温度の較正

Flux Calibration で大まかな天体のフラックス情報を得ることができるが、天体の方向によって光学的厚みが異なるので、フラックスキャリブレーションで求めた振幅のスケールングファクタをそのままターゲット天体に apply してもエラーが残る。これを補正するためにシステム雑音温度を測定する。吸収体の温度は常にモニターされていて既知であるので、ここからシステム雑音温度を得る。

4. Flux Calibration

観測されたビジビリティ振幅は、天体の Flux density そのものではなく、様々な変換係数がかかっている。これを天体の Flux density に変換するために、明るさが既知の天体を観測し、変換係数を導出する。一般的には、太陽系天体やクエーサーが用いられる。

5. Bandpass Calibration

受信された電波は周波数変換、増幅、フィルタリングなどの操作を得て記録されるので、装置固有の Bandpass 特性が付加される。これを正しく較正して、band 内の振幅・位相の周波数特性が平坦になるようにする。

6. Gain Calibration

Gain Calibration の目的は、ビジビリティの振幅・位相の変動を較正することである。天体の構造が既知であるとは限らないので、振幅・位相の変動が天体構造起源とそれ以外に分類することができない。そのため点源とみなせるクエーサーをゲインキャリブレーションとして観測する。点源の応答は、振幅は時間・周波数によらず一定、位相は時間・周波数によらず 0 になる。つまり、ゲインキャリブレーションで観測した振幅・位相が期待されたものと違っていれば、それが較正量になる。

後にフラックスキャリブレーションを使って振幅の絶対値を得るために必要なスケールリングファクターを求める。その準備としてフラックスキャリブレーションの振幅・位相の変動も解く必要がある。フラックスキャリブレーションが太陽系天体の場合、分解されているケースが多いので、ある基線では振幅が非常に小さくなる。このような基線では SNR が悪いので、正確な Flux Calibration が行えない。そこで、フラックスキャリブレーションが分解されないような短い基線のみを使ってまずはスケールリングファクターを求める。

次に観測されたビジビリティとモデルビジビリティの比較から Flux Calibration に必要なスケールリングファクターを求める。こうして求めたスケールリングファクターを使って、他のキャリブレーションのフラックスを求める。

しかし、限られたアンテナ (または基線) のみでしかスケールリングされていない。ゲインキャリブレーションは点源なので、フラックスの基線長依存はない。そこで、まず求めたゲインキャリブレーションのフラックスをアンテナ全てに教える。続けて、全てのアンテナを用いて再び Gain Calibration を行う。こうすることで temporal なゲイン変動だけでなく、振幅の絶対値も求まる。

以下は今回の観測で使った pipeline タスクである。

表 A.1 pipeline タスク

タスク名	説明
hifa.importdata	干渉計 pipeline にデータをインポートする
hifa.flagdata	データをフラグする
hifa.fluxcalflag	太陽系フラックスキャリブレータのライン領域の特定とフラグ
hif_rawflagchans	生データの異常なベースライン、チャンネルにフラグを立てる
hif_refant	最適なりファレンスアンテナを選択する
h_tsyscal	システム雑音温度キャリブレーションテーブルを求める
hifa.tsysflag	異常なシステム温度測定にフラグを立てる
hifa.antpos	アンテナ位置較正テーブルを求める
hifa.wvrgcalflag	各 vis について、少なくとも 3 つのアンテナと WVR データが含まれているかどうかを識別する
hif.lowgainflag	異常に低い、または高いゲインのアンテナをフラグする
hif.setmodels	キャリブレータソースモデルをセットする
hifa.bandpassflag	フラグしつつ、バンドパスキャリブレーションを計算する
hifa.spwphaseup	位相キャリブレーション spw map 及び spw 位相オフセットごとの計算をする
hifa.gfluxscaleflag	フラグしつつ、フラックス密度スケールを導出する
hifa.gfluxscale	スタンダードキャリブレータからフラックス密度スケールを導出する
hifa.timegaincal	キャリブレータ観測から一時的なゲインを導出する
hif.applycal	データにキャリブレーションを適用する
hif.makeimlist	CLEAN するイメージのリストを作成する
hif.makeimages	特定のターゲットソース、SPW の CLEAN image を見積もる
hifa.imageprecheck	aggregate bandwidth と representative bandwidth の感度推定を行う
hif.checkproductsizes	イメージングプロダクトサイズのチェック

A.3 重み付け

実際の観測では相関機の中でビジビリティを有限時間積分するので、得られる uv coverage は離散的になる。このことから、uv coverage においてビジビリティごとに重み W を調整できる。

$$W = w_e w_d w_t \quad (\text{A.7})$$

w_e は誤差に応じた重み、 w_d はビジビリティ密度、 w_t はテーパーを表す。

誤差に応じた重み付け

ビジビリティの誤差がガウシアンであると仮定し、 i 番目のビジビリティの標準偏差を σ_i とする。 w_e を $w_{ei} \propto \sigma_i^p$ と冪乗の形で書いたときの p を重み指数という。

$p = -2$ の時、イメージの SNR(Signal to Noise Ratio) は最大になる。基線ごとの感度がほぼ均一な結合素子干渉計の場合はこれが最適である。

Density weighting

uv coverage におけるビジビリティの密度は一律ではない。短基線で得られるビジビリティは密に、長基線で得られるビジビリティは疎となる。これによりサイドローブレベルは低く抑えられる一方で、空間分解能が悪くなる傾向がある。この対策として、ビジビリティの面密度に応じて重みをかけることがある。

- Natural

格子内に含まれるデータ点に対して、全てに同じ重みをかける。これにより感度を最大にすることができる。

- Uniform

ある格子内に N 個のビジビリティ点ある場合、ビジビリティに $1/N$ をかける。これによって格子ごとのビジビリティの重みを均一にする。この重み付けではサイドローブは高くなるが、空間分解能が良くなる。

- briggs

robust パラメータを導入し、重み付けをより一般的にしたものである。密度の高い領域では Uniform に、低い領域では Natural に近くする。この特性を robust パラメータを $-2 \sim 2$ の間で動かして調整する。また、このパラメータを 0.5 にすることで合成ビームの形状と感度の両方を最適化することができる。

Tapering

テーパー w_t は uv 平面上での原点からの距離 $\sqrt{u^2 + v^2}$ に応じて重みを調整するものである。サイドローブのレベルを低くしたり、空間分解能を変えてイメージングするとき用いられる。例えば、低空間周波数成分を強調すると、合成ビームより広がった天体の構造が見えやすくなる。

一般的なテーパーの形としてガウシアンが用いられる。

$$w_t = \exp \left[- \left(\frac{u^2 + v^2}{2F^2} \right) \right] \quad (\text{A.8})$$

ここで F は w_t が $1/e$ に落ちる距離である。ガウシアンのフーリエ変換はガウシアンなので、合成ビームのサイドローブを低くする効果がある。

Gridding と視野

既述の通り、ビジビリティとイメージ (輝度分布) は 2 次元フーリエ変換の関係にあり、計算機を用いて 2 次元のフーリエ変換を行う際には高速フーリエ変換 (FFT) を用いることが一般的である。FFT の都合上、uv 平面における格子点上でビジビリティを推定する必要がある。この操作を gridding と呼ぶ。

干渉計の uv coverage は大きく抜けた穴があることが多いので、全ての格子点上のビジビリティを推定するのは難しい。そこで、格子点間隔と同じくらいの台をもつ適当な関数を、観測で得られたビジビリティに畳み込み、その関数を格子点でもう一度サンプルし直せば良い。式で表すと

$$\hat{\mathcal{V}}(u, v) = \text{III} \left(\frac{u}{\Delta u}, \frac{v}{\Delta v} \right) [c(u, v) * U(u, v) \mathcal{V}(u, v)] \quad (\text{A.9})$$

である。ここで $c(u, v)$ はコンボリューション関数、 ${}^2\text{III}\left(\frac{u}{\Delta u}, \frac{v}{\Delta v}\right)$ は 2 次元の Shah 関数である。Shah 関数の形、Gridding と視野の関係を以下の図に示す。

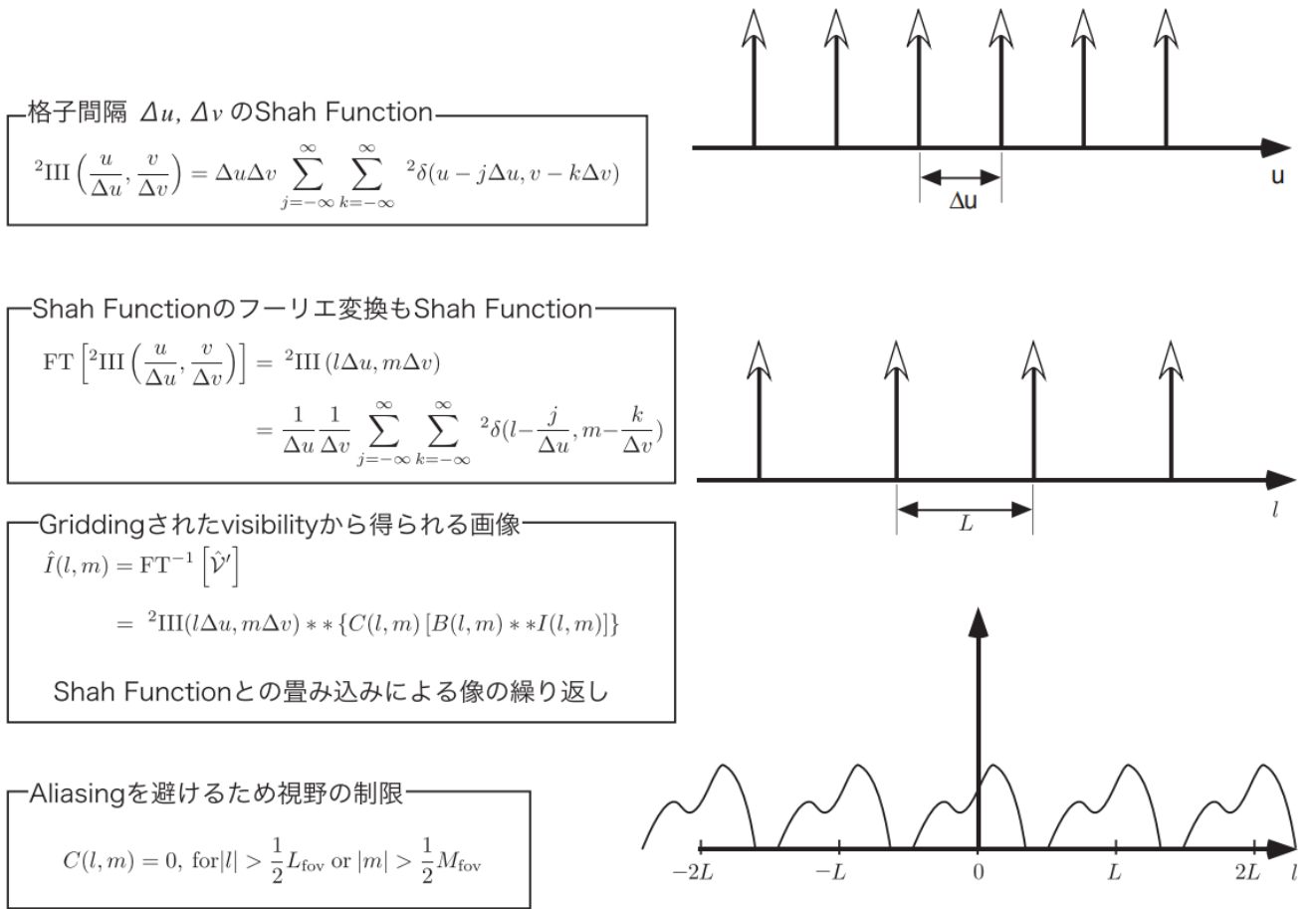


図 A.3 Gridding と視野 [9]

$C(l, m)$ は $c(l, m)$ のフーリエ変換である。すなわち、この操作によって得られるものは繰り返し像である。ここで、 $C(l, m)$ を視野の外側で 0 にするような関数にすれば良いので、図のように Aliasing を避けるために視野を制限する。この制限を設けた場合、視野範囲内での合成イメージは

$$\hat{I}'(l, m) = C(l, m)[B(l, m) ** I(l, m)], \text{ for } |l| > \frac{1}{2}L_{\text{fov}} \text{ or } |m| > \frac{1}{2}M_{\text{fov}} \quad (\text{A.10})$$

となるので、 $C(l, m)$ の補正を行えば、合成イメージは合成ビームと真のイメージの畳み込みという関係が成り立つ。

A.4 CLEAN

A.1 で述べた通り、真の輝度分布を得るには畳み込みを解く必要がある。その中で最も使われているアルゴリズムが CLEAN である。CLEAN の種類も様々であるが、今回は hogbom と呼ばれる手法を用いた。

Hogbom では天体構造が point source の集合で表現できることを仮定している。反復的に point source の位置と強度を決めていき、最終的に CLEAN ビームと point source の集合に畳み込むこ

とで輝度分布を再現する。一般的に、CLEAN ビームは合成ビームをガウシアンでフィットしたものを使う。

このアルゴリズムのプロセスは以下の通りである。

1. dirty イメージから強度のピークとその位置を見つける。
2. 見つけれられた場所で、CLEAN コンポーネント (デルタ関数) を立てる。CLEAN コンポーネントに合成ビームを畳み込んだ関数を使って、dirty イメージから差し引く。畳み込む合成ビームは loop gain で調整する。
3. ここで得られた CLEAN コンポーネントの情報 (位置、強度) を保存する。
4. 同様の手順を目立った構造が residual イメージ (残差イメージ) からなくなるまで繰り返す。
5. 得られた CLEAN コンポーネントの集合に、CLEAN ビームを畳み込み、最終的な residual イメージを足し合わせることで CLEAN イメージを得る。

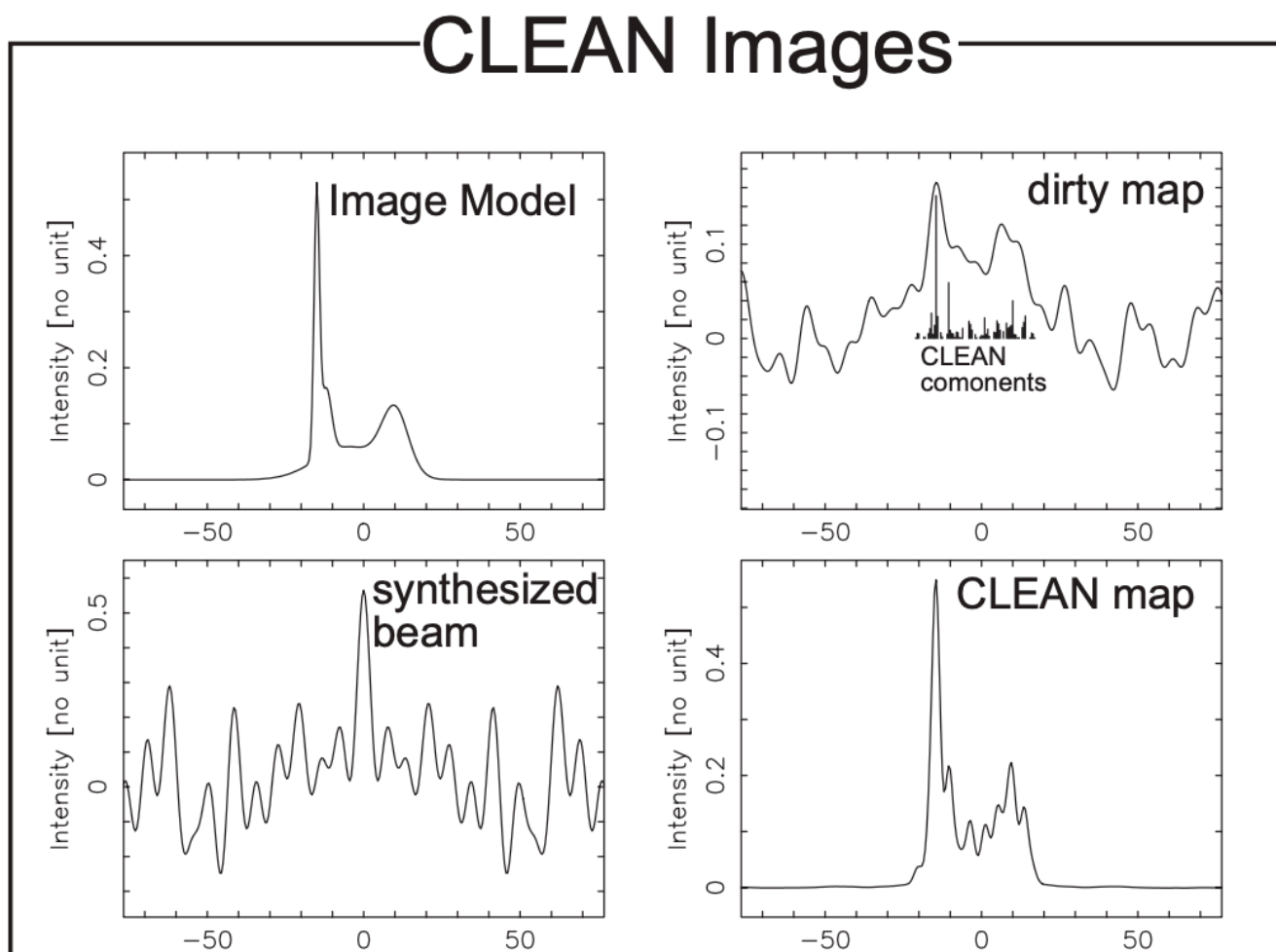


図 A.4 CLEAN(hogbom) の基礎 [9]

A.5 Self-Calibration

キャリブレーション天体とターゲット天体は時間分割で観測される場合がほとんどであり、その時間差で起こる位相変動を補正することはできない。また、キャリブレーション天体とターゲット天体では方向が異なるため、大気による位相ゆらぎを完全に取り除くことができない。これの対策として、ターゲット天体自身のビジビリティを使って位相と振幅を較正する方法がある。これを Self-Calibration という。

天体の構造モデルを $I_{\text{model}}(l, m)$ とする。この構造モデルは真の輝度分布 $I(l, m)$ を与えるのが理想であるが、これが分かれば観測の必要はない。ここでは適当な初期値を与えることになる。

構造モデルから計算されるビジビリティに伝達関数を適用すると、 $\mathbf{g}_i \mathbf{g}_j^* \hat{\mathcal{V}}_{\text{model}}^{i,j}$ として観測されるはずである。ここで $\mathbf{g}$ は真の複素ゲインからのズレで、振幅と位相の両方を持つ。較正が完璧である場合は $\mathbf{g} = 1$ である。

観測されたビジビリティと、モデルビジビリティが一致すれば、構造モデルと複素ゲインが正しく求められるとする。

試行的な複素ゲイン $\mathbf{g}'$ に構造モデルを入力したときに期待されるビジビリティ

$$\hat{\mathcal{V}}_{\text{model}}^{i,j}(t) = \mathbf{g}'_i \mathbf{g}'_j^* \mathcal{V}_{\text{model}}^{i,j}(t) \quad (\text{A.11})$$

を観測されたビジビリティと比較して、

$$\chi^2 = \sum_{i,j} \int_t w_{i,j}(t) |\hat{\mathcal{V}}^{i,j}(t) - \hat{\mathcal{V}}_{\text{model}}^{i,j}(t)|^2 dt \quad (\text{A.12})$$

$$= \sum_{i,j} \int_t w_{i,j}(t) |\hat{\mathcal{V}}^{i,j}(t) - \mathbf{g}'_i \mathbf{g}'_j^* \mathcal{V}_{\text{model}}^{i,j}(t)|^2 dt \quad (\text{A.13})$$

を計算する。 $w_{i,j}(t)$ は重みである。一般には位相が安定しているアンテナに大きな重みを与えるといい。 χ^2 を最小にするように、アンテナゲインを解くことで真の複素ゲインを推定できる。

積分時間はアンテナゲインの時間変化が無視できる範囲に留める必要がある。これに加えて、有限の時間積分で十分な SNR のビジビリティが得られている必要がある。

Self-Calibration のプロセスを以下に示す。

1. 観測されたビジビリティにとりあえずのゲインを与えてイメージを作る
2. 作成されたイメージを CLEAN する
3. CLEAN コンポーネントだけを使ったビジビリティを計算する
4. χ^2 の式に従って、観測されたビジビリティと CLEAN コンポーネントによるビジビリティの差が最小になるようなアンテナゲインを解く
5. この解を apply して、新たにイメージを作る
6. このプロセスをイメージが収束するまで繰り返す

前述の通り、アンテナゲインは複素量であるので位相項と振幅項に分けられる。

- 位相項

χ^2 の式は位相項のみに注目すると最小二乗法なので、観測点数が未知数に比べて多ければ解が一意に決まる。アンテナ素子数が N_a のとき基線数は $\frac{1}{2}N_a(N_a - 1)$ であり、位相の未知数は $N_a - 1$ 個である。全観測時間内に χ^2 の式の積分区間が N_t 個あったとすると、データ数は $\frac{1}{2}N_a(N_a - 1)N_t$ 個ある。未知数は $(N_a - 1)N_t$ 個である。構造モデルを N_c 個の点源の集合で表現すると、1 点あたり位置とフラックス密度で 3 個の属性をもつので、最小二乗の自由度 (degree of freedom) は

$$d.o.f = \frac{1}{2}N_a(N_a - 1)N_t - (N_a - 1)N_t - 3N_c \quad (\text{A.14})$$

となる。この自由度が大きいほど、正規化された残差 $\chi^2/d.o.f$ が小さくなるので、解の信頼性が増す。

どれか 1 つの素子アンテナを基準にしてその相対値だけが Self-Calibration に寄与するということは、得られるイメージの絶対位置の情報が失われることを意味する。結合素子型干渉計の観測では、全素子アンテナに対して共通の周波数基準から局部発信機の信号が供給されるので位相の相対値が保存されている。また、キャリブレーション天体に対して Self-Calibration を行って得られる複素ゲインをターゲット天体に apply するため、キャリブレーション天体とターゲット天体の相対位置は保存される。キャリブレーション天体の絶対位置が十分な精度で既知であれば、ターゲット天体の絶対位置から得られる。

- 振幅項

未知のパラメータ同士の積があるので非線型に見えるが、線型化することができる。しかし、位相項のような条件がないので振幅についての Self-Calibration は十分信頼できる構造モデルが得られた後に行うことが望ましい。つまり、最初に位相項のみの Self-Calibration を行うのが一般的である。

付録 B

2次元像とフーリエ変換

デルタ関数スパイクと $\cos$ は以下のようなフーリエ変換の関係にある。

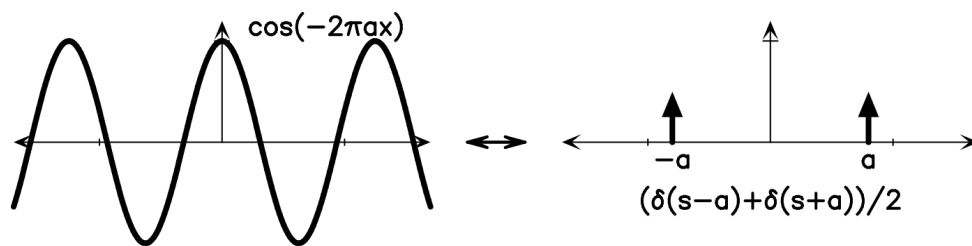


図 B.1 フーリエ変換

これを 2 次元フーリエ変換に拡張したものが以下である。[12][13]

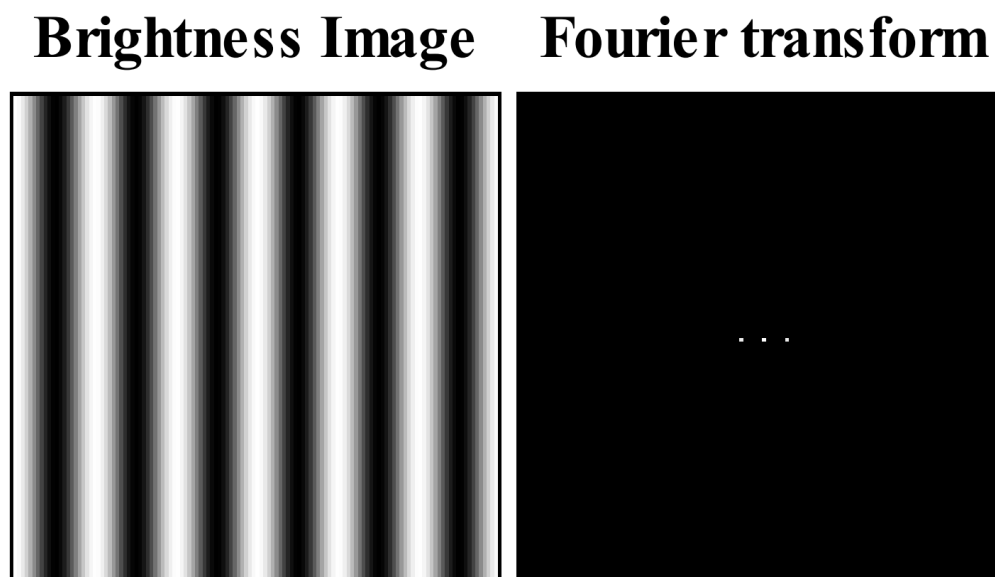


図 B.2 輝度のコントラスト (正弦波) とそのフーリエ変換 [12]

左図の縞模様は空間的明るさ (輝度) を示す信号である。これは単一の空間周波数を持っている。信号の振幅を、観測される縞のコントラストに対応するようにとる。空間周波数と振幅のどちらも変更することなく、縞模様を現在の位置に対して左右に変位させることができるが、これは正弦波

の位相を変更することに相当する。すなわち、空間周波数、振幅、位相の3つで模様を完全に特定できる。

図 B.2 の右図は左図のフーリエ変換であり、全てのドットが特定のフーリエ周波数成分の寄与を表している。振幅を負にしないよう直流成分 (右図の中心) を含めている。電波干渉計における uv coverage 上には直流成分はない。これは基線長が 0 になることが絶対にないからである。光学において直流成分を含める理由としては、紙に印刷した明るさの正弦波が負にならないことが挙げられる。

直流成分の両側には余弦波を特徴づけるドットがある。この図からは確認できないが、ドット (画素) の明るさはそれが対応する特定の空間周波数のフーリエ成分の大きさを表している。電波干渉計における uv coverage では、格子状に分けた際のある格子内の密度に相当すると考えられる。空間信号の帯は鉛直で、フーリエ成分を示すドットは中心の直流成分を通り帯に垂直な方向に広がっている。周波数領域における3つのドットは、余弦波状の明るさ分布と等価である。すなわち、3つのドットは空間領域における明るさ信号を特定するのに知る必要のある全ての情報を持つ。

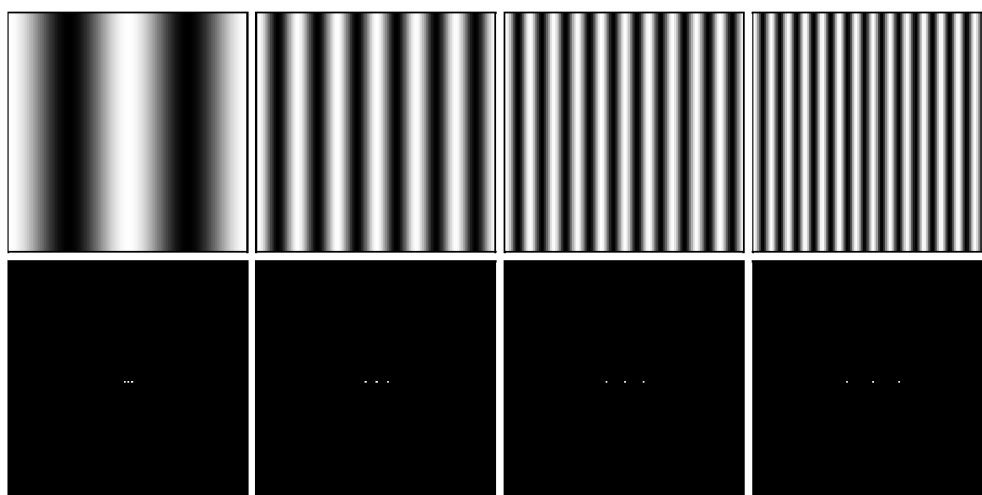


図 B.3 周波数の異なる余弦波状輝度イメージとそのフーリエ変換 [12]

上図は周波数の異なる余弦波状輝度イメージとそのフーリエ変換である。左から、1k、3k、5k、7k の周波数を持つ余弦波である。ドットが周波数空間の中心から大きい距離にあるほど、その空間周波数は高い。つまり、空間領域での詳細なパターンは、フーリエ変換において高周波数成分を必要とする。

フーリエ変換は線形変換であるため、いくつかの関数のフーリエ変換はそれら別々の関数の個々のフーリエ変換の和になる。周波数の異なるフーリエ成分を足し合わせた場合、輝度イメージ上ではそれらのフーリエ変換、すなわち $\cos$ の和になる。

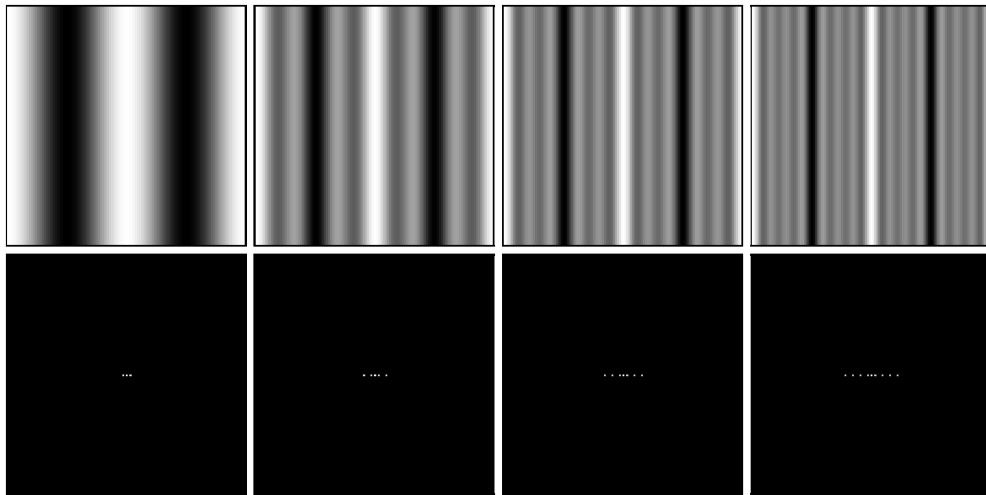


図 B.4 周波数の異なる余弦波状輝度イメージの組み合わせとそのフーリエ変換 [12]

上図は左から、1k の信号、1k と 3k の信号の和、1k と 3k と 5k の信号の和、1k と 3k と 5k と 7k の信号の和である。

付録 C

ビジビリティのモデルフィット

構造がいくつかのコンパクトなコンポーネントで表現できる場合には、ビジビリティそのものにモデルフィットすることで位置や大きさを計測できる。[9] モデルは小数のパラメータで記述できる強度分布で、そのフーリエ変換も比較的簡単な関数で表せるものが良い。1 個のモデル成分の強度分布が n 個のパラメータ $(p_0, p_1, \dots, p_{n-1})$ で $I_{\text{model}}(l, m) = F(l, m; p_0, p_1, \dots, p_{n-1})$ と表せたとする。このフーリエ変換によるモデルビジビリティ $\mathcal{V}_{\text{model}}(u, v) = \text{FT}[I_{\text{model}}(l, m)] = \hat{F}(u, v; p_0, p_1, \dots, p_{n-1})$ も n 個のパラメータで表せる。そこで、観測されたビジビリティ $\mathcal{V}_{\text{obs}}(u, v)$ と比較し、差が最小になるようにパラメータを調節することで、最適なパラメータを求める。

モデルビジビリティと観測されたビジビリティとの差は

$$\chi^2 = \sum \left(\frac{\mathcal{V}_{\text{obs}}(u, v) - \mathcal{V}_{\text{model}}(u, v)}{\sigma} \right)^2 \quad (\text{C.1})$$

で評価する。 χ^2 が最小となる最適パラメータを与えたときは

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial p_k} = 0 \quad (k = 0, 1, \dots, n-1) \quad (\text{C.2})$$

を満たすことを利用してパラメータを探す。これは最小二乗法である。観測方程式が非線形の場合には、偏微分によって局所的に線形化し、反復して解を改良する。

よく使われるモデルは楕円ガウシアンである。Total Flux F_ν 、マップ原点に対する重心の位置 (l_0, m_0) 、長軸短軸の半値幅 a, b 、長軸の方位角 ϕ_{maj} の 6 つのパラメータで記述できる。これには、フーリエ変換の関係からビジビリティも楕円ガウシアンとなり、パラメータの相互依存がないという利点がある。モデルビジビリティは以下のようにかける。

$$\mathcal{V}_{\text{model}}(u, v) = F_\nu \exp \left(-\frac{\Gamma^2}{4 \ln 2} \right) \exp[2\pi i(ul_0 + vm_0)] \quad (\text{C.3})$$

$$\Gamma = \pi \sqrt{a^2(u \sin \phi_{\text{maj}} + v \cos \phi_{\text{maj}})^2 + b^2(u \cos \phi_{\text{maj}} - v \sin \phi_{\text{maj}})^2} \quad (\text{C.4})$$

フーリエ変換は線形変換であるので、コンポーネントが複数ある場合もモデルビジビリティは各モデルが作るビジビリティの和で表せる。モデル成分が増えるほど未知のパラメータが多くなり、解が収束しにくくなる。

方位角対称なモデルの場合、ハンケル変換を用いてモデルフィットすることができる。これを以下で説明する。

C.1 ハンケル変換

以下の $f(x, y)$ と $F(u, v)$ の間には 2 次元フーリエ変換の関係がある。

$$F(u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-2\pi i(ux+vy)} dx dy \quad (C.5)$$

$$f(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(u, v) e^{2\pi i(ux+vy)} du dv \quad (C.6)$$

$x = r \cos \theta, y = r \sin \theta, u = q \cos \phi, v = q \sin \phi$ を定義することにより 2 次元フーリエ変換を極座標に変換できる。

$$F(q, \phi) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} f(r, \theta) e^{-2\pi i r q (\theta - \phi)} r dr d\theta \quad (C.7)$$

もし方位角的に対称であれば ($f(r, \theta) = f(r)$)、

$$F(q, \phi) = \int_0^{\infty} f(r) r dr \int_0^{2\pi} e^{-2\pi i r q (\theta - \phi)} d\theta \quad (C.8)$$

である。ここで 0 次の第一種ベッセル関数 (Hanse の積分表示)

$$J_0(z) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{-iz \cos \theta} d\theta \quad (C.9)$$

を導入すると

$$F(q) = 2\pi \int_0^{\infty} f(r) J_0(2\pi q r) r dr \quad (C.10)$$

と表すことができる。逆変換は

$$f(r) = 2\pi \int_0^{\infty} F(q) J_0(2\pi q r) q dq \quad (C.11)$$

これらをハンケル変換と呼ぶ。

C.2 方位角対称な円盤のモデルフィット

方位角対称なモデル ($I(l, m) = I(r)$) を考える。ソースの位置が既知である場合、イメージとビジビリティのフーリエ変換はハンケル変換になる。

$$\mathcal{V}_{\text{real}}(q) = 2\pi \int_0^{\infty} I(r) J_0(2\pi r q) r dr \quad (C.12)$$

$$I(r) = 2\pi \int_0^{\infty} \mathcal{V}_{\text{real}}(q) J_0(2\pi r q) q dq \quad (C.13)$$

ここで $r = \sqrt{l^2 + m^2}, q = \sqrt{u^2 + v^2}$ である。 $\mathcal{V}_{\text{real}}(q)$ は実関数、つまり位相が 0 のビジビリティである。

有用なモデルは強度 I_0 及び半径 a の均一な明るさを持つ円形ソースである。またベッセル関数の性質

$$\int J_0(x)xdx = xJ_1(x) \quad (\text{C.14})$$

より、ビジビリティは

$$\mathcal{V}_{\text{real}}(q) = \pi a^2 I_0 \frac{J_1(2\pi a q)}{\pi a q} \quad (\text{C.15})$$

と表せる。ここで $\pi a^2 I_0$ は Total Flux を示す。

内側の半径 a_1 、外側の半径 a_2 の環のビジビリティは、2つのディスクのビジビリティ関数の差として表せる。

$$\mathcal{V}_{\text{real}}(q) = \pi a_2^2 I_0 \frac{J_1(2\pi a_2 q)}{\pi a_2 q} - \pi a_1^2 I_0 \frac{J_1(2\pi a_1 q)}{\pi a_1 q} \quad (\text{C.16})$$

方位角対称なソースの解析に役立つモデルは、強度 I_i と外側半径 a_i 、内側半径 a_{i-1} を持つイメージ空間内の環状体の重ね合わせである。最も内側の環の内側半径は 0 なのでディスクである。このビジビリティ関数は

$$\begin{aligned} \mathcal{V}_{\text{real}}(q) = & \pi a_0^2 I_0 \frac{J_1(2\pi a_0 q)}{\pi a_0 q} \\ & + \pi a_1^2 I_1 \frac{J_1(2\pi a_1 q)}{\pi a_1 q} - \pi a_0^2 I_1 \frac{J_1(2\pi a_0 q)}{\pi a_0 q} \\ & + \pi a_2^2 I_2 \frac{J_1(2\pi a_2 q)}{\pi a_2 q} - \pi a_1^2 I_2 \frac{J_1(2\pi a_1 q)}{\pi a_1 q} \\ & \dots \\ & + \pi a_n^2 I_n \frac{J_1(2\pi a_n q)}{\pi a_n q} - \pi a_{n-1}^2 I_n \frac{J_1(2\pi a_{n-1} q)}{\pi a_{n-1} q} \end{aligned} \quad (\text{C.17})$$

これに加え、ディスクが均一の場合 (I_i がすべて同じ) は

$$\mathcal{V}_{\text{real}}(q) = \pi a_n^2 I_0 \frac{J_1(2\pi a_n q)}{\pi a_n q} \quad (\text{C.18})$$

となり、半径 a_n および強度 I_0 の均一なディスクと同じになる。

式 C.17 を並べ替えると以下の式になる。

$$\mathcal{V}_{\text{real}}(q) = \pi \sum_{i=0}^{n-1} (I_i - I_{i+1}) a_i^2 \frac{J_1(2\pi a_i q)}{\pi a_i q} + \pi I_n a_n^2 \frac{J_1(2\pi a_n q)}{\pi a_n q} \quad (\text{C.19})$$

参考文献

- [1] Kudo et al. A spatially resolved au-scale inner disk around DM tau. *ApJL*, Vol. 868, p. L5, 2018.
- [2] 福井康雄, 犬塚修一郎, 大西利和, 中井直正, 舞原俊憲, 水野亮. シリーズ現代の天文学 6 星間物質と星形成. 日本評論社, 2008.
- [3] Bachiller et al. Bipolar molecular outflows from young stars and protostars. *ARA&A*, Vol. 34, pp. 111–154, 1996.
- [4] Espaillat et al. An observational perspective of transitional disks. *PPVI*, p. 497, 2014.
- [5] Manara et al. X-shooter study of accretion in chamaeleon I: II. a steeper increase of accretion with stellar mass for very low mass stars? *A&A*, Vol. 604, p. A127, 2017.
- [6] Pinilla et al. Homogeneous analysis of the dust morphology of transition disks observed with alma: Investigating dust trapping and the origin of the cavities. *ApJ*, Vol. 859, p. 32, 2018.
- [7] Rodgers et al. The herschel view of circumstellar discs: a multiwavelength study of chamaeleon-I. *MNRAS*, Vol. 443, p. 1587, 2014.
- [8] Vizier. <https://vizier.u-strasbg.fr/index.gml>.
- [9] 干渉計サマースクール, 2005.
- [10] ALMA データ解析講習会, 2020.
- [11] アルマデータ解析 Tips/アルマデータ解析の流れ. <https://alma-intweb.mtk.nao.ac.jp/~nagai/ALMAdata/index2.html>.
- [12] Steven Lehar. An Intuitive Explanation of Fourier Theory, 2010.
- [13] Eugene Hecht. *Optics 5th edition*. Person Education Inc, 2016.